

ΑΣΚΗΣΗ 205

ΜΕΤΡΗΣΗ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΦΑΣΗΣ ΔΥΟ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ

Αντικείμενο της άσκησης αυτής είναι η μέτρηση της διαφοράς φάσης μεταξύ δύο κυματομορφών τάσης σε ένα κύκλωμα εναλλασσομένου ρεύματος με τη βοήθεια ενός παλμογράφου.

θ

Αν τροφοδοτήσουμε ένα γραμμικό κύκλωμα με μία ημιτονοειδή διέγερση, όλες οι τάσεις και όλα τα ρεύματα του κυκλώματος (δηλαδή όλες οι αποκρίσεις) στη μόνιμη κατάσταση θα είναι επίσης ημιτονοειδείς συναρτήσεις. Οι ημιτονοειδείς διεγέρσεις και αποκρίσεις (βλ. Σχ.1) εκφράζονται ως συναρτήσεις συνημιτόνου της μορφής,

$$y(t) = y_m \cos(\omega t + \varphi)$$

όπου

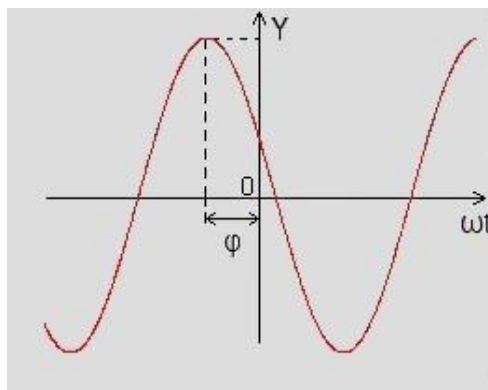
$\omega = 2\pi f$ η κυκλική συχνότητα σε rad/sec

$f = 1/T$ η συχνότητα σε Hz

T η περίοδος σε sec

y_m το εύρος της ημιτονοειδούς συνάρτησης

φ η φάση της ημιτονοειδούς συνάρτησης



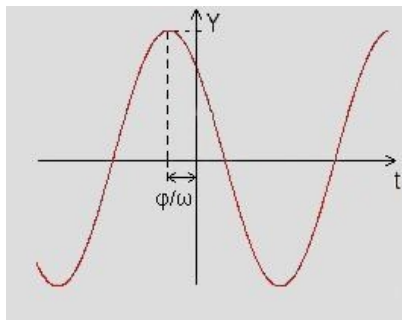
Σχ.1

Γνωρίζουμε ότι

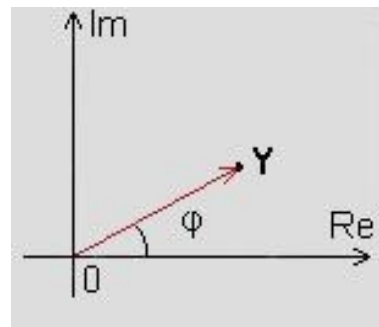
$$y(t) = y_m \cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}[y_m e^{j\varphi} e^{j\omega t}] = \text{Re}[Y e^{j\omega t}]$$



Ο μιγαδικός αριθμός Y μαζί με την κυκλική συχνότητα ω καθορίζουν πλήρως το ημιτονοειδές μέγεθος $y(t)$. Το Y είναι, ως γνωστόν, ο φάσορας της ημιτονοειδούς διέγερσης ή απόκρισης. Η φάση φ αντιστοιχεί στη χρονική μετατόπιση του μεγίστου της ημιτονοειδούς συνάρτησης ως προς την αρχή των αξόνων κατά $t = \varphi/\omega$ sec (βλ. Σχ.2) και ισούται με την γωνία που σχηματίζει η επιβατική ακτίνα από την αρχή των αξόνων μέχρι το σημείο Y με τον άξονα των πραγματικών αριθμών στο μιγαδικό επίπεδο(βλ. Σχ. 3).



Σχ.2



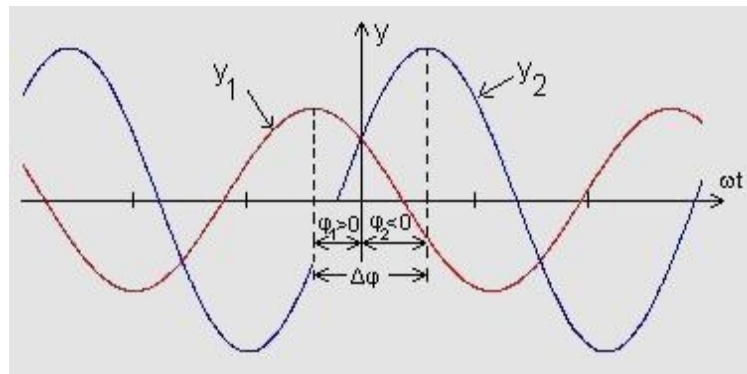
Σχ.3

Δύο ημιτονοειδείς διεγέρσεις ή αποκρίσεις της ίδιας γωνιακής συχνότητας ω

$$y_1 = y_{m1} \cos(\omega t + \varphi_1)$$

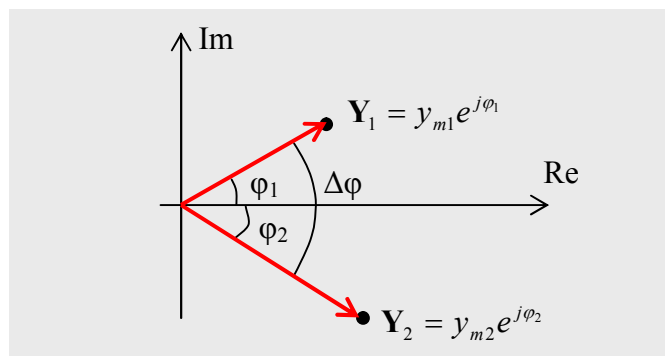
$$y_2 = y_{m2} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

έχουν διαφορά φάσης $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ (βλ. Σχ.4) που αντιστοιχεί στη μικρότερη χρονική απόσταση μεταξύ δύο μεγίστων ή δύο σημείων μηδενισμού των ημιτονοειδών συναρτήσεων.



Σχ.4

Στο μιγαδικό επίπεδο θα έχουμε αντίστοιχα τα φ_1, φ_2 και $\Delta\varphi$ όπως φαίνονται στο Σχ.5.



Σχ.5



Η χρονική απόσταση των δύο πλησιέστερων μεγίστων ή σημείων μηδενισμού θα είναι,

$$\Delta t = \frac{\Delta \varphi}{\omega} \text{ sec} \quad \text{και επομένως} \quad \Delta \varphi = \omega \cdot \Delta t .$$

Συνήθως για λόγους ευκολίας εκφράζουμε τα φ και $\Delta \varphi$ σε μοίρες όπως π.χ.

$$U_1(t) = 100 \cos(\omega t + 45^\circ) \text{ V} \quad \text{και} \quad U_2(t) = 50 \cos(\omega t - 60^\circ) \text{ V} .$$

Τότε, η γωνιακή συχνότητα ω είναι,

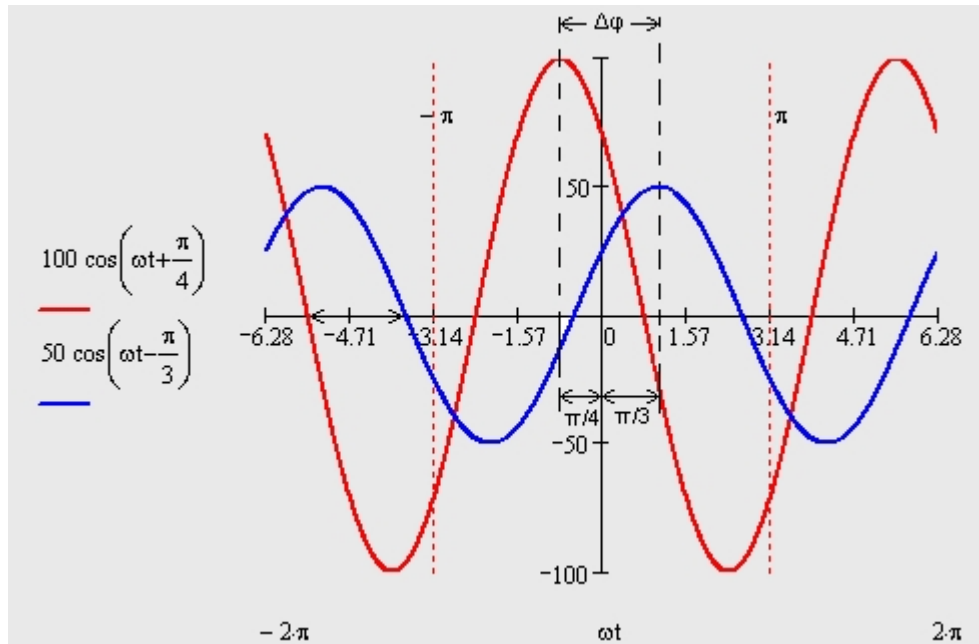
$$\omega = 360^\circ f \text{ deg/sec} \quad (\text{ή} \quad 2\pi f \text{ rad/sec}),$$

η διαφορά φάσης

$$\Delta \varphi = 45^\circ - (-60^\circ) = 105^\circ \quad \text{ή} \quad \Delta \varphi = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{3}\right) = 1.83 \text{ rad}$$

και η χρονική απόσταση των μεγίστων, όπως φαίνεται στο Σχ.6,

$$\Delta t = \frac{\Delta \varphi}{\omega} = \left(\frac{105^\circ}{360^\circ}\right) \left(\frac{1}{f}\right) = \left(\frac{105^\circ}{360^\circ}\right) T \text{ sec} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \left(\frac{1.83}{2\pi}\right) T \text{ sec}$$



Σχ.6

Η μέτρηση της διαφοράς φάσης με τον παλμογράφο μπορεί να γίνει με δύο τρόπους:

- A) Μετρώντας την μετατόπιση του ενός σήματος ως προς το άλλο και
- B) Με τη βοήθεια των σχημάτων Lissajous.



Τρόπος Α: Τα δύο σήματα εφαρμόζονται στα δύο κανάλια CHI και CHII του παλμογράφου. Για να είναι ακριβείς οι μετρήσεις θα πρέπει προηγουμένως :

- Τα δύο ίχνη να ταυτίζονται όταν είναι πατημένο το κουμπί γείωσης (GD)
- Ο διακόπτης μικρομετρικής ρύθμισης της ταχύτητας σάρωσης του παλμογράφου να είναι στη θέση C (calibration).

Μετρούμε τη μετατόπιση ενός αναγνωρίσιμου σημείου (π.χ. μεγίστου, μηδενισμού κ.α.) του ενός σήματος ως προς το αντίστοιχο σημείο του άλλου σήματος.

Μετρούμε επίσης την περίοδο των σημάτων η οποία είναι κοινή λόγω της ίδιας συχνότητας.

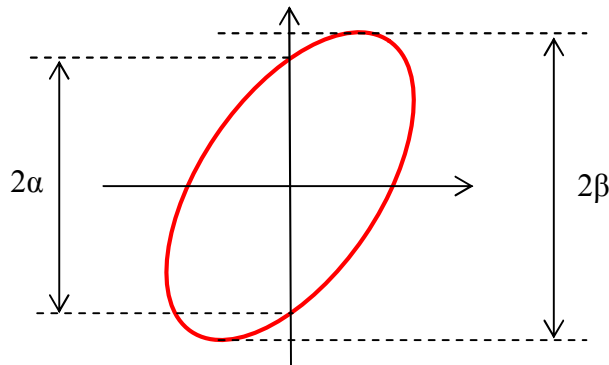
Το πηλίκο της μετατόπισης προς την περίοδο επί 360° ή επί 2π δίνει τη διαφορά φάσης σε μοίρες ή σε ακτίνια αντίστοιχα, δηλαδή

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t$$

άρα
$$\Delta\varphi = 360^\circ \left(\frac{\Delta t}{T}\right) \quad \text{ή} \quad \Delta\varphi = 2\pi \left(\frac{\Delta t}{T}\right)$$

όπου Δt η μετατόπιση και T η περίοδος των σημάτων.

Τρόπος Β: Αν δύο σήματα της ίδιας συχνότητας εφαρμοστούν το ένα στις πλάκες κατακόρυφης απόκλισης και το άλλο στις πλάκες οριζόντιας απόκλισης του παλμογράφου (λειτουργία παλμογράφου σε κατάσταση X-Y ή EXT X), τότε η εικόνα που θα παρατηρήσουμε θα είναι μία έλλειψη όπως φαίνεται στο Σχ.7. Μετρώντας τα



Σχ.7

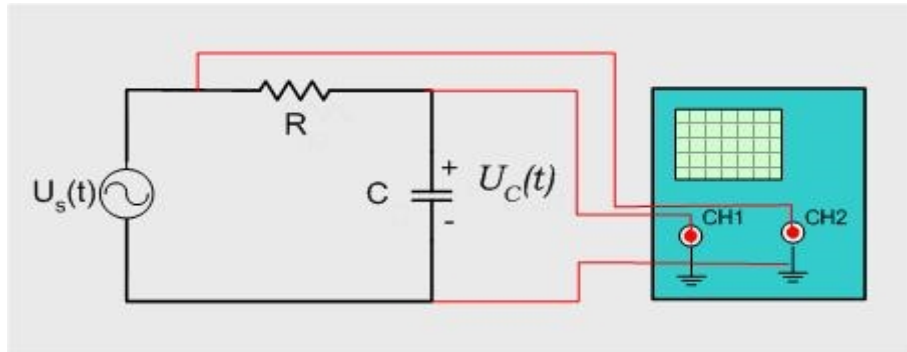
μήκη $2a$ και $2b$, η διαφορά φάσης δίνεται από τη σχέση

$$\varphi = \sin^{-1} \frac{a}{b}$$



Πειραματική Διάταξη - Μετρήσεις

1. Αφού ρυθμίσετε τη συχνότητα της γεννήτριας στα 500Hz και το πλάτος της τάσης στα 3Vp (με τη βοήθεια του παλμογράφου), καθώς και το Time/div στα 0,2msec στον παλμογράφο, πραγματοποιείτε τη συνδεσμολογία του Σχ.8 και θεωρήστε το κύκλωμα στη μόνιμη ημιτονοειδή κατάσταση.



Σχ.8



2. Για τις ακόλουθες τιμές των στοιχείων:
χωρητικότητα $C=1\mu\text{F}$, αντίσταση $R=100, 200, 300, \dots, 1000 \Omega$

α) Μετρήστε και με τους δύο τρόπους μέτρησης τη διαφορά φάσης μεταξύ της εισόδου $V_S(t)$ και της εξόδου $V_C(t)$ του κυκλώματος.

β) Στη θέση του πυκνωτή βάλτε την αντίσταση και στη θέση της αντίστασης τον πυκνωτή. Μετρήστε και με τους δύο τρόπους μέτρησης τη διαφορά φάσης μεταξύ της εισόδου $V_S(t)$ και της εξόδου $V_R(t)$ του κυκλώματος.

Επεξεργασία Μετρήσεων

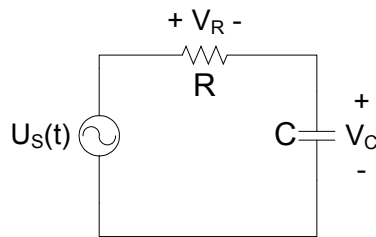


3. Υπολογίστε θεωρητικά τη διαφορά φάσης εισόδου-εξόδου για τις περιπτώσεις (2α) και (2β).
4. Σχεδιάστε σε κοινούς άξονες τη θεωρητική και τις πειραματικές καμπύλες $\Delta\varphi=f(R)$ για τις περιπτώσεις (2α,3) και (2β,3). (Τρεις καμπύλες για πηγή-πυκνωτή και τρεις για πηγή-αντίσταση).
5. Ποια είναι τα συμπεράσματά σας σχετικά με τη μεταβολή της φ συναρτήσει της R για πηγή-πυκνωτή και για πηγή-αντίσταση. Εξηγήστε τις απαντήσεις σας.

Ερωτήσεις προς Μελέτη

Για να παρακολουθήσετε την Άσκηση θα πρέπει να γνωρίζετε τουλάχιστον το 80% των απαντήσεων.

1. Για το R-C κύκλωμα σειράς του σχήματος 1 ποια είναι η συνάρτηση μεταφοράς όταν έξοδος είναι η τάση $U_C(t)$; (Για την συνάρτηση μεταφοράς του R-C κυκλώματος συμβουλευτείτε την άσκηση 207, ορισμός – μέτρο – γωνία).



Σχήμα 1

2. Ποιο είναι το μέτρο και η γωνία της συνάρτησης μεταφοράς;
3. Για το ίδιο κύκλωμα του σχ.1 ποιο είναι το μέτρο και η γωνία της συνάρτησης μεταφοράς όταν έξοδος είναι η τάση $U_R(t)$;
4. Τι μας δείχνει η γωνία της συνάρτησης μεταφοράς;
5. Ποια είναι η διαφορά φάσης μεταξύ των τάσεων α) της πηγής και της αντίστασης β) της πηγής και του πυκνωτή γ) της αντίστασης και του πυκνωτή;
6. Ποια τάση προηγείται σε κάθε περίπτωση;
7. Ποια είναι η διαφορά φάσης μεταξύ του ρεύματος και της τάσης σε ένα πυκνωτή; Ποιο από τα δυο προηγείται;
8. Πως μεταβάλλεται η σύνθετη αντίσταση ενός πυκνωτή με την συχνότητα;
9. Με ποιο τρόπο μπορώ να μετρήσω τη διαφορά φάσης μεταξύ δυο τάσεων ενός κυκλώματος;