

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ & ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Διδάσκων : Δημήτρης Τσιπιανίτης

Γεώργιος Μανδέλλος

Επιμέλεια : Δημήτρης Τσιπιανίτης

ΠΑΤΡΑ 2018

## ΑΣΚΗΣΗ 205

### ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ – ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ THEVENIN & NORTON

Αντικείμενο της άσκησης αυτής είναι η απλοποίηση κυκλωμάτων βάσει του θεωρήματος Thevenin περί ισοδύναμης πηγής με πειραματική εφαρμογή του σε κύκλωμα γέφυρας συνεχούς ρεύματος

θ

#### A. ΘΕΩΡΗΜΑ THEVENIN ή ΙΣΟΔΥΝΑΜΗΣ ΠΗΓΗΣ ΤΑΣΗΣ

Ένα οποιοδήποτε γραμμικό κύκλωμα που διεγείρεται από πηγές τάσης ή/και ρεύματος οποιασδήποτε συχνότητας, θεωρούμενο από δύο οποιοσδήποτε ακροδέκτες του μπορεί να αντικατασταθεί ισοδύναμα από μία πηγή τάσης  $V_0$  εν σειρά με μία σύνθετη αντίσταση  $Z_0$ , όπου  $V_0$  είναι η εν κενώ τάση (τάση ανοικτού κυκλώματος) μεταξύ των ακροδεκτών αυτών και  $Z_0$  η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος υπολογιζόμενη από τους ίδιους ακροδέκτες όταν όλες οι ανεξάρτητες πηγές ρεύματος και τάσης του κυκλώματος είναι μηδενικές.

Σημειώστε ότι μηδενισμός πηγής τάσης σημαίνει ότι στη θέση της πηγής έχουμε βραχυκύκλωμα ενώ μηδενισμός πηγής έντασης σημαίνει ότι στη θέση της πηγής έχουμε ανοικτό κύκλωμα.

#### B. ΘΕΩΡΗΜΑ NORTON ή ΙΣΟΔΥΝΑΜΗΣ ΠΗΓΗΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Οποιοδήποτε τμήμα ηλεκτρικού δικτύου που αποτελείται από γραμμικά στοιχεία με ανοικτούς ακροδέκτες στα σημεία A και B μπορεί να αντικατασταθεί από έναν ισοδύναμο συνδυασμό μιας πηγής ρεύματος  $I_N$  παράλληλα με μια αντίσταση  $R_N$ .

Αν βραχυκυκλωθούν οι ακροδέκτες A, B, το ισοδύναμο ρεύμα  $I_N$  είναι ίσο με το ρεύμα που ρέει από το βραχυκύκλωμα.

Η  $R_N$  είναι ίση με την ολική αντίσταση του κυκλώματος που φαίνεται από τους ακροδέκτες A, B όταν όλες οι πηγές αντικατασταθούν με τις εσωτερικές τους αντιστάσεις, δηλ. ίση με την  $R_{TH}$ .

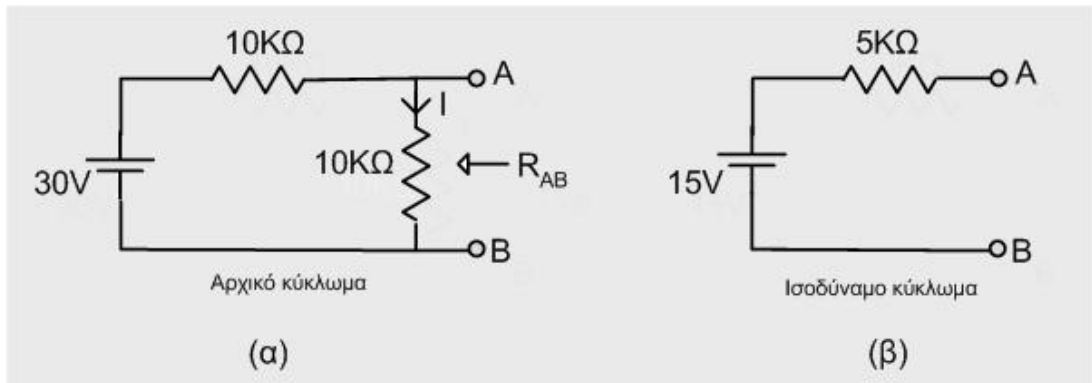
Το ισοδύναμο κύκλωμα κατά NORTON βλέπουμε ότι είναι μια πραγματική πηγή ρεύματος.

Με το θεώρημα Thevenin μπορούμε να μετασχηματίσουμε σύνθετα κυκλώματα πολλαπλών βρόχων σε απλούστερα ισοδύναμα κυκλώματα με λιγότερους βρόχους ή ακόμη και σε κυκλώματα ενός βρόχου. Το ισοδύναμο κύκλωμα ως προς ένα ζεύγος ακροδεκτών προσδιορίζεται

- Με υπολογισμό ή μέτρηση της τάσης εν κενώ μεταξύ των ακροδεκτών (“εν κενώ” σημαίνει ότι δεν συνδέεται κανένα εξωτερικό φορτίο στους ακροδέκτες του κυκλώματος)
- Με υπολογισμό ή μέτρηση της σύνθετης αντίστασης μεταξύ των ακροδεκτών όταν οι πηγές τάσης είναι βραχυκυκλωμένες και οι πηγές έντασης ανοικτοκυκλωμένες. (Αυτό ισχύει για κυκλώματα στα οποία έχουμε μόνο ανεξάρτητες πηγές τάσης ή έντασης.)

**i**

### Παράδειγμα



Σχ.1.

Θεωρήστε το κύκλωμα του Σχ.1α.

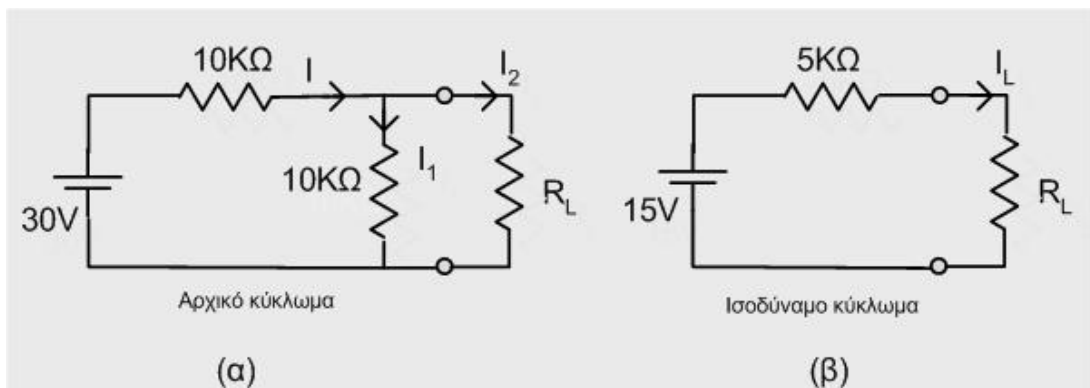
Η τάση εν κενώ είναι

$$V_{AB} = I \cdot 10K\Omega = \frac{30}{20 \times 10^3} 10 \times 10^3 = 15V$$

Η αντίσταση  $R_{AB}$  με βραχυκυκλωμένη την πηγή τάσης ισούται με

$$R_{AB} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^3 = 5K\Omega$$

Το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Thevenin φαίνεται στο Σχ.1β. Το κύκλωμα αυτό συμπεριφέρεται ακριβώς όπως το αρχικό κύκλωμα 1α, όσον αφορά στα μεγέθη τα εμφανιζόμενα σε οποιαδήποτε αντίσταση συνδεθεί μεταξύ των σημείων A και B. Για παράδειγμα, αν συνδεθεί μία αντίσταση  $R_L = 10 K\Omega$  ως φορτίο στα A,B, οι εντάσεις που θα διαρρέουν την  $R_L$  στα δύο κυκλώματα 1α και 1β θα είναι αντίστοιχα,



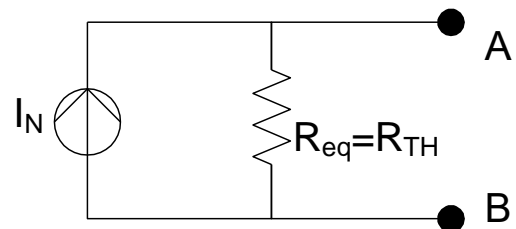
$$I = I_1 + I_2 \quad , \quad I_1 = I_2 \quad , \quad I_2 = \frac{I}{2}$$

$$I = \frac{30}{10 \cdot 10^3 + \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ A} \quad \quad I_L = \frac{15}{15 \cdot 10^3} = 1 \text{ mA}$$

$$I_2 = 1 \text{ mA}$$

Άρα και η τάση στα άκρα της  $R_L$  θα είναι η ίδια στο αρχικό και στο ισοδύναμο κύκλωμα.

Αντίστοιχα το ισοδύναμο Norton ενός κυκλώματος είναι ένα κύκλωμα της μορφής:



Όπου  $I_N$  είναι το ρεύμα βραχυκυκλώματος δηλ. το ρεύμα που θα περάσει από τα σημεία A-B αν βραχυκυκλώσω τα σημεία αυτά. Η  $R_{eq} = R_{th}$  υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο όπως και στο ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin (για κυκλώματα με ανεξάρτητες μόνο πηγές).

Ισχύει ότι  $V_{th} = R_{th} \cdot I_N$ . Συνεπώς αν γνωρίζουμε το ένα από τα δυο ισοδύναμα κυκλώματα μπορούμε εύκολα να βρούμε το άλλο χρησιμοποιώντας τη σχέση αυτή.

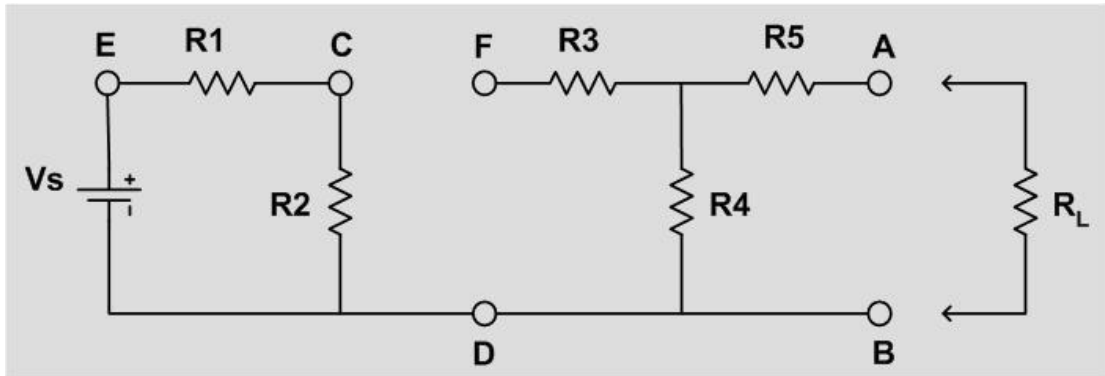
Αν στο κύκλωμά μας έχουμε και εξηρητημένες πηγές τάσης ή έντασης τότε η  $R_{th}$  δεν υπολογίζεται όπως πριν αλλά μέσω της σχέσης  $R_{th} = V_{th} / I_N$  δηλ. πρέπει να βρω και την τάση ανοικτού κυκλώματος και το ρεύμα βραχυκυκλώματος.

(Άλλος τρόπος για τον υπολογισμό της έχει διδαχθεί στο αντίστοιχο μάθημα.)



### Πειραματική Διάταξη-Μετρήσεις.

- 1) δίνετε έτοιμο το κύκλωμα του Σχ.3 σε επιτραπέζιο ταμπλό (συνδέστε μόνο την πηγή στους ακροδέκτες E, D) με τιμές στοιχείων  $V_s=6\text{ V}$ ,  $R_1=220\ \Omega$ ,  $R_2=2.2\ \text{K}\Omega$ ,  $R_3=1\ \text{K}\Omega$ ,  $R_4=6.8\ \text{K}\Omega$  και  $R_5=680\ \Omega$ .



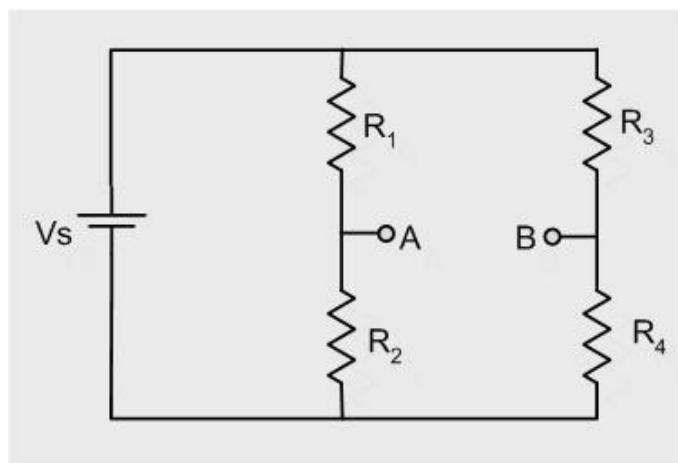
Σχ.3

Στο Σχ.3. Χρησιμοποιώντας ωμόμετρο και βολτόμετρο να βρεθεί αρχικά το ισοδύναμο κατά Thevenin και Norton κύκλωμα αριστερά των ακροδεκτών C, D. Έπειτα αφού συνδέσετε τα σημεία C και F να βρεθεί το ισοδύναμο κατά Thevenin και Norton κύκλωμα αριστερά των ακροδεκτών A,B.

Για τιμές της  $R_L=680, 2180, 3910\ \Omega$  μετρήστε την ένταση ρεύματος διά της  $R_L$  με τη βοήθεια ενός αμπερομέτρου.

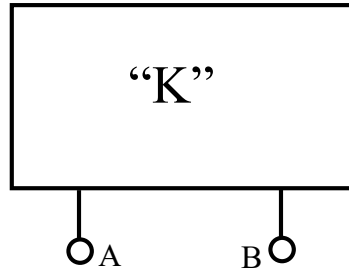
- 2) Σχηματίστε το κύκλωμα γέφυρας του Σχ.4 χρησιμοποιώντας 4 αντιστάσεις με τιμές  $R_1=100\ \Omega$ ,  $R_2=200\ \Omega$ ,  $R_3=300\ \Omega$ ,  $R_4=400\ \Omega$  και  $V_s=6\text{ V}$ .

- α) Βρείτε το ισοδύναμο κατά Thevenin και Norton κύκλωμα της γέφυρας.  
β) Ομοίως αλλά για  $R_1=R_2=400\ \Omega$  και  $R_3=R_4=500\ \Omega$ .



Σχ.4

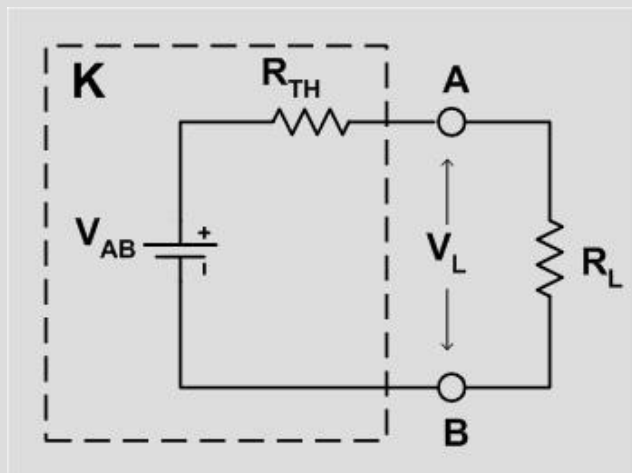
3) Σας δίνετε έτοιμο ένα άγνωστο κύκλωμα «Κ» (βρίσκεται στο επιτραπέζιο ταμπλό) το οποίο περιέχει πηγές τάσης και αντιστάσεις συνδεδεμένες κατά κάποιο άγνωστο τρόπο στους ακροδέκτες Α,Β που φαίνονται στο Σχ.5. Σας ζητείται να βρείτε την αντίσταση Thevenin του άγνωστου κυκλώματος.



Σχ.5



**Υπόδειξη:** Για να απαντήσετε στο προηγούμενο ερώτημα παρατίθεται το ακόλουθα παράδειγμα. Έστω ότι στο κύκλωμα Κ μετράμε με ένα βολτόμετρο την τάση ανοικτού κυκλώματος  $V_{AB}$ . Επίσης, με ένα ωμόμετρο μετράμε μία αντίσταση  $R_L$  την οποία πρόκειται να συνδέσουμε στους ακροδέκτες Α,Β. Διευκρινίζεται ότι δεν είναι δυνατόν στο άγνωστο κύκλωμα να βραχυκυκλωθούν οι τυχόν υπάρχουσες πηγές τάσης. Αν θεωρήσουμε την  $R_L$  συνδεδεμένη στους ακροδέκτες Α,Β, τότε το ισοδύναμο κατά Thevenin του κυκλώματος Κ μαζί με την  $R_L$  θα είναι όπως στο Σχ.6. Από το κύκλωμα έχουμε,



Σχ.6

$$V_L = \frac{R_L}{R_{TH} + R_L} \cdot V_{AB}$$

Στους ακροδέκτες Α,Β του κυκλώματος Κ συνδέστε μία αντίσταση  $R_L=500 \Omega$ . Με τη βοήθεια μόνο ενός βολτομέτρου βρείτε το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Thevenin του άγνωστου κυκλώματος Κ.

## Επεξεργασία μετρήσεων



- 1) Σχεδιάστε τα ισοδύναμα κυκλώματα κατά Thevenin και Norton αριστερά των ακροδεκτών C,D αφ' ενός και αριστερά των ακροδεκτών A,B αφ' ετέρου, βάσει των πειραματικών τιμών.
- 2) Υλοποιήστε πάλι το (1) για τις θεωρητικές τιμές των αντιστάσεων και των πηγών.
- 3) Στις περιπτώσεις φόρτισης των ακροδεκτών A,B με φορτία  $R_L=680, 2180, 3910 \Omega$  να βρείτε τις θεωρητικές τιμές των διερχομένων ρευμάτων στα φορτία και να τις συγκρίνετε με τις πειραματικές τιμές. (Χρησιμοποιείστε το αντίστοιχο θεωρητικό ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin.)
- 4) Να σχεδιαστούν τα ισοδύναμα κατά Thevenin και Norton κυκλώματα των μετρήσεων 2<sup>α</sup> με τις πειραματικές και θεωρητικές τιμές.
- 5) Να σχεδιαστεί το ισοδύναμο κατά Thevenin και Norton κύκλωμα της μέτρησης 3.

