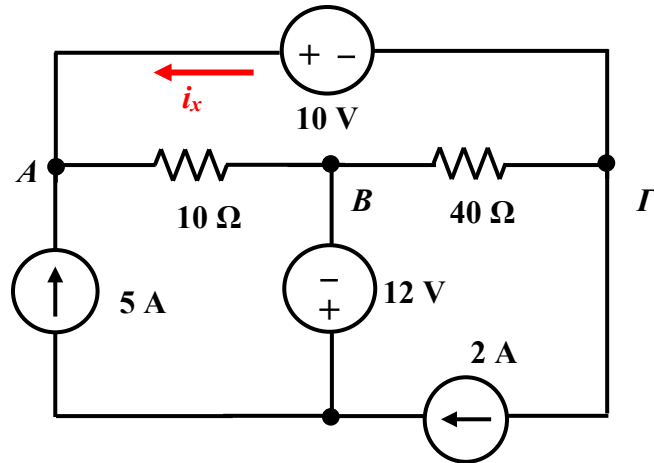


ΘΕΜΑ 1. [10%]

Στο κύκλωμα αυτό προσδιορίστε τις τάσεις στα σημεία A , B και Γ .



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Με κομβικές τάσεις (όπως φαίνονται στο δοθέν σχήμα) και κόμβο αναφοράς στο κάτω μέρος:

$$\frac{v_A - v_B}{10} - 5 - i_x = 0$$

$$\frac{v_\Gamma - v_B}{40} + 2 + i_x = 0$$

και δεδομένου ότι $v_B = -12 \text{ V}$, η εξίσωση γίνεται

$$4v_A - v_\Gamma = 60$$

Την οποία μπορούμε να συνδυάσουμε με το γεγονός ότι

$$v_A - v_\Gamma = 10$$

και να βρούμε

$$v_A = 14 \text{ V}, v_\Gamma = 4 \text{ V}, \text{ και φυσικά } v_B = -12 \text{ V}$$

[Δεδομένου ότι δεν προσδιορίζεται κάποιο σημείο αναφοράς, η απάντηση μπορεί να δοθεί και σαν

$$v_{AB} = 26 \text{ V}, v_{B\Gamma} = -16 \text{ V}]$$

ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΑ

Με βροχικές εντάσεις, ή καλύτερα με τη μοναδική άγνωστη βροχική ένταση δεδομένου ότι όλοι οι βρόχοι είναι εξωτερικοί:

$$-10 = 40(I - 2) + 10(I - 5)$$

$\Rightarrow$

$$I = 2,4 \text{ A}$$

Τότε, ο αντιστάτης των 10Ω διαρρέεται από ρεύμα $5 - 2,4 = 2,6 \text{ A}$ (κόμβος A), οπότε $v_{AB} = 26 \text{ V}$.

Επίσης, ο αντιστάτης των 40Ω διαρρέεται από ρεύμα $2,4 - 2 = 0,4 \text{ A}$ (κόμβος Γ), οπότε $v_{\Gamma B} = 16 \text{ V}$.

ΘΕΜΑ 2. [25%]

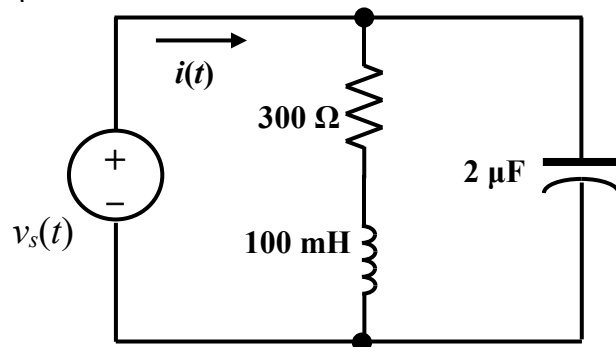
Το κύκλωμα βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

Υπολογίστε το ρεύμα $i(t)$ όταν

$$v_s(t) = 180 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ V}, \quad \omega = 2\pi f \text{ και}$$

(1) $f = 60 \text{ Hz}$ και

(2) $f = 400 \text{ Hz}$.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για $f = 60 \text{ Hz}$ το κύκλωμα στη ΜΗΚ γίνεται όπως φαίνεται δεξιά.

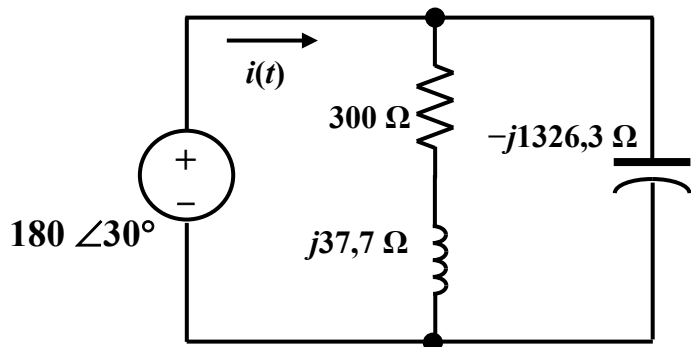
Ισοδύναμη εμπέδηση του παράλληλου συνδυασμού: $301,47 - j 31,38 \Omega$.

Το ρεύμα είναι

$$I = 0,481 + j 0,349 = 0,594 \angle 35,94^\circ \text{ A}$$

οπότε

$$i(t) = 0,594 \cos(2\pi 60t + 35,94^\circ) \text{ A}$$



Για $f = 400 \text{ Hz}$ το κύκλωμα στη ΜΗΚ γίνεται όπως φαίνεται δεξιά.

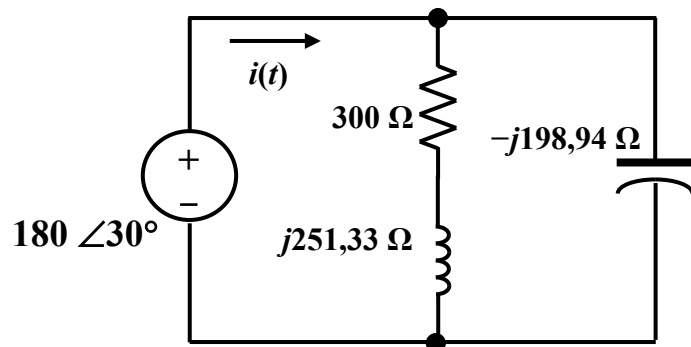
Ισοδύναμη εμπέδηση του παράλληλου συνδυασμού: $128,03 - j 221,30 \Omega$.

Το ρεύμα είναι

$$I = j 0,704 = 0,704 \angle 90^\circ \text{ A}$$

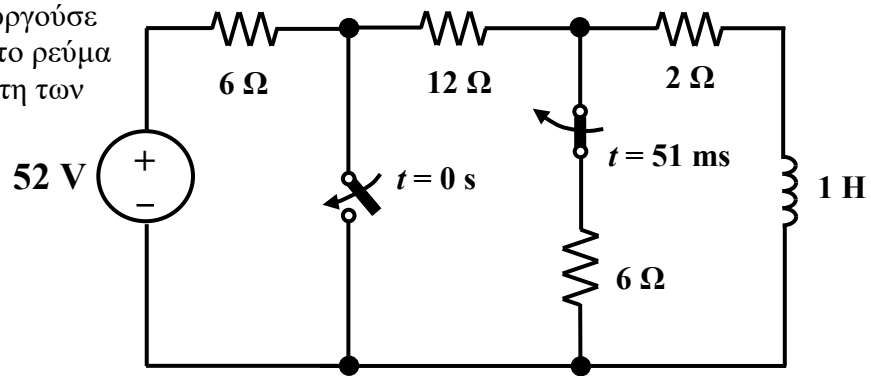
οπότε

$$i(t) = 0,704 \cos(2\pi 400t + 90^\circ) \text{ A}$$



ΘΕΜΑ 3. [35%]

Το πιο κάτω κύκλωμα λειτουργούσε για πολλή ώρα. Υπολογίστε το ρεύμα $i(t)$ που διαρρέει τον αντιστάτη των $12\ \Omega$ για $t > 0$.

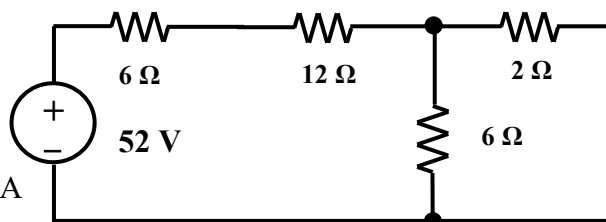
**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**

Η λειτουργία των διακοπών μας αναγκάζει να χωρίσουμε τη λειτουργία σε τρεις φάσεις:

$$t \leq 0^-, \quad 0^+ \leq t \leq 0,051^-, \quad 0,051^+ \leq t \leq \infty$$

Φάση I: $t \leq 0^-$

Το κύκλωμα είναι όπως φαίνεται δεξιά. Οι παράλληλοι αντιστάτες ισοδυναμούν με $1,5\ \Omega$ οπότε η συνολική αντίσταση είναι $19,5\ \Omega$ και το ρεύμα γίνεται $52/19,5 = 2,667\ \text{A}$ οπότε το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο του επαγωγού είναι (από τον διαιρέτη ρεύματος) $2,667 \cdot 6/8 = 2\ \text{A}$.

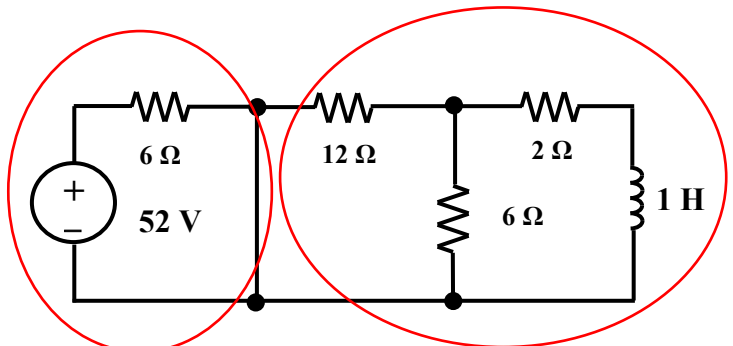
**Φάση II:** $0^+ \leq t \leq 0,051^- \text{ s}$

Το κύκλωμα, όπως φαίνεται δεξιά, χωρίζεται σε δυο ανεξάρτητα κυκλώματα. Το δεξιό κύκλωμα είναι τύπου RL και πρέπει να αναλύσουμε την απόκρισή του για μηδενική διέγερση. Ο συνδυασμός των αντιστάσεων δίνει $2+72/18 = 6\ \Omega$, οπότε η σταθερά χρόνου είναι $1/6\ \text{s}$. Η αρχική συνθήκη είναι $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2\ \text{A}$. Έτσι παίρνουμε

$$i_L(t) = 2e^{-6t} \text{ A}$$

για το ρεύμα που διαρρέει τον επαγωγό οπότε το ρεύμα που διαρρέει τον αντιστάτη των $12\ \Omega$ προκύπτει από τον διαιρέτη ρεύματος σαν

$$i_{12\Omega}(t) = \frac{6}{18} 2e^{-6t} = \frac{2}{3} e^{-6t} \text{ A}, \quad 0^+ \leq t < 0,051 \text{ s}$$

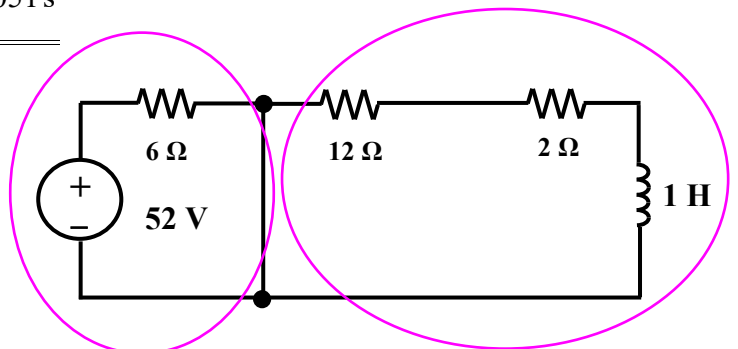
**Φάση III:** $t \geq 0,051^+ \text{ s}$

Το κύκλωμα γίνεται όπως φαίνεται δεξιά, δηλαδή παραμένει να είναι δυο ανεξάρτητα κυκλώματα μόνο που το δεξιό κύκλωμα έχει αλλάξει κι έχει γίνει ένα νέο RL με χρονική σταθερά $1/(12+2) = 1/14\ \text{s}$ και αρχική συνθήκη

$$i_L(0,051) = 0,667 e^{-6 \times 0,051} = 1,473 \text{ A}.$$

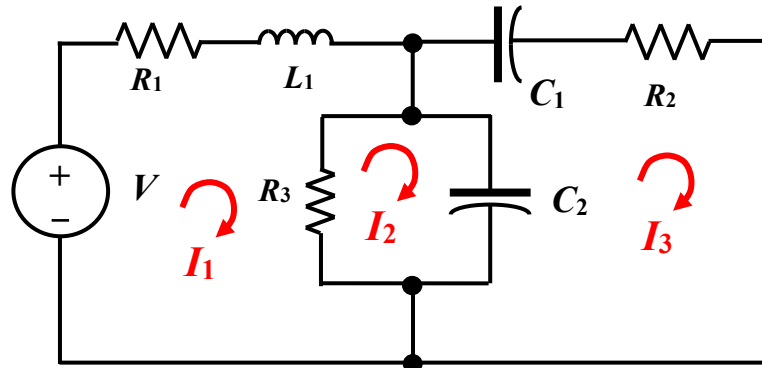
Το ρεύμα που διαρρέει τον αντιστάτη των $12\ \Omega$ ταυτίζεται τώρα με το ρεύμα που διαρρέει τον επαγωγό οπότε

$$i_{12\Omega}(t) = 1,473 e^{-14(t-0,051)} \text{ A}, \quad t > 0,051 \text{ s}$$



ΘΕΜΑ 4. [30%]

Για το πιο κάτω κύκλωμα (στο οποίο δεν υπάρχει αρχικά αποθηκευμένη ενέργεια) καταστρώστε σε μορφή πίνακα (1) τις εξισώσεις κομβικών τάσεων και (2) τις εξισώσεις βροχικών εντάσεων
Απλά καταστρώστε τις εξισώσεις σε μορφή γραμμικού συστήματος και **μη** δοκιμάσετε να τις λύσετε.

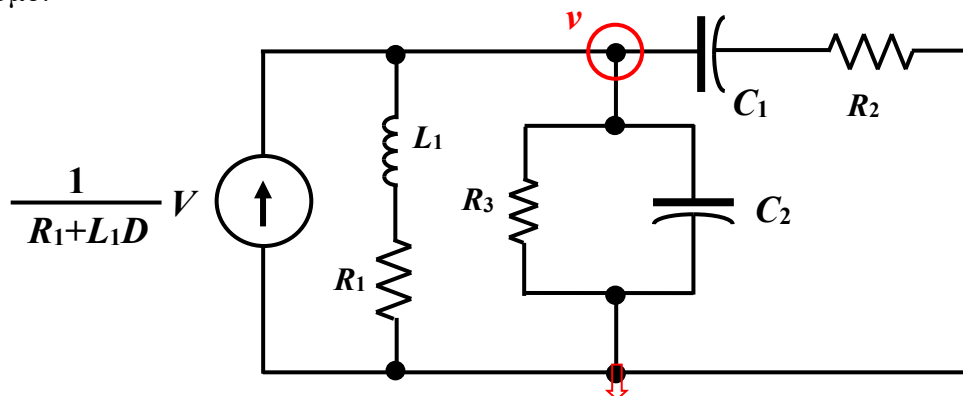


ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για βροχικές εντάσεις έχω

$$\begin{pmatrix} R_1 + L_1 D + R_3 & -R_3 & 0 \\ -R_3 & R_3 + \frac{1}{C_2 D} & \frac{-1}{C_2 D} \\ 0 & \frac{-1}{C_2 D} & \frac{1}{C_2 D} + \frac{1}{C_1 D} + R_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Για κομβικές τάσεις πρέπει να υπάρχουν μόνο πηγές ρεύματος στο κύκλωμα οπότε κάνω τον κατάλληλο μετασχηματισμό:



Υπάρχει μόνο ένας κόμβος, οπότε:

$$\left(\frac{1}{R_1 + L_1 D} + \frac{1}{R_3} + C_2 D + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{C_1 D}} \right) v = \frac{1}{R_1 + L_1 D} V$$

Σημ.: Η V είναι γενικά συνάρτηση του χρόνου, δηλ. είναι $V(t)$.