

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟ ΓΕΝΙΚΟ ΠΛΑΝΟ

ΤΟ ΜΑΥΡΟ ΚΟΥΤΙ



1. Το περιεχόμενο του μαύρου κουτιού
(απλά ηλεκτρικά στοιχεία)



2. Είσοδος: σήματα (κυματομορφές) διέγερσης

3. Έξοδος: απόκριση



i. Κυκλώματα με πηγές και αντιστάσεις ΜΟΝΟ

ii. Κυκλώματα με στοιχεία που αποθηκεύουν ενέργεια

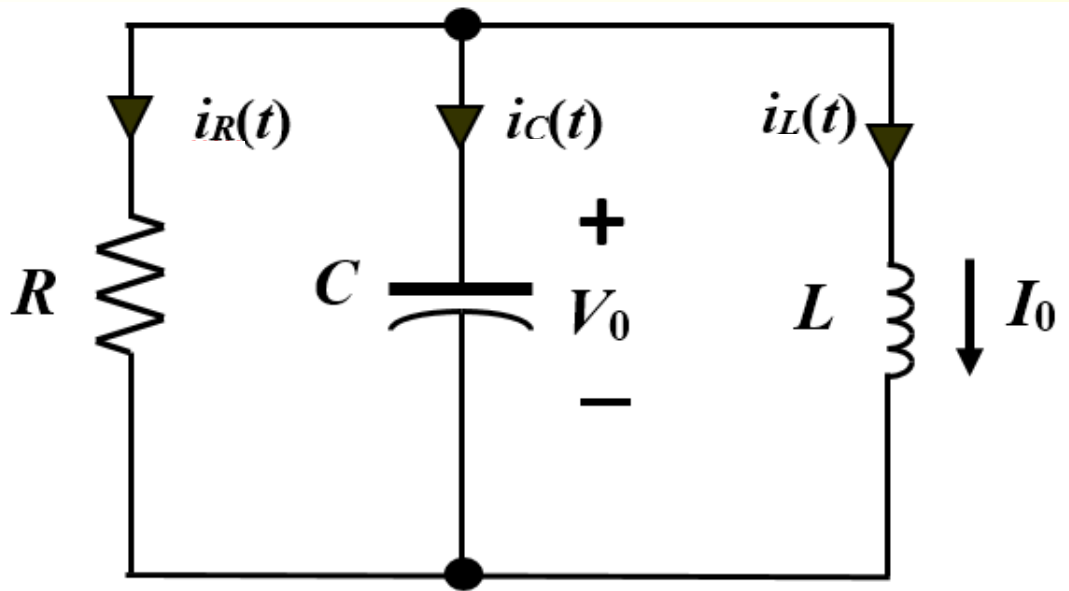
ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ
ΜΕ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ
ΑΠΟΘΗΚΕΥΟΥΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

KYKΛΩΜΑ RLC

ΚΥΚΛΩΜΑ RLC ΑΜΔ

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

- Το παράλληλο κύκλωμα RLC χωρίς διέγερση αλλά με αρχικές συνθήκες ρεύμα I_0 στον επαγωγό και τάση V_0 στον πυκνωτή είναι:



$$v_R = Ri_R \quad i_R = Gv_R$$

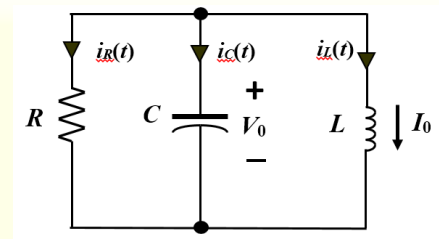
$$v_C = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i_C d\tau \quad v_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt} \quad i_L = I_0 + \frac{1}{L} \int_0^t v_L d\tau$$

$$v_R = v_C = v_L$$

$$i_R + i_C + i_L = 0$$

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ



- Επιλέγουμε τους νόμους τού Kirchhoff και 4 ακόμα σχέσεις για να υπολογίσουμε τους 6 αγνώστους (τάσεις και ρεύματα)
- Με αλγεβρικούς χειρισμούς θα μπορούσαμε να καταλήξουμε στην εξίσωση

$$C \frac{dv_C}{dt} + Gv_C + I_0 + \frac{1}{L} \int_0^t v_C d\tau = 0, \quad v_C(0) = V_0$$

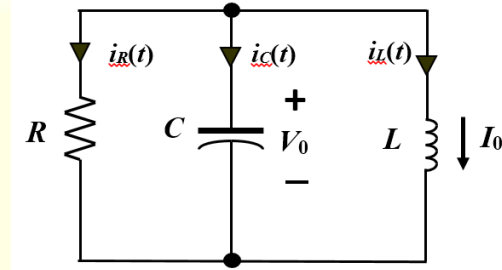
- ή στην εξίσωση

$$LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + GL \frac{di_L}{dt} + i_L = 0, \quad i_L(0) = I_0, \quad \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} = \frac{V_0}{L}$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} &= \frac{v_L(0)}{L} = \\ &= \frac{v_C(0)}{L} = \frac{V_0}{L} \end{aligned}$$

- Θα προτιμήσουμε να δουλέψουμε με τη διαφορική εξίσωση

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ



- Μετασχηματίζουμε ελαφρά τη διαφορική εξίσωση

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{G}{C} \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} i_L = 0, \quad i_L(0) = I_0, \quad \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} = \frac{V_0}{L}$$

- Και ακόμα περισσότερο για σύνδεση με φυσικές ποσότητες:

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 2\alpha \frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 i_L = 0, \quad i_L(0) = I_0, \quad \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} = \frac{V_0}{L}$$

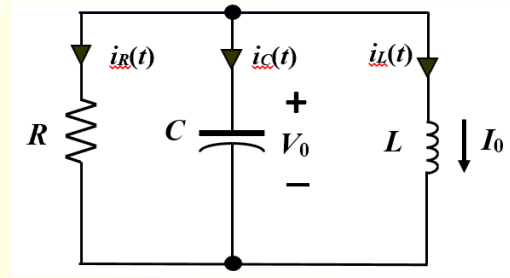
- α : Ο **συντελεστής απόσβεσης** (damping)

$$\alpha_{\text{ΠΑΡΑΛ}} = G/(2C) = \frac{1}{2RC}$$

- ω_0 : Η **συχνότητα συντονισμού** (resonant angular frequency)

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ



- Λύνουμε τη διαφορική εξίσωση:

$$i_L(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$$

- όπου s_1 και s_2 οι λύσεις τού χαρακτηριστικού πολυωνύμου

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2$$

- Διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις:

➤ **ΥΠΕΡΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ:** $\alpha > \omega_0$

(Overdamped)

➤ **ΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ:** $\alpha = \omega_0$

(Critically Damped)

➤ **ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ:** $\alpha < \omega_0$

(Underdamped)

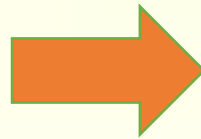
ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

- **ΥΠΕΡΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: $\alpha > \omega_0$:**
- Οι λύσεις τού χαρακτηριστικού πολυωνύμου

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

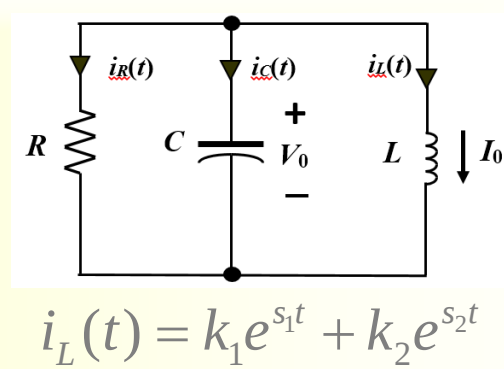
- Οπότε:

$$\begin{aligned} k_1 + k_2 &= I_0 \\ k_1 s_1 + k_2 s_2 &= \frac{V_0}{L} \end{aligned}$$

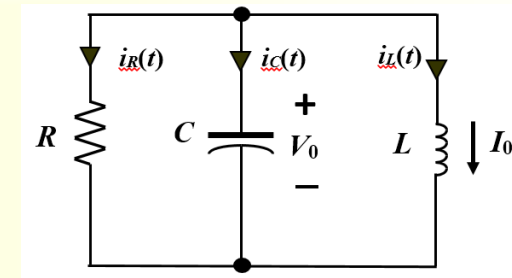


$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{V_0}{L} - s_2 I_0 \right) \\ k_2 &= \frac{1}{s_2 - s_1} \left(\frac{V_0}{L} - s_1 I_0 \right) \end{aligned}$$

$$i_L(t) = \frac{V_0}{L(s_1 - s_2)} (e^{s_1 t} - e^{s_2 t}) + \frac{I_0}{L(s_1 - s_2)} (s_1 e^{s_2 t} - s_2 e^{s_1 t})$$



ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ



$$i_L(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$$

- **ΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ:** $\alpha = \omega_0$:

- Τότε $i_L(t) = (K_1 + K_2 t) e^{-\alpha t}$

- Υπάρχει μια διπλή ρίζα τού χαρακτηριστικού πολυωνύμου που είναι πραγματική και αρνητική $s_{1,2} = -\alpha$

- Οπότε:
$$K_1 = I_0$$
$$K_2 = \frac{V_0}{L} + I_0 \alpha$$

- Και

$$i_L(t) = \left[I_0 + \left(\frac{V_0}{L} + I_0 \alpha \right) t \right] e^{-\alpha t}$$

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

- ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: $\alpha < \omega_0$:

- Οι λύσεις τού χαρακτηριστικού πολυωνύμου

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -\alpha \pm j\omega_d$$

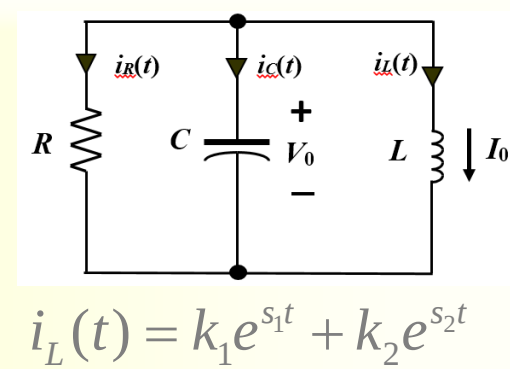
- Όπου ω_d είναι η **αποσβεσμένη συχνότητα** (damped angular frequency):

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{|\alpha^2 - \omega_0^2|}$$

- Η λύση δίνεται πάλι σαν

$$i_L(t) = M_1 e^{s_1 t} + M_2 e^{s_2 t}$$

αλλά τώρα οι ρίζες είναι μιγαδικές



ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

- ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: $\alpha < \omega_0$:

$$i_L(t) = M_1 e^{(-\alpha + j\omega_d)t} + M_2 e^{(-\alpha - j\omega_d)t} \quad [M_1, M_2 \in \mathbb{C}, \bar{M}_1 = M_2]$$

$$= e^{-\alpha t} (M_1 e^{j\omega_d t} + M_2 e^{-j\omega_d t})$$

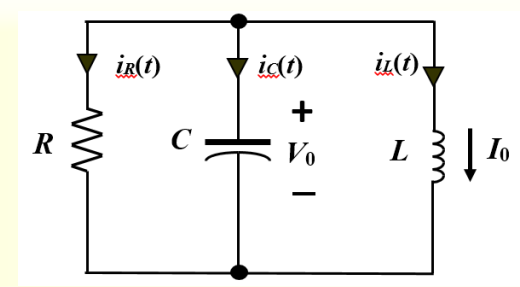
$$= e^{-\alpha t} [M_1 \cos(\omega_d t) + jM_1 \sin(\omega_d t) + M_2 \cos(\omega_d t) - jM_2 \sin(\omega_d t)]$$

$$= e^{-\alpha t} [(M_1 + M_2) \cos(\omega_d t) + j(M_1 - M_2) \sin(\omega_d t)]$$

Επειδή το τελικό αποτέλεσμα πρέπει να είναι πραγματικό:

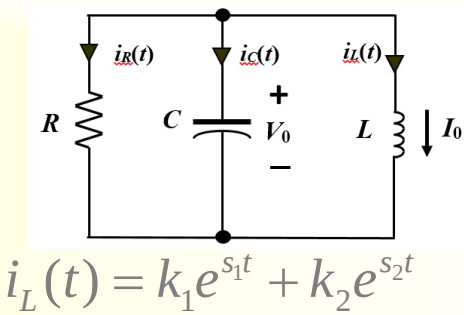
$$i_L(t) = e^{-\alpha t} [(M_1 + M_2) \cos(\omega_d t) + j(M_1 - M_2) \sin(\omega_d t)]$$

$$= e^{-\alpha t} N \cos(\omega_d t - \varphi)$$



$$i_L(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$$

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ



- **ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ:** $\alpha < \omega_0$:

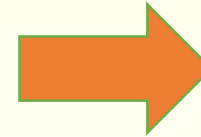
- Επειδή το τελικό αποτέλεσμα πρέπει να είναι πραγματικό:

$$i_L(t) = e^{-\alpha t} \left[N_{\text{Re}} \cos(\omega_d t) + j N_{\text{Im}} \sin(\omega_d t) \right] = e^{-\alpha t} N \cos(\omega_d t - \varphi)$$

- Και επιλέγουμε

$$M_1 = \frac{1}{2} (N_{\text{Re}} - j N_{\text{Im}})$$

$$M_2 = \frac{1}{2} (N_{\text{Re}} + j N_{\text{Im}})$$



$$M_1 + M_2 = N_{\text{Re}}$$

$$M_1 - M_2 = -j N_{\text{Im}}$$

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

- ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: $\alpha < \omega_0$:

- ΠΑΡΕΝΘΕΣΗ: Το **θεώρημα της Αρμονικής Πρόσθεσης**

$$A \cos(x) + B \sin(x) = C \cos(x + \xi) \Rightarrow$$

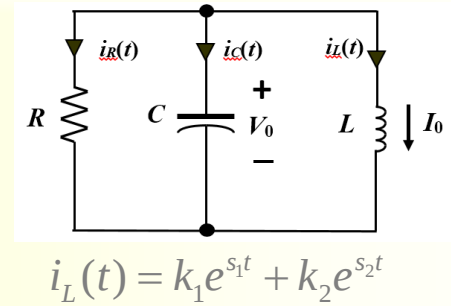
$$A \cos(x) + B \sin(x) = C \cos(x) \cos(\xi) - C \sin(x) \sin(\xi) \Rightarrow$$

$$A \cos(x) + B \sin(x) = [C \cos(\xi)] \cos(x) - [C \sin(\xi)] \sin(x) \Rightarrow$$

$$\dots \rightarrow \left. \begin{array}{l} A^2 + B^2 = C^2 \\ \tan(\xi) = -\frac{B}{A} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} C = \pm \sqrt{A^2 + B^2} \\ \xi = \tan^{-1}\left(\frac{-B}{A}\right) \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$A \cos(x) + B \sin(x) = \text{Sign}(A) \sqrt{A^2 + B^2} \cos\left(x + \tan^{-1}\left(\frac{-B}{A}\right)\right)$$

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ



- **ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: $\alpha < \omega_0$:**

- Επειδή το τελικό αποτέλεσμα πρέπει να είναι πραγματικό:

$$i_L(t) = e^{-\alpha t} \sqrt{N_{\text{Re}}^2 + N_{\text{Im}}^2} \cos \left(\omega_d t - \tan^{-1} \left(\frac{N_{\text{Im}}}{N_{\text{Re}}} \right) \right) = e^{-\alpha t} N \cos(\omega_d t - \varphi)$$

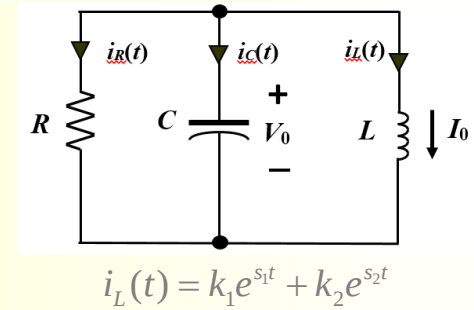
- Από τις αρχικές συνθήκες θα έχουμε ότι

$$N_{\text{Re}} = I_0 \quad N_{\text{Im}} = \frac{V_0}{L\omega_d} + \frac{\alpha I_0}{\omega_d}$$

- Και τελικά:

$$\begin{aligned} i_L(t) &= e^{-\alpha t} \sqrt{I_0^2 + \frac{1}{\omega_d^2} \left(\frac{V_0}{L} + \alpha I_0 \right)^2} \cos \left(\omega_d t - \tan^{-1} \left[\frac{1}{\omega_d} \left(\frac{V_0}{LI_0} + \alpha \right) \right] \right) \\ &= e^{-\alpha t} \left[I_0 \cos(\omega_d t) + \left(\frac{V_0}{L\omega_d} + \frac{\alpha I_0}{\omega_d} \right) \sin(\omega_d t) \right] \end{aligned}$$

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ



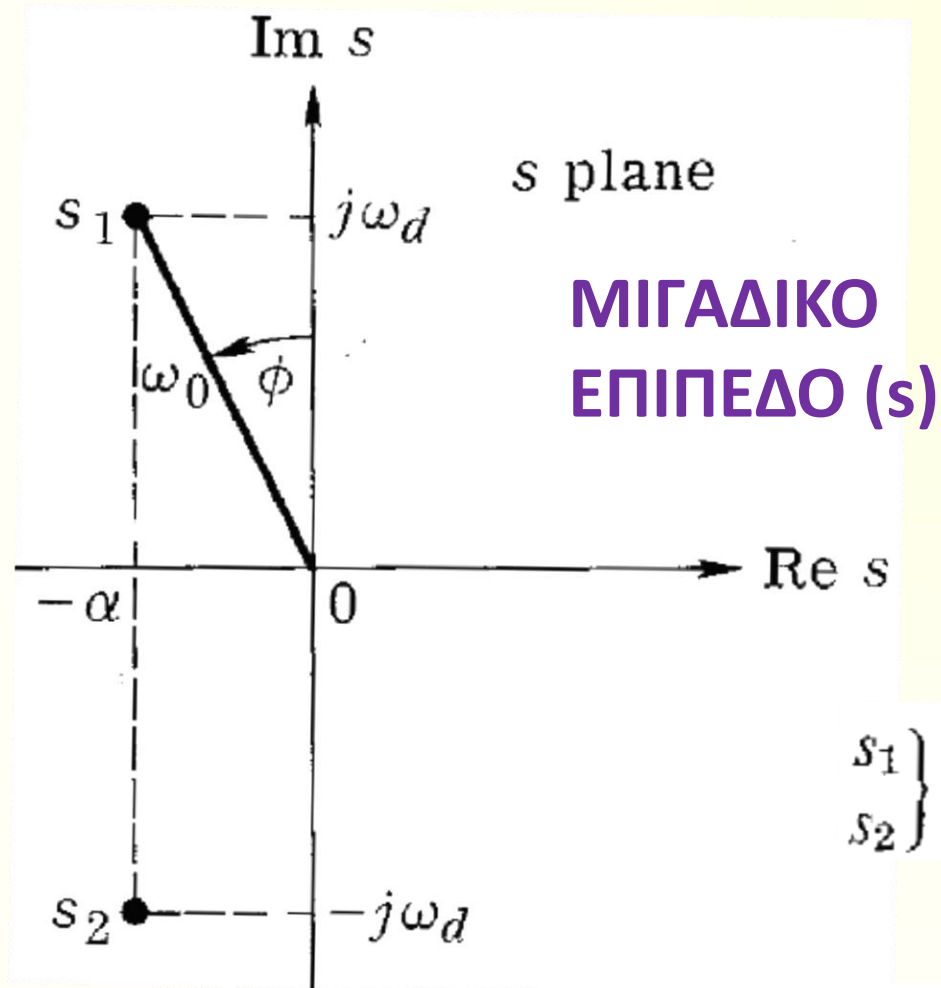
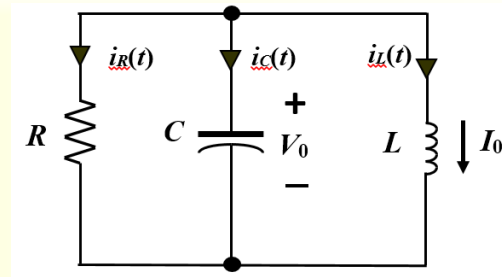
- «ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΗ» ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: $\alpha = 0$:
- Με μηδενική απόσβεση το κύκλωμα γίνεται ένας **καθαρός ταλαντωτής** ($\omega_d = \omega_0$)

$$i_L(t) = I_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{V_0}{\omega_0 L} \sin(\omega_0 t)$$

- Πρακτικά αυτό είναι αδύνατο—πάντα θα υπάρχει απόσβεση

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Όλα τα παραπάνω με πλήρη λεπτομέρεια [εδώ](#)

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

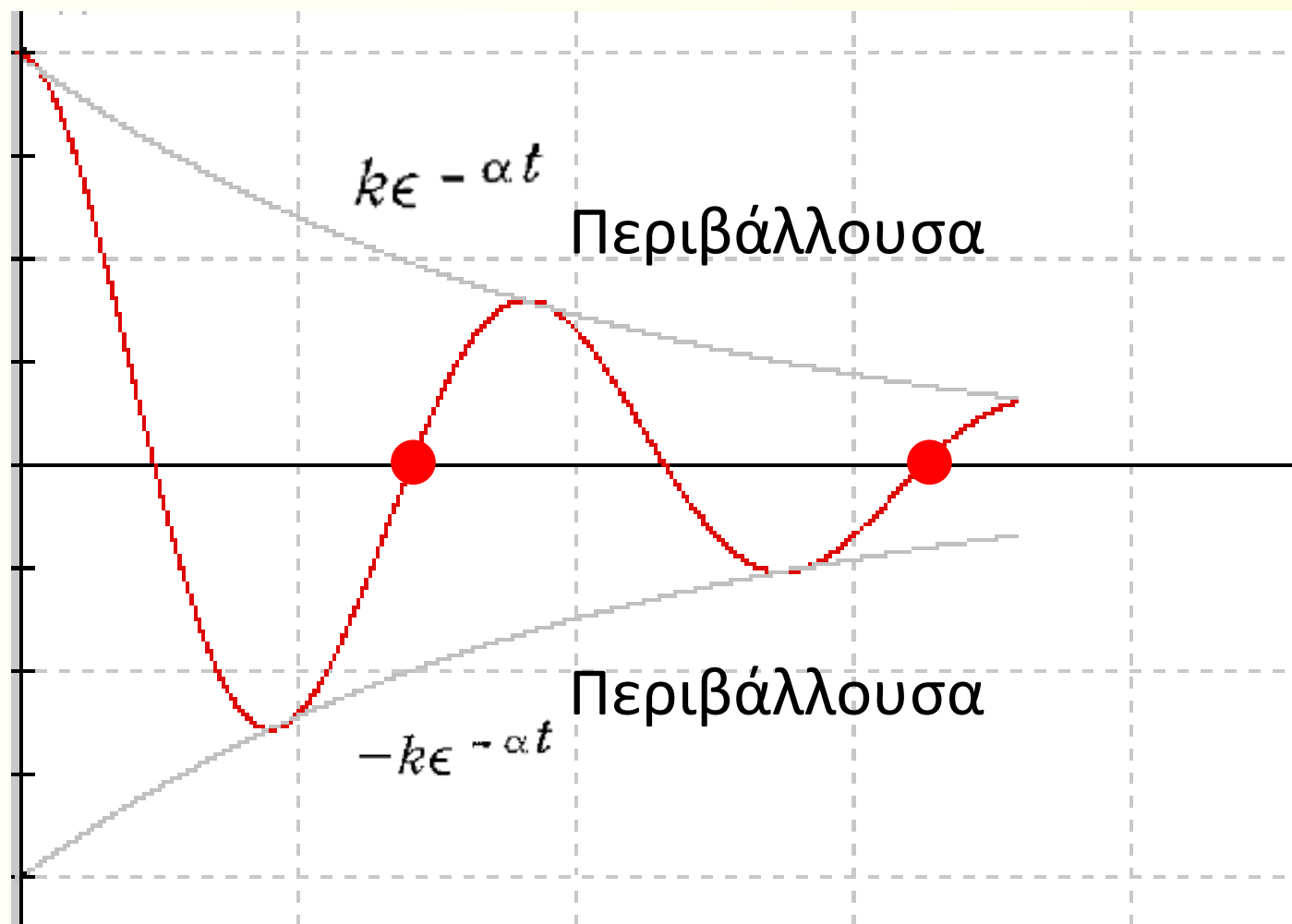
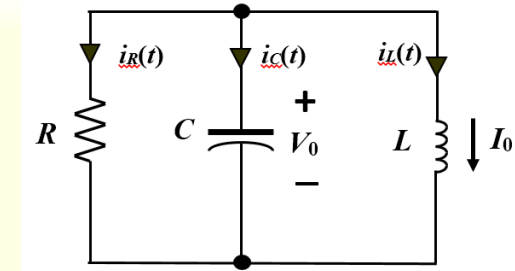


$$\left. \begin{matrix} s_1 \\ s_2 \end{matrix} \right\} = -\alpha \pm j\omega_d = \omega_0 e^{\pm j(\pi/2 + \phi)}, \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_d^2 + \alpha^2}$$

$$\tan \phi = \alpha / \omega_d$$

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: $\alpha < \omega_0$

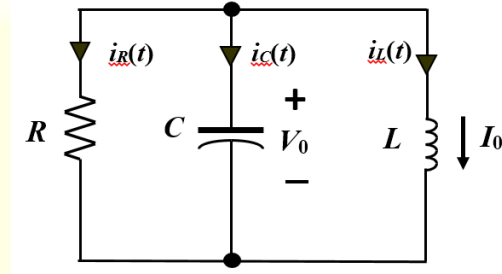


● Περίοδος = $\frac{2\pi}{\omega_d}$

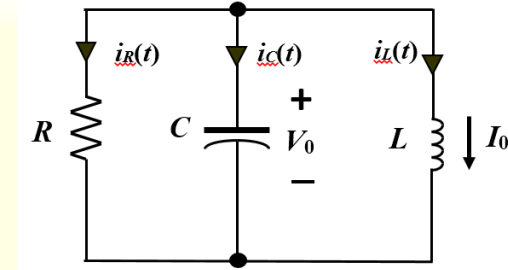
ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

• ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ

- ΥΠΕΡΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: $\alpha > \omega_0$
- ΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: $\alpha = \omega_0$
- ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ: $\alpha < \omega_0$



ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

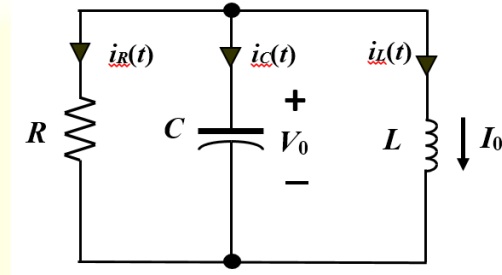


•ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ

ΑΠΟΚΡΙΣΗ	ΣΥΝΘΗΚΗ	ΦΥΣΗ ΡΙΖΩΝ	ΘΕΣΗ ΡΙΖΩΝ	ΑΠΟΚΡΙΣΗ: ΛΥΣΗ	ΑΠΟΚΡΙΣΗ: ΜΟΡΦΗ
ΥΠΕΡΚΡΙΣΙΜΗ	$\alpha > \omega_0$	Πραγματικές Αρνητικές		$k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$	
ΚΡΙΣΙΜΗ	$\alpha = \omega_0$	Διπλή αρνητική Πραγματική ρίζα		$(K_1 + K_2 t) e^{-\alpha t}$	
ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ	$\alpha < \omega_0$	Μιγαδικές συζυγείς		$k e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t - \vartheta)$	
ΧΩΡΙΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗ	$\alpha = 0$	Φανταστικές συζυγείς		$k \cos(\omega_0 t - \vartheta)$	

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

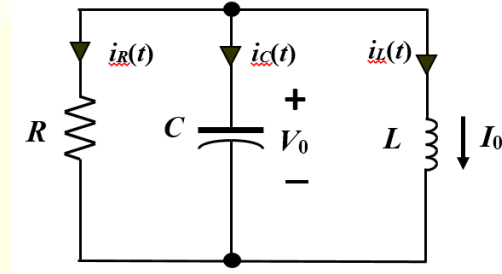
ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ Q



- Με αρχικές συνθήκες I_0 και V_0 , η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο παράλληλο RLC είναι:
$$\frac{1}{2}LI_0^2 + \frac{1}{2}CV_0^2$$
- Στην υποκρίσιμη περίπτωση, με την πάροδο του χρόνου η ενέργεια μεταβιβάζεται από τον πυκνωτή στο πηνίο και αντίστροφα (με γωνιακή συχνότητα ω_d) ενώ η αντίσταση καταναλώνει σε θερμότητα («απόσβεση») μέρος τής ενέργειας αυτής
- Στις άλλες δυο περιπτώσεις δεν υπάρχει ολοκληρωμένη ανταλλαγή μεταξύ L και C

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ Q



- Ορίζουμε ένα νέο μέγεθος που συμβολίζουμε με Q και αποκαλούμε **συντελεστή ποιότητας** (quality coefficient), που συνδέει την απόσβεση α με τη συχνότητα συντονισμού ω_0

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{\omega_0 C}{G} = \omega_0 C R$$

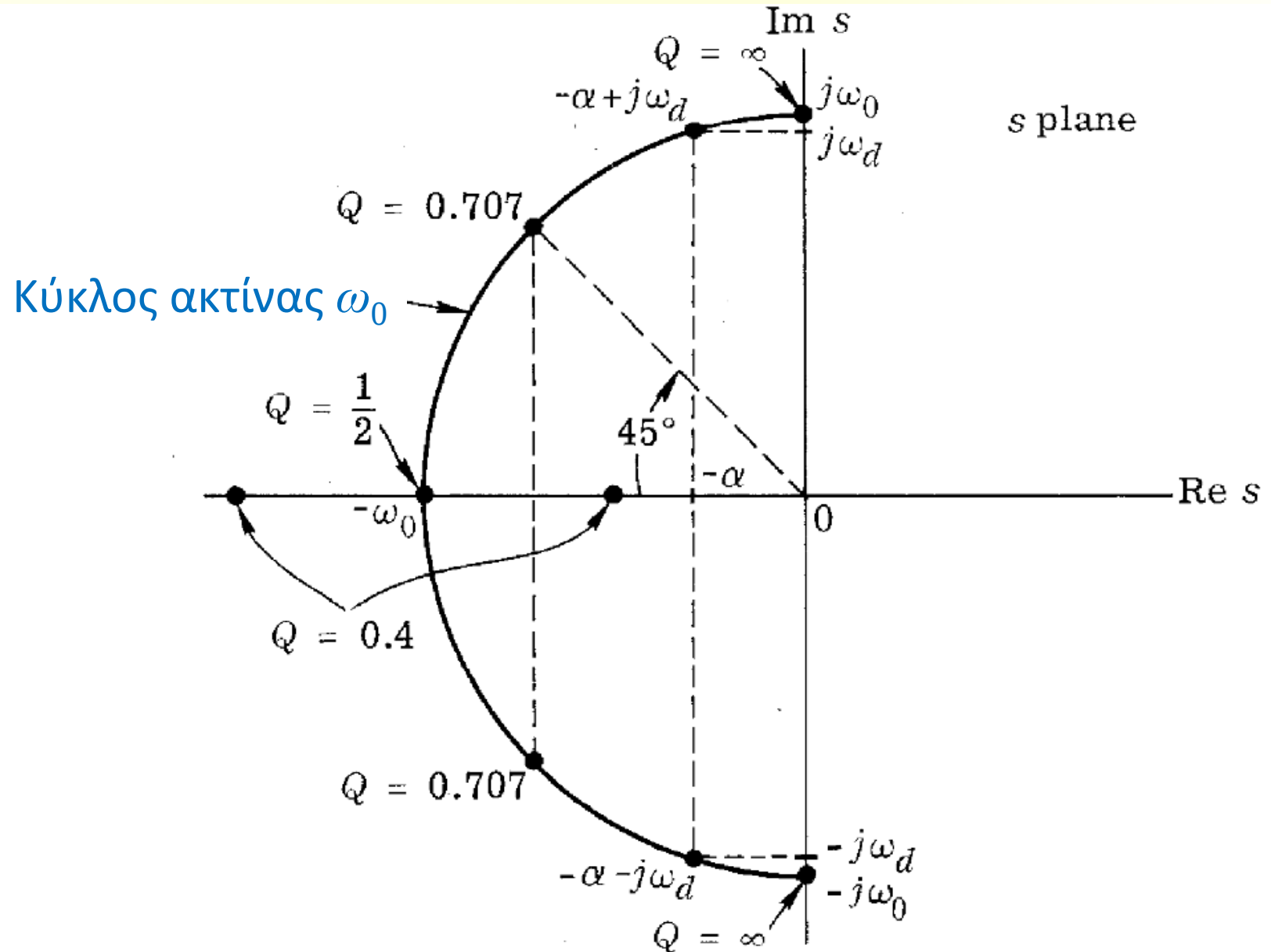
- Μικρότερη απόσβεση = καλύτερη ποιότητα
- **ΠΡΟΣΟΧΗ!:** Στο παράλληλο RLC για μικρότερη απόσβεση, αυξάνουμε την αντίσταση R : $R = \infty \Rightarrow \alpha = 0$

LC: “Tank Circuit”

ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ Q

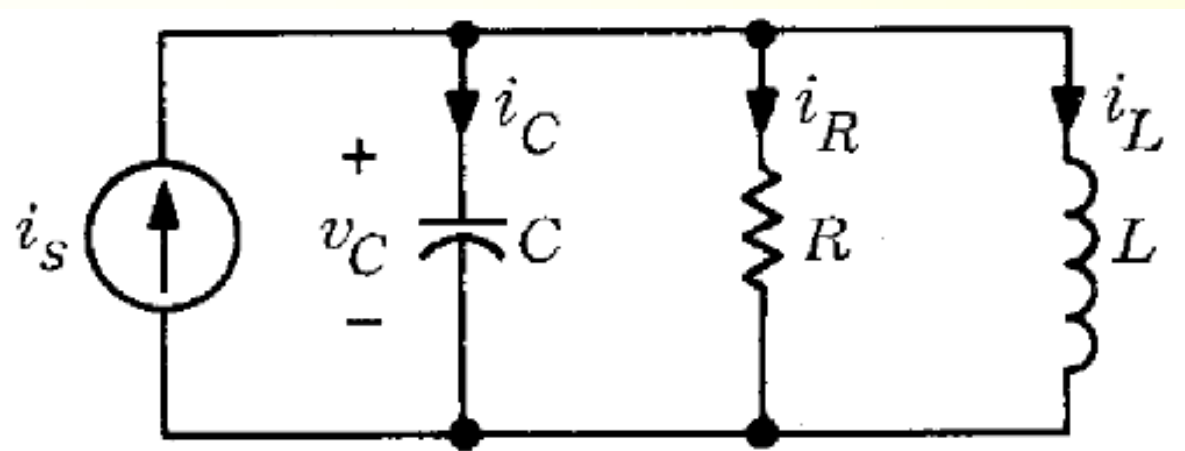
- Υπερκρίσιμη: $Q < \frac{1}{2}$
 - Κρίσιμη: $Q = \frac{1}{2}$
 - Υποκρίσιμη: $Q > \frac{1}{2}$
 - Χωρίς απώλειες: $Q = \infty$
-
- $Q \uparrow$: Το «ταξίδι» των ριζών



ΚΥΚΛΩΜΑ RLC ΑΜΚ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ

ΑΜΚ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

- Το παράλληλο κύκλωμα RLC με διέγερση αλλά με μηδενικές αρχικές συνθήκες:



$$v_R = Ri_R \quad i_R = Gv_R$$
$$v_C = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i_C d\tau \quad v_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt} \quad i_L = I_0 + \frac{1}{L} \int_0^t v_L d\tau$$

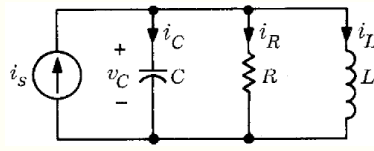
$$v_R = v_C = v_L$$

$$i_R + i_C + i_L = i_s$$

$$LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + GL \frac{di_L}{dt} + i_L = i_s, \quad i_L(0^-) = 0, \quad \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0^-} = 0$$

$$i_L(t) = i_h(t) + i_p(t)$$

ΑΜΚ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ



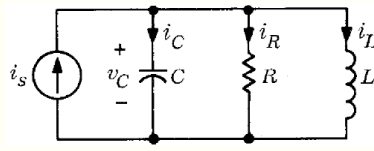
- Εφαρμόζουμε μια μοναδιαία βηματική σε παράλληλο κύκλωμα RLC με μηδενικές αρχικές συνθήκες:

$$LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + GL \frac{di_L}{dt} + i_L = u(t), \quad i_L(0^-) = 0, \quad \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0^-} = 0$$

$$\begin{aligned} i_L(t) &= i_h(t) + i_p(t) = (k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}) + 1 \\ &= (k + k't) e^{-\alpha t} + 1 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} i_L(0) &= k_1 + k_2 + 1 = 0 \\ \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} &\rightarrow k_1 s_1 + k_2 s_2 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} k_1 &= \frac{s_2}{s_1 - s_2} \\ k_2 &= \frac{-s_1}{s_1 - s_2} \end{aligned} \Rightarrow$$

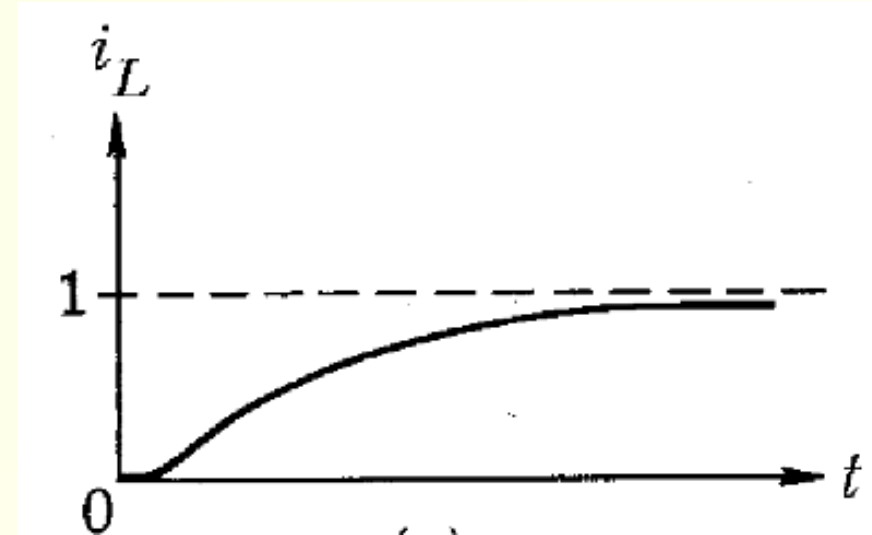
ΑΜΚ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ



- Τελικά:

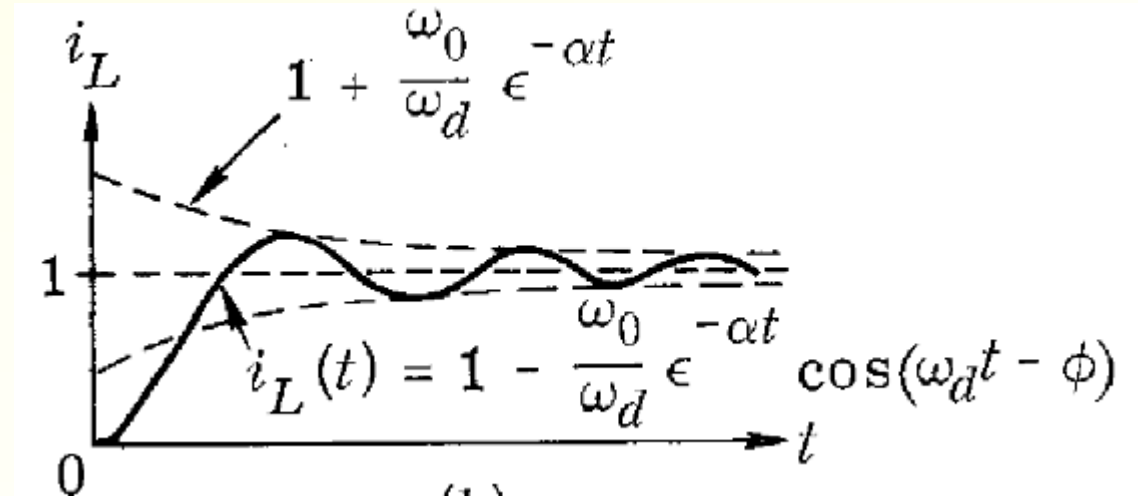
ΥΠΕΡΚΡΙΣΙΜΗ

$$i_L(t) = \left[\frac{1}{s_1 - s_2} (s_2 e^{s_1 t} - s_1 e^{s_2 t}) + 1 \right] u(t)$$

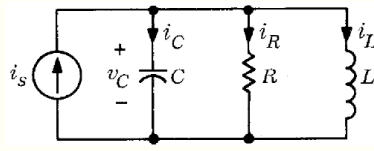


ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ

$$i_L(t) = \left[-\frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t - \phi) + 1 \right] u(t)$$

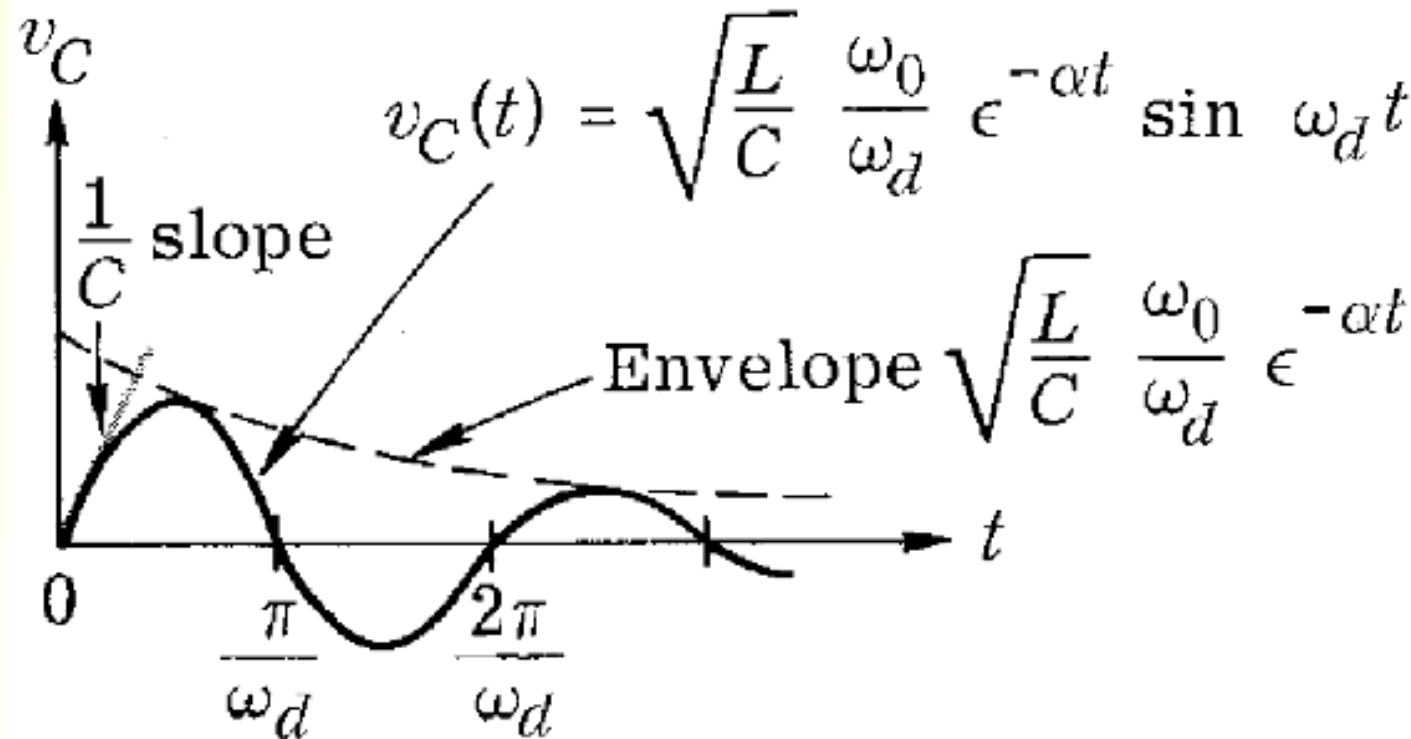


ΑΜΚ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ



- Και για την κοινή τάση:

$$\text{ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ: } v_C(t) = \left[\sqrt{\frac{L}{C}} \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t) \right] u(t)$$



ΑΜΚ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ

- **ΠΟΙΟΤΙΚΑ:**

- Το πηνίο είναι χωρίς ενέργεια, άρα στο $t = 0^+$ θα διατηρήσει το ρεύμα του στα 0 A (λόγω συνέχειας του ρεύματος επαγωγού)
- Ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος, άρα στο $t = 0^+$ θα διατηρήσει την τάση του στα 0 V (λόγω συνέχειας της τάσης πυκνωτή)
- Εφόσον η τάση είναι 0 και η αντίσταση αναγκαστικά θα έχει 0 ρεύμα (Ohm)
- Τι θα συμβεί με αυτές τις συνθήκες; **Όλο το ρεύμα** της πηγής θα περάσει από τον πυκνωτή στο $t = 0^+$ (NPK) και ο πυκνωτής θα αρχίσει να φορτίζεται
- Εξαιτίας της φόρτισης, η τάση v θα αυξηθεί όπως επίσης και το ρεύμα της αντίστασης και το ρεύμα στο πηνίο
- Μετά την παρέλευση αρκετού χρόνου (άπειρου στη θεωρία), το πηνίο έχει καταστεί βραχυκύκλωμα
- Τότε, ο πυκνωτής και η αντίσταση είναι βραχυκυκλωμένοι και πρακτικά η τάση τους είναι ουσιαστικά 0 (τέλος μεταβατικού σταδίου = μόνιμη κατάσταση)
- **Παρατηρήστε τη διαφορά με το RC!**

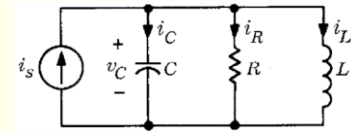
ΚΥΚΛΩΜΑ RLC
ΠΛΗΡΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗ
ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ:
 $= AM\Delta + AMK$

ΚΥΚΛΩΜΑ RLC ΑΜΚ ΣΕ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗ **ΑΝΑΒΑΛΛΕΤΑΙ**

ΚΥΚΛΩΜΑ RLC

ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ

ΚΥΚΛΩΜΑ RLC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ

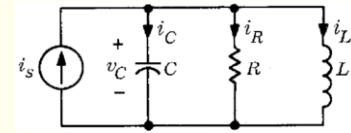


- Δεδομένου ότι εξετάζουμε κρουστική διέγερση, αυτόματα θεωρούμε ότι το κύκλωμα είναι σε ηρεμία (μηδενικές αρχικές συνθήκες)
- Τότε:

$$LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + GL \frac{di_L}{dt} + i_L = \delta(t), \quad i_L(0^-) = 0, \quad \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0^-} = 0$$

- Ας περιοριστούμε στην υποκρίσιμη περίπτωση
- Ας ακολουθήσουμε την προσέγγιση με την ΑΜΔ για $t \geq 0^+$ μετά από τη δημιουργία μιας αρχικής συνθήκης στο $t = 0$ από τη δ
- Ο υπολογισμός τής αρχικής συνθήκης θα γίνει με ολοκλήρωση από 0^- έως 0^+

ΚΥΚΛΩΜΑ RLC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ



- Ολοκληρώνουμε για χρόνο 0^- έως 0^+ :

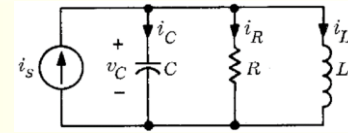
$$LC \frac{di_L}{dt}(0^+) - LC \frac{di_L}{dt}(0^-) + GLi_L(0^+) - GLi_L(0^-) + \int_{0^-}^{0^+} i_L(\tau) d\tau = 1 \Rightarrow$$

$$LC \frac{di_L}{dt}(0^+) - LC \cdot 0 + GL \cdot 0 - GL \cdot 0 + 0 = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{di_L}{dt}(0^+) = \frac{1}{LC}$$

- όπου εκμεταλλευθήκαμε τη συνέχεια της i_L για να διαπιστώσουμε ότι το ολοκλήρωμα είναι ίσο με 0 και φυσικά το ότι $i_L(0^+) = i_L(0^-)$

ΚΥΚΛΩΜΑ RLC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ



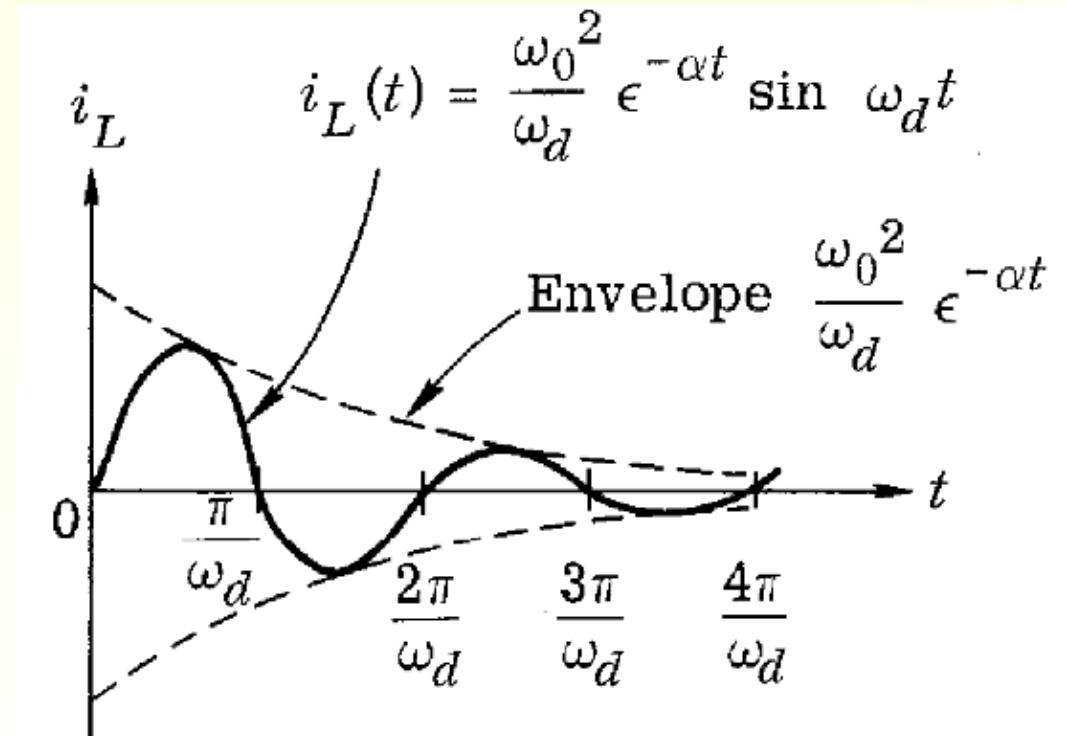
- Οπότε το αρχικό πρόβλημα μετασχηματίστηκε στο

$$LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + GL \frac{di_L}{dt} + i_L = 0, \quad i_L(0^+) = 0, \quad \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0^+} = \frac{1}{LC}$$

- που μας δίνει:

ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ

$$i_L(t) = \frac{\omega_0^2}{\omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t) u(t)$$

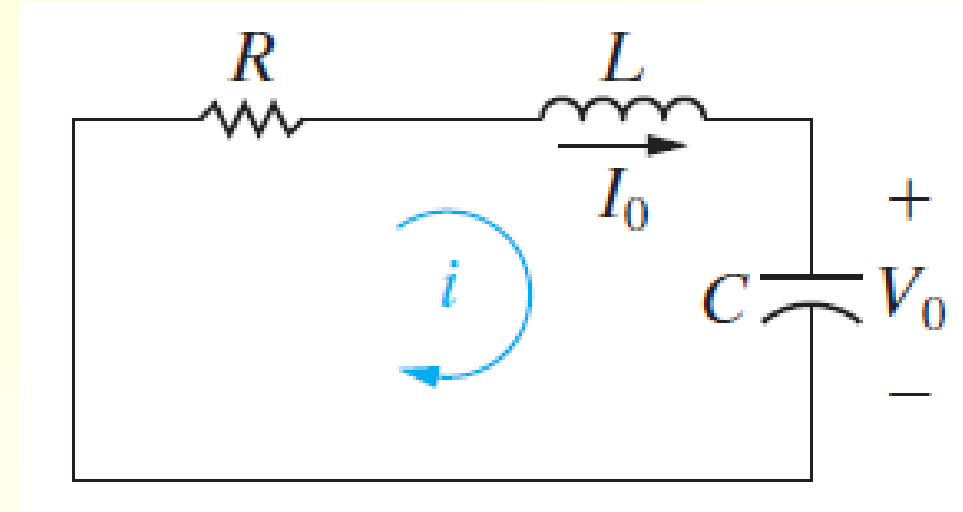


ΑΜΔ ΓΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑ RLC—ΣΕΙΡΙΑΚΟ

- Το σειριακό κύκλωμα RLC χωρίς διέγερση αλλά με αρχικές συνθήκες ρεύμα I_0 στον επαγωγό και τάση V_0 στον πυκνωτή είναι:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0$$

- α : Ο συντελεστής απόσβεσης $\alpha_{\text{ΣΕΙΡ}} = \frac{R}{2L}$
- ω_0 : Η συχνότητα συντονισμού $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$



$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv_C}{dt} + \omega_0^2 v_C = 0, \quad v_C(0) = V_0, \quad \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{t=0} = \frac{I_0}{C}$$

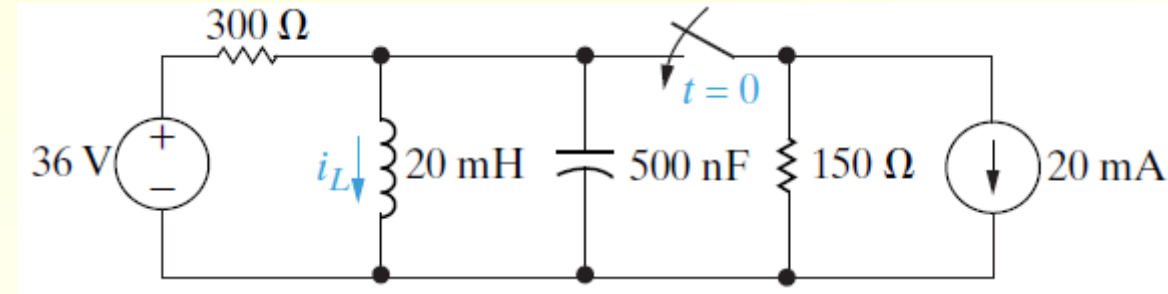
ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ 2^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ

ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ 2^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ

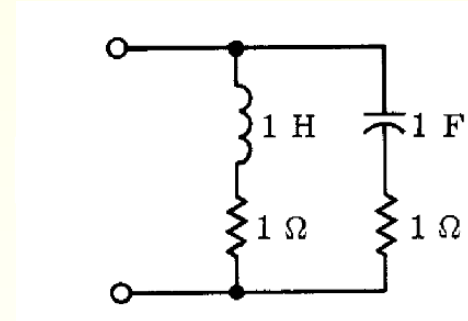
- Το κύκλωμα RLC είναι μια ειδική περίπτωση ενός κυκλώματος δεύτερης τάξης
- Το κύκλωμα RLC περιέχει δυο στοιχεία που αποθηκεύουν ενέργεια (πυκνωτής και πηνίο) και **μία μόνο αντίσταση**

- **Παραδείγματα κυκλωμάτων 2^{ης} τάξης:**

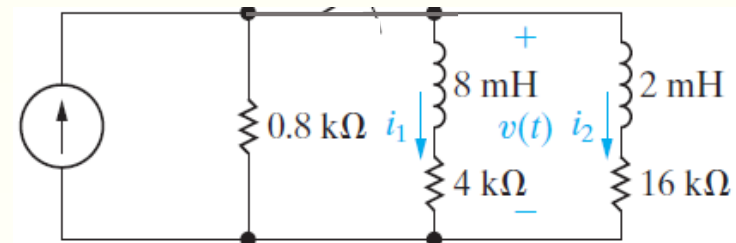
- Κύκλωμα 2^{ης} τάξης που ανάγεται σε RLC



- Κύκλωμα 2^{ης} τάξης που δεν ανάγεται σε RLC



- Κύκλωμα 2^{ης} τάξης που δεν απλοποιείται



ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ 2^{ΗΣ} ΤΑΞΗΣ

- Σε κάθε περίπτωση, η λύση για ένα κύκλωμα δεύτερης τάξης συμπεριλαμβανομένων των RLC (παράλληλο και σειριακό) καταλήγει σε μια διαφορική εξίσωση 2^{ης} τάξης (x : τάση ή ρεύμα) τής μορφής:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f(t), \quad x(0) = X_0, \quad \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = X_{00}$$

- Η λύση αυτή θα είναι το άθροισμα της λύσης τής ομογενούς και μιας μερικής λύσης
- **ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ**: Ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση που η είσοδος περιέχει ημιτονοειδές σήμα ίδιας συχνότητας με τη συχνότητα συντονισμού ω_0
- Βλ. Μάργαρη, υποκεφάλαια 19.4-1 έως και 3, σελ. 767-776
- (Το φαινόμενο του **συντονισμού** θα εξεταστεί λίγο αργότερα σε πιο πρακτικό πλαίσιο)

ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ

ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ

- Κυκλώματα ανώτερης τάξης θεωρούμε αυτά που έχουν τρία ή περισσότερα στοιχεία που αποθηκεύουν ενέργεια
- Η εκτίμηση της πολυπλοκότητας με βάση την τάξη δεν είναι απόλυτη αλλά συνιστά μια καλή ένδειξη
- [Ας σκεφτούμε βέβαια πόσο πολύπλοκο είναι ένα κύκλωμα με δυο-τρεις πυκνωτές και 5000 αντιστάσεις...]
- Ένα κύκλωμα τάξης n θα απαιτήσει τη λύση μιας διαφορικής εξίσωσης τάξης n (το πολύ) τής μορφής:

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 \dot{y} + a_0 y = g(t)$$

ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ

- Μπορούμε να καταστρώσουμε εξισώσεις για κυκλώματα ανώτερης τάξης με τις γνωστές τεχνικές (ΚΤ και ΒΕ με το κατάλληλο είδος πηγής)
- Η μόνη διευκόλυνση που μπορούμε να κάνουμε είναι να χρησιμοποιήσουμε μια συντομογραφία για τις διαφορικές και ολοκληρωτικές σχέσεις που περιγράφουν τις σχέσεις τάσης-ρεύματος
- Η συντομογραφία έχει το πλεονέκτημα ότι μπορούμε εύκολα να χειριστούμε αλγεβρικά τις εκφράσεις που προκύπτουν
- Ότι ακολουθεί υπάρχει στο http://sml.ece.upatras.gr/images/UploadedFiles/ilektrika-kyklomata_i/telestes.doc

ΤΕΛΕΣΤΕΣ

- Ορίζουμε:

Α. τον τελεστή παραγώγισης $\mathbf{D}$: $\mathbf{D} = \frac{d}{dt} \Rightarrow \mathbf{D} f(t) = \frac{d}{dt} f(t) = \dot{f}(t)$

Β. τον τελεστή ολοκλήρωσης $\mathbf{D}^{-1}$: $\mathbf{D}^{-1} f(x) = \frac{1}{\mathbf{D}} f(x) = \int_0^t f(x) dx$

και φυσικά θα ισχύει: $\mathbf{D}\mathbf{D}^{-1} f(x) = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{D}f(x) = f(x)$

➤ Οι τελεστές πρέπει ΠΑΝΤΑ να έχουν «στόχο»

- Με βάση τα παραπάνω, οι σχέσεις τάσης-ρεύματος για τα βασικά στοιχεία γίνονται:

ΤΕΛΕΣΤΕΣ

ΣΤΟΙΧΕΙΟ	ΓΕΝΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ	
	ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ	ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΔΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ
R	$v = Ri$	$i = Gv$
L	$v = L \frac{di}{dt}$	$i = I_0 + \frac{1}{L} \int_0^t v d\tau$
	$v = L\mathbf{D}i$	$i = I_0 + \frac{1}{L\mathbf{D}}v$
C	$v = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau$	$i = C \frac{dv}{dt}$
	$v = V_0 + \frac{1}{C\mathbf{D}}i$	$i = C\mathbf{D}v$

ΤΕΛΕΣΤΕΣ

- Οι νέες αυτές συμπαγείς ποσότητες που εμφανίζονται πιο πάνω, συνδέουν τάση και ρεύμα για κάθε στοιχείο
- Από τεχνική λοιπόν άποψη αντιστοιχούν σε μια μορφή αντίστασης (ή αγωγιμότητας)
- Επειδή όμως τους όρους «αντίσταση» και «αγωγιμότητα» τους συνδέουμε αποκλειστικά με το στοιχείο τής (ωμικής) αντίστασης, για τη γενική περίπτωση έχουμε υιοθετήσει τους όρους **«τελεστής εμπέδησης»** και **«τελεστής δεκτικότητας»**
- Άρα, έχουμε τώρα:

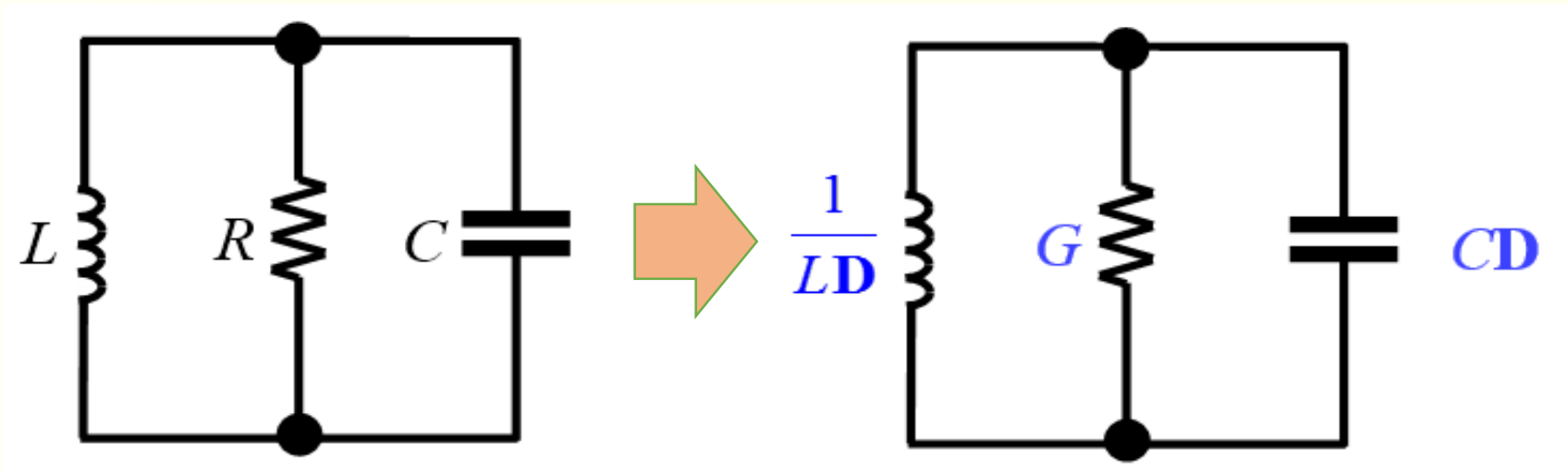
ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΣΤΟΙΧΕΙΟ	$v =$ ΤΕΛΕΣΤΗΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ $-i$	$i =$ ΤΕΛΕΣΤΗΣ ΔΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ $-v$
ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ	R	G
ΠΥΚΝΩΤΗΣ	$\frac{1}{CD}$	CD
ΕΠΑΓΩΓΟΣ	LD	$\frac{1}{LD}$

ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

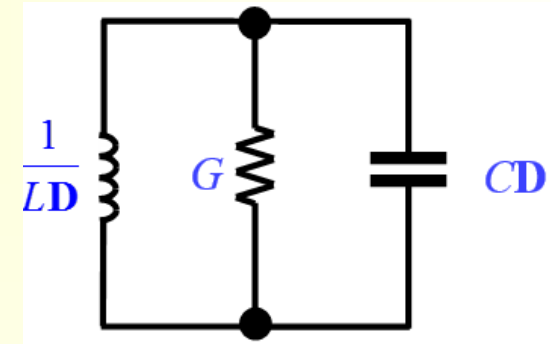
- ΕΦΑΡΜΟΓΗ

- Πώς μπορούμε να βρούμε εύκολα, γρήγορα και σίγουρα τη διαφορική εξίσωση που περιγράφει το παράλληλο κύκλωμα RLC;
- Απάντηση: απλά χρησιμοποιώντας τους **τελεστές δεκτικότητας** των στοιχείων και προσθέτοντάς τους (επειδή η σύνδεση είναι παράλληλη)



ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

- Έτσι, με τον Νόμο Ρευμάτων του Kirchhoff:



$$\frac{1}{LD}v + Gv + CDv = \left(\frac{1}{LD} + G + CD \right)v = 0 \Rightarrow \frac{LCD^2 + GLD + 1}{LD}v = 0$$

$$\Rightarrow LCD^2v + GLDv + v = 0$$

- Ή, φυσικά: $LC \frac{d^2v(t)}{dt^2} + GL \frac{dv(t)}{dt} + v(t) = 0$

ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ (ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ)

- Οι μέθοδοι ΚΤ και ΒΕ θα έχουν **την ίδια ακριβώς δομή και τον ίδιο τρόπο κατασκευής**

$$\begin{pmatrix} A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{ΚΤ} \\ \text{ή} \\ \text{ΒΕ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{είσοδοι} \end{pmatrix}$$

- Μόνο που τώρα η «(ωμική) αντίσταση κλάδου» θα αντικατασταθεί από τον «τελεστή εμπέδησης κλάδου» και
- η «(ωμική) αγωγιμότητα κλάδου» θα αντικατασταθεί από τον «τελεστή δεκτικότητας κλάδου»

ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ (ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ)

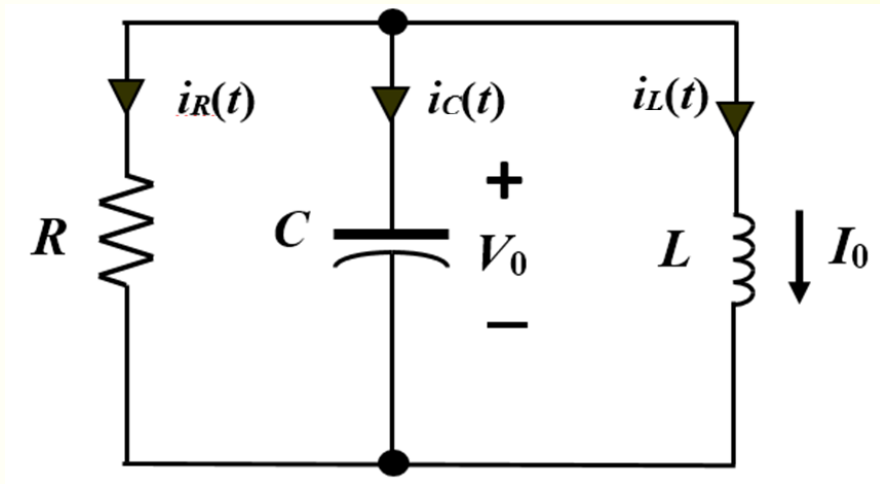
- Η επίλυση του γραμμικού συστήματος θα καταλήξει σε μια διαφορική εξίσωση που θα εμφανιστεί σαν πολυώνυμο του D
- Αυτή η διαφορική εξίσωση πρέπει να επιλυθεί και αυτό ακριβώς θα θέλαμε να αποφύγουμε...
- **Η συνέχεια στο επόμενο εξάμηνο (ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ II)**

ΠΡΙΝ ΠΡΟΧΩΡΗΣΟΥΜΕ: ΔΥΟ ΑΞΙΟΣΗΜΕΙΩΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΔΥΑΔΙΚΟΤΗΤΑ

(DUALITY)

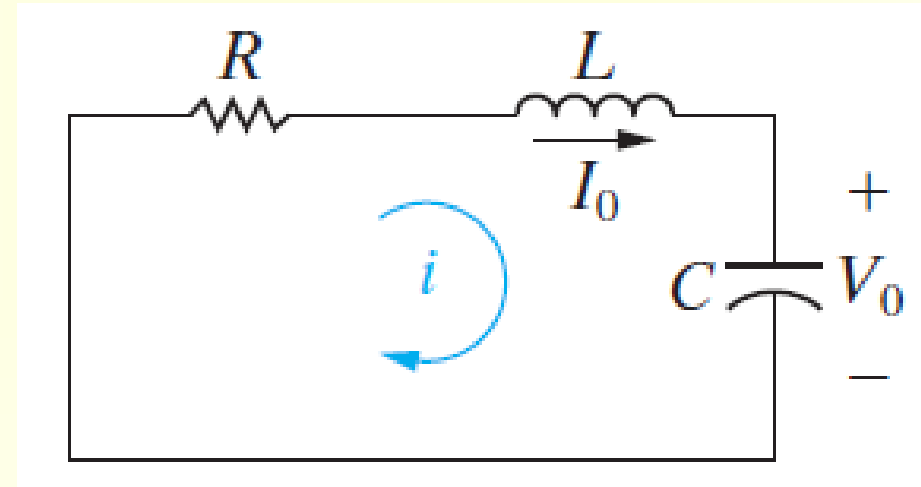
ΣΠΑΖΟΚΕΦΑΛΙΑ: ΒΡΕΙΤΕ ΤΙΣ ΟΜΟΙΟΤΗΤΕΣ!!



$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{G}{C} \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} i_L = 0$$

$$\alpha_{\text{ΠΑΡΑΛ}} = G/(2C) = \frac{1}{2RC}$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$



$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{LC} v_C = 0$$

$$\alpha_{\text{ΣΕΙΡ}} = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 2\alpha_{\text{Π}} \frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 i_L = 0, \quad i_L(0) = I_0, \quad \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} = \frac{V_0}{L}$$

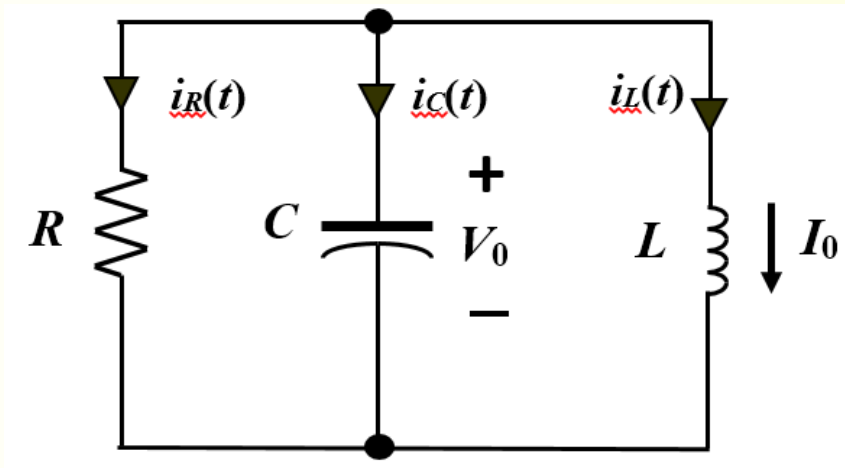
$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + 2\alpha_{\text{Σ}} \frac{dv_C}{dt} + \omega_0^2 v_C = 0, \quad v_C(0) = V_0, \quad \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{t=0} = \frac{I_0}{C}$$

ΔΥΑΔΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

- Μπορούμε να περάσουμε από τη μία μορφή στην άλλη ακολουθώντας τις παρακάτω («δυαδικές») σχέσεις:

ΔΥΑΔΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ	
ΝΟΜΟΣ ΤΑΣΕΩΝ KIRCHHOFF	ΝΟΜΟΣ ΡΕΥΜΑΤΩΝ KIRCHHOFF
ΡΕΥΜΑ	ΤΑΣΗ
ΒΡΟΧΟΣ (ΟΙ ΚΛΑΔΟΙ ΤΟΥ)	ΚΟΜΒΟΣ (ΜΕ ΤΟΥΣ ΚΛΑΔΟΥΣ ΤΟΥ)
ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΣΕΙΡΑ	ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ
ΠΗΝΙΟ L	ΠΥΚΝΩΤΗΣ C
ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ R	ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ G
ΠΗΓΗ ΤΑΣΗΣ	ΠΗΓΗ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

ΔΥΑΔΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

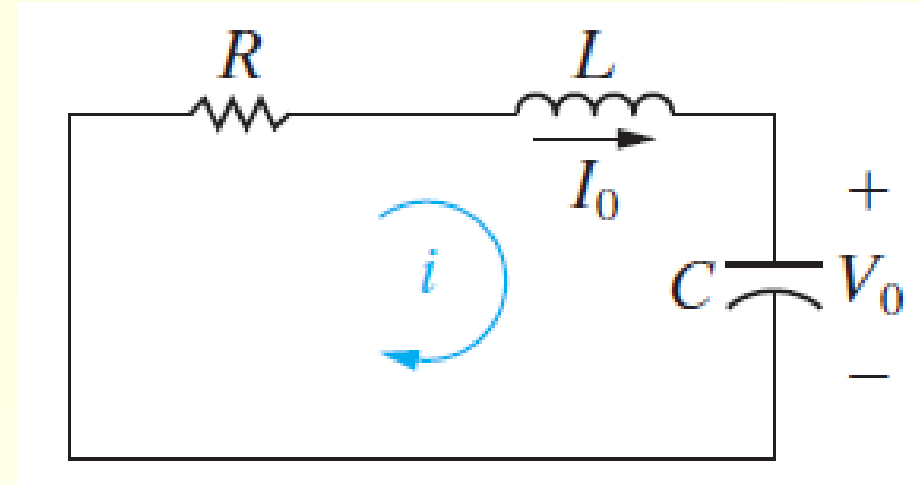


$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{G}{C} \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} i_L = 0$$

$$\alpha_{\text{ΠΑΡΑΛ}} = G/(2C) = \frac{1}{2RC}$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 2\alpha \frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 i_L = 0, \quad i_L(0) = I_0, \quad \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} = \frac{V_0}{L}$$



$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{LC} v_C = 0$$

$$\alpha_{\text{ΣΕΙΡ}} = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv_C}{dt} + \omega_0^2 v_C = 0, \quad v_C(0) = V_0, \quad \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{t=0} = \frac{I_0}{C}$$

ΔΥΑΔΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ	
ΝΟΜΟΣ ΤΑΣΕΩΝ KIRCHHOFF	ΝΟΜΟΣ ΡΕΥΜΑΤΩΝ KIRCHHOFF
ΡΕΥΜΑ	ΤΑΣΗ
ΒΡΟΧΟΣ (ΟΙ ΚΛΑΔΟΙ ΤΟΥ)	ΚΟΜΒΟΣ (ΜΕ ΤΟΥΣ ΚΛΑΔΟΥΣ ΤΟΥ)
ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΣΕΙΡΑ	ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ
ΠΗΝΙΟ L	ΠΥΚΝΩΤΗΣ C
ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ R	ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ G
ΠΗΓΗ ΤΑΣΗΣ	ΠΗΓΗ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

- Μπορούμε να θεμελιώσουμε τις παρακάτω σχέσεις ανάμεσα σε μηχανικά και ηλεκτρικά συστήματα:

ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ	
ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ
ΔΥΝΑΜΗ	ΡΕΥΜΑ
ΤΑΧΥΤΗΤΑ	ΤΑΣΗ
ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ	ΡΟΗ
ΜΑΖΑ	ΠΥΚΝΩΤΗΣ C
ΕΛΑΤΗΡΙΟ	ΠΗΝΙΟ L
ΤΡΙΒΗ	ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ R

ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ—1: ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

- Δυναμικά κυκλώματα είναι αυτά που περιέχουν στοιχεία που αποθηκεύουν ενέργεια
- Η επίλυσή τους για διέγερση $g(t)$ θα απαιτήσει τη λύση μιας γραμμικής διαφορικής εξίσωσης τάξης n τής μορφής:

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \cdots a_1 \dot{y} + a_0 y = g(t)$$

όπου n είναι ο αριθμός των στοιχείων που αποθηκεύουν ενέργεια

- Απόκριση: ΑΜΔ, ΑΜΚ, Πλήρης
- Κυκλώματα με δυο ή παραπάνω δυναμικά στοιχεία μπορούν να εμφανίσουν ταλάντωση στην απόκρισή τους
 - Περαιτέρω ανάλυση: Υπερκρίσιμη/Κρίσιμη/Υποκρίσιμη
- Τα δυναμικά κυκλώματα μπορούν να επιλυθούν (δηλ. να προσδιοριστεί η κατάλληλη διαφορική εξίσωση) χρησιμοποιώντας τις βασικές τεχνικές (ΚΤ ή ΒΕ) και τους τελεστές δεκτικότητας ή εμπέδησης (αντίστοιχα)

ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ—2: ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

1. Γραμμικότητα της απόκρισης ΑΜΔ ως προς την αρχική κατάσταση
2. Γραμμικότητα της απόκρισης ΑΜΚ ως προς την είσοδο
3. **Επαλληλία (ή υπέρθεση)**
4. **Αναλλοίωτο σε χρονική μετατόπιση**
5. **Η απόκριση μηδενικής κατάστασης ενός γραμμικού χρονικά αμετάβλητου κυκλώματος σε κρουστική διέγερση είναι η παράγωγος ως προς τον χρόνο τής απόκρισής του σε βηματική διέγερση**
6. Η κρουστική απόκριση ενός γραμμικού, χρονικά αμετάβλητου κυκλώματος μπορεί να προσδιοριστεί μέσω της ΑΜΔ σε μια αρχική κατάσταση που υπολογίζεται ολοκληρώνοντας τη διαφορική εξίσωση από το $t = 0^-$ έως το $t = 0^+$