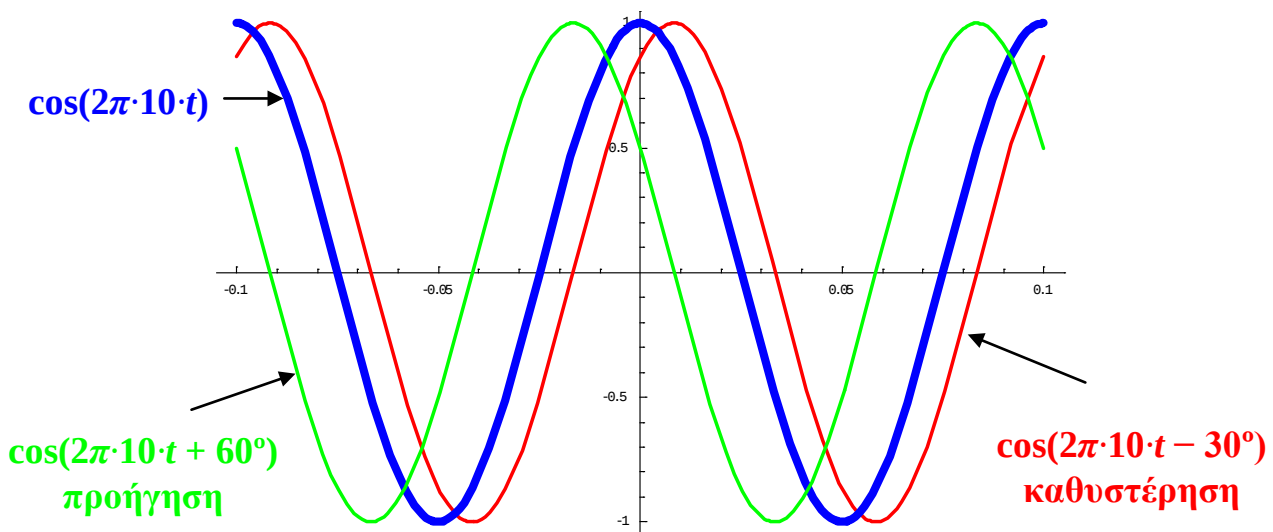


Η ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $A\cos(\omega t + \varphi)$ ΚΑΙ Η ΦΑΣΟΡΙΚΗ ΤΗΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Η ημιτονοειδής συνάρτηση δίνεται από τον τύπο

$$f(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

όπου A είναι το πλάτος, φ είναι η φάση και ω είναι η γωνιακή συχνότητα. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται η ημιτονοειδής $\cos(2\pi \cdot 10 \cdot t)$, δηλ. με $\omega = 62,83 \text{ rad/s}$ και περίοδο $0,1 \text{ s}$ (μπλε γραμμή). Με κόκκινη γραμμή απεικονίζεται η ημιτονοειδής $\cos(2\pi \cdot 10 \cdot t - 30^\circ)$ ενώ με πράσινη γραμμή απεικονίζεται η ημιτονοειδής $\cos(2\pi \cdot 10 \cdot t + 60^\circ)$.



Από τον τύπο του Euler:

$$e^{\pm j\theta} = \cos \theta \pm j \sin \theta$$

μπορούμε να γράψουμε:

$$e^{j(\omega t + \varphi)} = \cos(\omega t + \varphi) + j \sin(\omega t + \varphi)$$

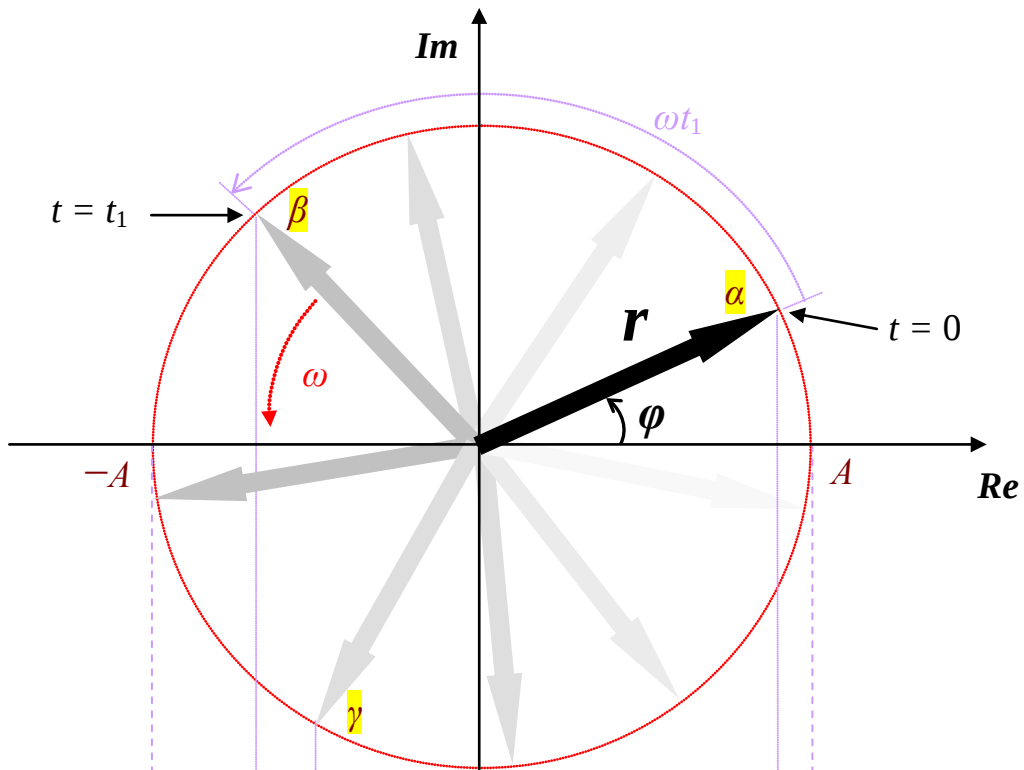
οπότε

$$Ae^{j(\omega t + \varphi)} = A\cos(\omega t + \varphi) + jA\sin(\omega t + \varphi)$$

που σημαίνει ότι ισχύει (προβολή στον άξονα των πραγματικών αριθμών)

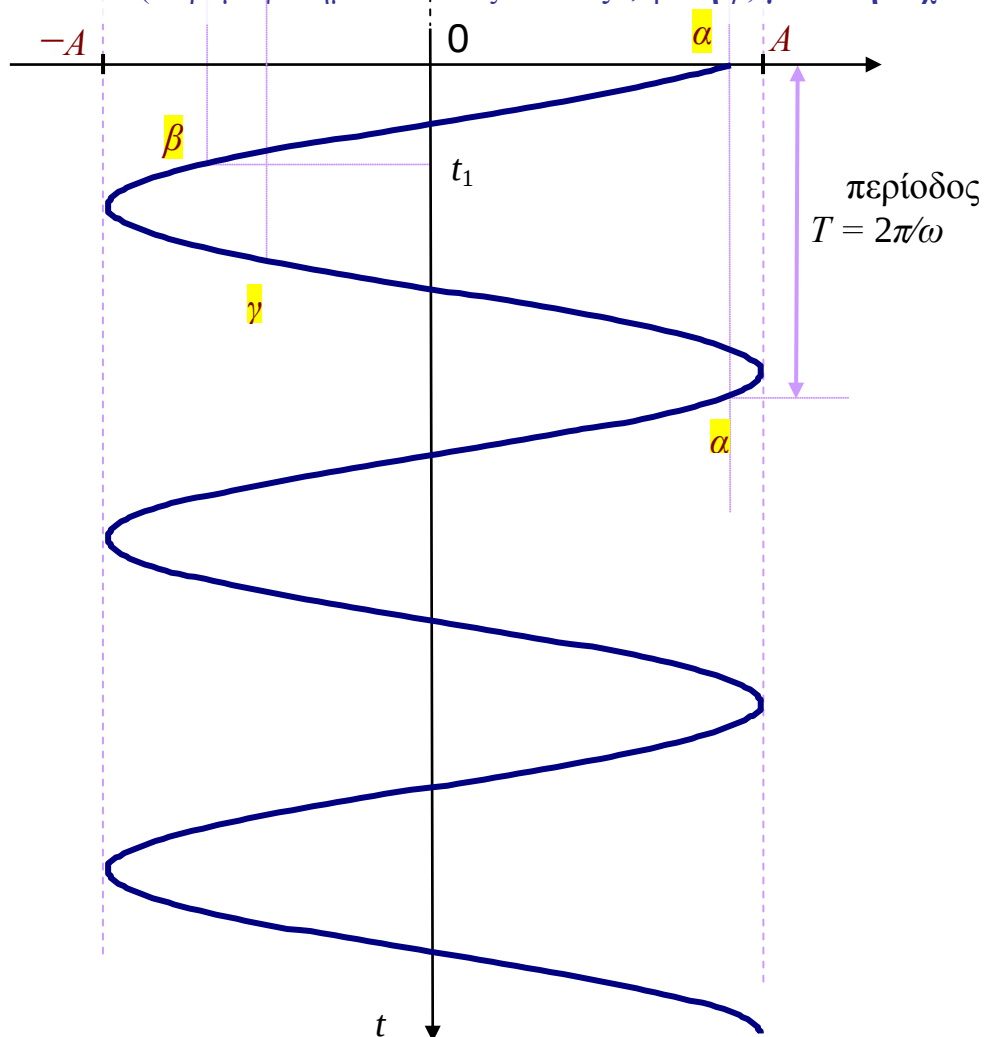
$$A\cos(\omega t + \varphi) = \Re\{Ae^{j(\omega t + \varphi)}\} = \Re\{Ae^{j\varphi}e^{j\omega t}\}$$

Καταφέραμε έτσι να διαχωρίσουμε το πλάτος και τη φάση από τη γωνιακή συχνότητα και τη μεταβολή στον χρόνο). Η ποσότητα $Ae^{j\varphi}$ είναι ένας μιγαδικός αριθμός (με μέτρο A και γωνία φ σε πολικές συντεταγμένες) και μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα φωτογραφικό στιγμιότυπο της ημιτονοειδούς το οποίο αποκαλούμε **φάσορα**. Η ποσότητα $e^{j\omega t}$ είναι ένας μιγαδικός αριθμός που περιγράφει την **κίνηση** (στροφή με γωνιακή συχνότητα ω) του φάσορα στο μιγαδικό επίπεδο. Γι αυτό υπάρχει και ο όρος **στρεφόμενο διάνυσμα** (βλ. πιο κάτω σχήμα).



ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ (Παράμετροι ημιτονοειδούς: πλάτος r , φάση φ)

ΠΕΔΙΟ ΧΡΟΝΟΥ (Παράμετροι ημιτονοειδούς: πλάτος r , φάση φ , γωνιακή συχνότητα ω)



Όταν ένα κύκλωμα έχει ημιτονοειδή διέγερση και έχει περάσει αρκετός χρόνος ώστε να έχουν «σβήσει» τυχόν μεταβατικά φαινόμενα και να έχει επιτευχθεί μόνιμη κατάσταση, λέμε ότι βρίσκεται στη μόνιμη ημιτονοειδή κατάσταση (ΜΗΚ). Έχοντας σαν [δεδομένο](#) ότι όλες οι ποσότητες που εμπλέκονται στην ανάλυση ενός κυκλώματος σε ΜΗΚ είναι ημιτονοειδείς συναρτήσεις, ξέρουμε ότι κάθε ρεύμα και κάθε τάση θα είναι ημιτονοειδής. Κατά συνέπεια, και ο λόγος τέτοιων μεγεθών, που θα είναι πάλι μιγαδικός αριθμός, μπορεί να γραφεί σαν φάσoras. Έτσι, ο λόγος μιας ημιτονοειδούς τάσης προς μια ημιτονοειδή ένταση έχει μια μορφή (γενικευμένης) αντίστασης, που αποκαλούμε **εμπέδηση** ή **σύνθετη αντίσταση**. Αντίστοιχα, ο λόγος μιας ημιτονοειδούς έντασης προς μια ημιτονοειδή τάση αντιστοιχεί σε μια μορφή αγωγιμότητας, που αποκαλούμε **δεκτικότητα** ή **σύνθετη αγωγιμότητα**.

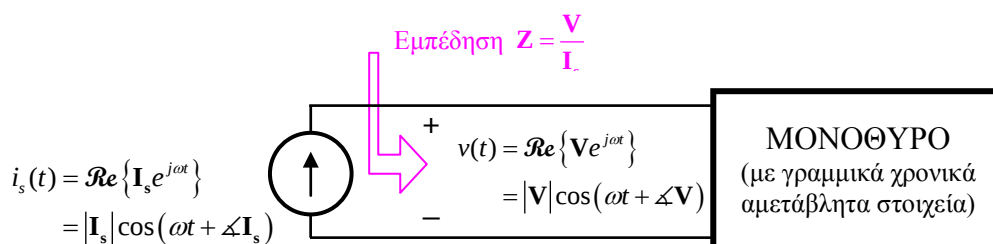
Οι πιο πάνω έννοιες της εμπέδησης και δεκτικότητας μπορούν να εφαρμοστούν στα απλά στοιχεία κυκλώματος (αντιστάτη, πυκνωτή, επαγωγό). Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που συνδέουν την τάση και το ρεύμα σε κάθε ένα από τα βασικά κυκλωματικά στοιχεία και περνώντας στη φασορική τους μορφή (αφού θεωρούμε ότι το κύκλωμα βρίσκεται σε μόνιμη ημιτονοειδή κατάσταση) μπορούμε να φτάσουμε στις βασικές σχέσεις

Αντιστάτης: $V = RI \Leftrightarrow I = GV$	Εμπέδηση: R	Δεκτικότητα: G
--	----------------------	-------------------------

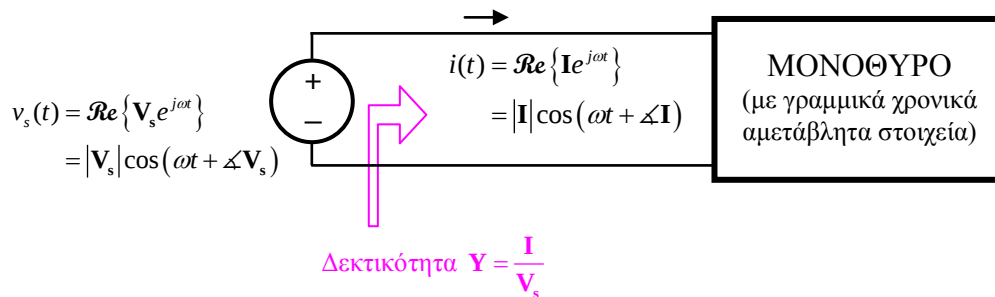
Πυκνωτής: $V = \frac{-j}{\omega C} I \Leftrightarrow I = j\omega CV$	Εμπέδηση: $\frac{1}{j\omega C}$	Δεκτικότητα: $j\omega C$
---	--	---------------------------------

Επαγωγός: $V = j\omega L I \Leftrightarrow I = \frac{-j}{\omega L} V$	Εμπέδηση: $j\omega L$	Δεκτικότητα: $\frac{1}{j\omega L}$
--	------------------------------	---

Με τον ίδιο τρόπο, οι έννοιες αυτές μπορούν να εφαρμοστούν και σε μονόθυρα που περιέχουν περισσότερα από ένα βασικά στοιχεία. Τότε θα μιλάμε για **εμπέδηση του μονόθυρου στο σημείο διέγερσης για τη συχνότητα ω** που θα ορίζεται σαν ο λόγος του φάσoρα V της τάσης εξόδου προς τον φάσoρα I_s του ρεύματος εισόδου (διέγερσης), όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Αντίστοιχα (και δυαδικά!) θα μιλάμε για **δεκτικότητα του μονόθυρου στο σημείο διέγερσης για τη συχνότητα ω** που θα ορίζεται σαν ο λόγος του φάσσορα $\mathbf{I}$ του ρεύματος εξόδου προς τον φάσσορα $\mathbf{V}_s$ της τάσης εισόδου (διέγερσης), όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



ΣΥΝΟΠΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- Η εμπέδηση (ή η δεκτικότητα) του μονόθυρου μπορεί να υπολογιστεί αν κάθε στοιχείο αντικατασταθεί με την αντίστοιχη εμπέδησή του ή δεκτικότητά του (δηλαδή, αντικατασταθεί από το φασορικό του ισοδύναμο στο πεδίο συχνότητας) και επιλυθεί το κύκλωμα με τις γνωστές μεθόδους και τεχνικές (κομβικές τάσεις, βροχικές εντάσεις, απλοποιήσεις, κλπ.).
- Σε περίπτωση διέγερσης με πηγές διαφορετικών συχνοτήτων, εφαρμόζουμε την αρχή της επαλληλίας.
- Επειδή μας ενδιαφέρει η απόκριση του κυκλώματος σε ένα εύρος (ζώνη) συχνοτήτων, μπορούμε να υπολογίσουμε την εμπέδηση (ή τη δεκτικότητα) του μονόθυρου παραμετρικά σε σχέση με τη συχνότητα ω . Με τον τρόπο αυτό, παίρνουμε την εμπέδηση (ή τη δεκτικότητα) του μονόθυρου σαν συνάρτηση $\mathbf{Z}(j\omega)$ (ή $\mathbf{Y}(j\omega)$) ή σαν $\mathbf{Z}\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ όπου ω_0 είναι μια συχνότητα ειδικού ενδιαφέροντος, π.χ. η συχνότητα συντονισμού σε ένα κύκλωμα RLC.

Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΕ ΦΑΣΟΡΕΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ



Σημείωση: Τα βελάκια έχουν πάχος ενδεικτικό της δυσκολίας της αντίστοιχης ενέργειας