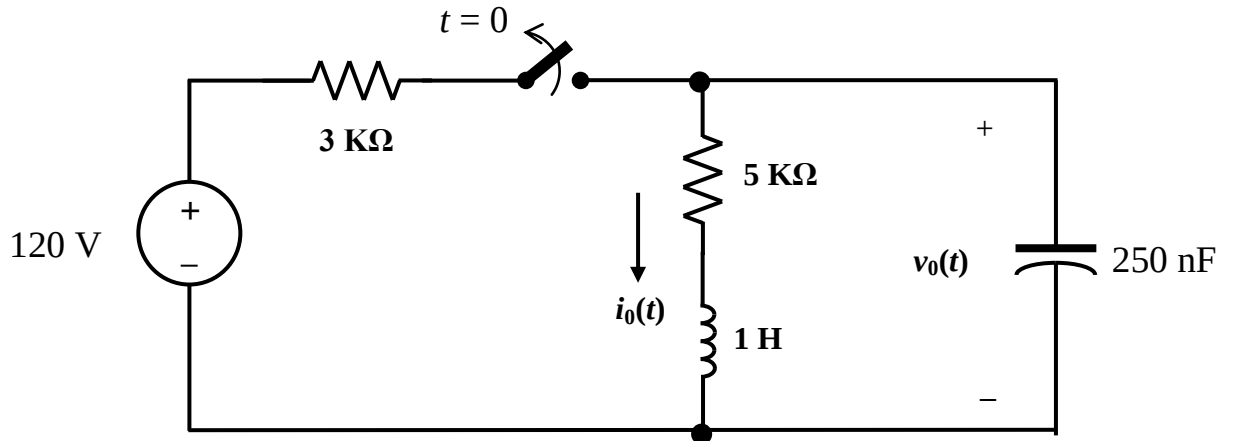


Στο πιο κάτω κύκλωμα ο διακόπτης ήταν κλειστός για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα. Στον χρόνο $t = 0$ ο διακόπτης ανοίγει. Βρείτε

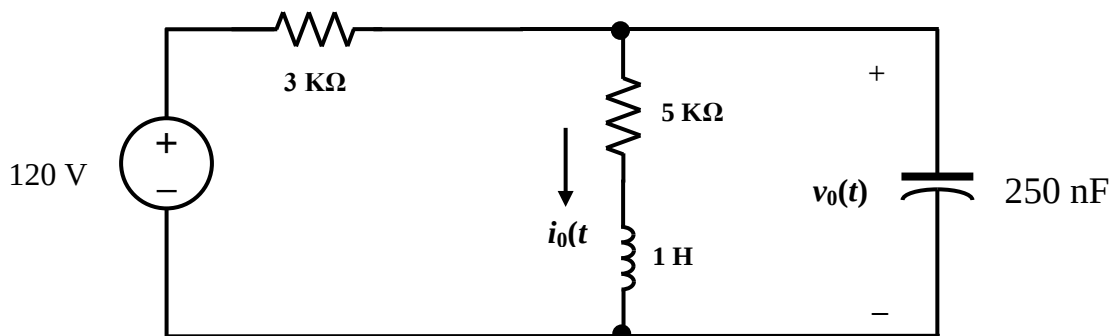
A) Το ρεύμα $i_0(t)$, $t \geq 0$

B) Την τάση $v_0(t)$, $t \geq 0$.



Τυπικό πρόβλημα με αλλαγή στις συνθήκες λειτουργίας του κυκλώματος. Η συνηθισμένη τεχνική είναι να ξεχωρίσουμε την κατάσταση πριν το γεγονός και την κατάσταση μετά το γεγονός που προκαλεί την αλλαγή.

Έτσι, για $t < 0$, έχουμε το κύκλωμα



και λόγω της παρέλευσης πολλού χρόνου, το κύκλωμα έχει φτάσει στη μόνιμη κατάσταση. Επίσης, λόγω της διέγερσης με συνεχές ρεύμα, ο πυκνωτής έχει καταστεί ανοικτό κύκλωμα και ο επαγωγός έχει καταστεί βραχυκύκλωμα. Δηλαδή έχουμε ένα διαιρέτη τάσης με τους αντιστάτες των $3\text{K}\Omega$ και $5\text{K}\Omega$. Έτσι, το ρεύμα που τους διαρρέει είναι

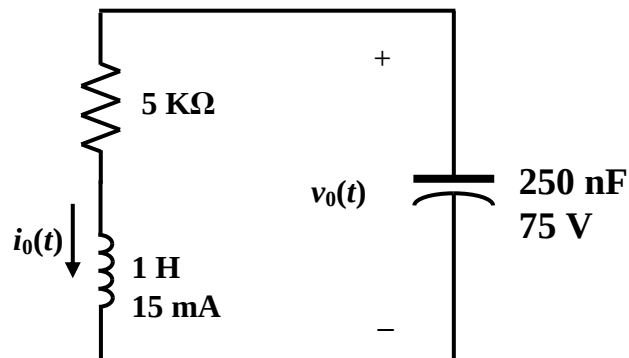
$$i_0(t) = \frac{120}{8000} = 15 [\text{mA}], \quad t < 0$$

και είναι βέβαια και το «αρχικό» ρεύμα του επαγωγού.

Για τον πυκνωτή πρέπει επίσης να διαπιστώσουμε κατά πόσο είναι φορτισμένος και σε ποια τιμή. Πράγματι ο πυκνωτής «βλέπει» τον αντιστάτη των $5\text{K}\Omega$ σε σειρά με τον βραχυκυκλωμένο επαγωγό, οπότε η τάση του θα είναι

$$5000 \times 0,015 = 75[\text{V}], \quad t < 0 \quad (\text{ή ισοδύναμα από τον διαιρέτη } \frac{5000}{8000} \times 120 = 75[\text{V}])$$

Ας περάσουμε τώρα στο $t > 0$. Το κύκλωμα γίνεται



Χρησιμοποιούμε τις γνωστές σχέσεις για το απλό κύκλωμα 2^{ης} τάξης σε σειρά. Έχουμε λοιπόν ότι

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{5000}{2 \times 1} = 2500 [\text{neper}]$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{10^9}{1 \times 250}} = \sqrt{4 \times 10^6} = 2000 [\text{rad/s}]$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2 = s^2 + 5000s + 4000000$$

με ρίζες

$$s_{1,2} = -2500 \pm 1500 \Rightarrow s_1 = -1000, \quad s_2 = -4000$$

οπότε

$$i_0(t) = A_1 e^{-1000t} + A_2 e^{-4000t}$$

(απόκριση μηδενικής διέγερσης, άρα λύση ομογενούς μόνο)

Απομένει ο προσδιορισμός των σταθερών από τις αρχικές συνθήκες. Κατ' αρχήν

$$i_0(0) = 0,015$$

Επίσης, μπορούμε να γράψουμε

$$\frac{di_0(0)}{dt} = \frac{di_L(0)}{dt} = \frac{v_L(0)}{L} = 0$$

λόγω του βραχυκυκλώματος στον επαγωγό από την προηγούμενη κατάσταση. Σύμφωνα με τα παραπάνω σχηματίζουμε το σύστημα

$$\left. \begin{array}{l} A_1 + A_2 = 0,015 \\ -1000A_1 - 4000A_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} A_1 = 0,02 \\ A_2 = -0,005 \end{array}$$

οπότε

$$i_0(t) = 20e^{-1000t} - 5e^{-4000t} \text{ [mA]}, \quad t \geq 0^+$$

Με αντίστοιχο τρόπο, προσδιορίζουμε και την τάση $v_0(t)$ που θα έχει την ίδια μορφή με το ρεύμα:

$$v_0(t) = B_1 e^{-1000t} + B_2 e^{-4000t}$$

Από τις αρχικές συνθήκες μπορούμε να πάρουμε

$$v_0(0) = 75$$

Επίσης, μπορούμε να γράψουμε

$$C \frac{dv_C(0)}{dt} = i_C(0) = -i_0(0) \Rightarrow \frac{dv_C(0)}{dt} = \frac{dv_0(0)}{dt} = -\frac{i_0(0)}{C} = -\frac{0,015}{250 \times 10^{-9}} = -60\,000$$

(όπου το αρνητικό πρόσημο είναι απαραίτητο επειδή η πολικότητα του πυκνωτή υποδεικνύει φορά ρεύματος αντίθετη με αυτή του ρεύματος του επαγωγού). Σχηματίζουμε τελικά το σύστημα

$$\left. \begin{array}{l} B_1 + B_2 = 75 \\ -1000B_1 - 4000B_2 = -60\,000 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} B_1 = 80 \\ B_2 = -5 \end{array}$$

οπότε

$$v_0(t) = 80e^{-1000t} - 5e^{-4000t} \text{ [V]}, \quad t \geq 0^+$$