

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟ ΓΕΝΙΚΟ ΠΛΑΝΟ

ΤΟ ΜΑΥΡΟ ΚΟΥΤΙ



1. Το περιεχόμενο του μαύρου κουτιού
(απλά ηλεκτρικά στοιχεία)



2. Είσοδος: σήματα (κυματομορφές) διέγερσης

3. Έξοδος: απόκριση

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

- Η ανάλυση κυκλωμάτων έχει ένα και μόνο στόχο: την τάση και το ρεύμα σε κάθε κλάδο τού κυκλώματος
- Για να αναλύσουμε ένα οποιοδήποτε κύκλωμα χρειαζόμαστε τα εξής:
 1. τους νόμους τού Kirchhoff
 2. Τη σχέση τάσης-ρεύματος για κάθε είδος στοιχείου που εμφανίζεται στο κύκλωμα

Όλη η προσπάθεια από εδώ και πέρα είναι να οργανωθεί αποτελεσματικά η παραπάνω στρατηγική

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

- Για απλά κυκλώματα, δηλαδή αυτά που περιέχουν γύρω στα 5-6 στοιχεία, η εφαρμογή των δυο νόμων τού Kirchhoff και μερικοί αλγεβρικοί χειρισμοί μπορούν να επαρκέσουν για την ανάλυση
- Για πιο πολύπλοκες διασυνδέσεις, είναι απαραίτητη η εφαρμογή πιο αποτελεσματικών τεχνικών
- Οι τεχνικές αυτές απλά είναι σε θέση να εφαρμόσουν και τους δυο νόμους ταυτόχρονα
- Υπάρχουν δυο τεχνικές από τις οποίες **η μια είναι απολύτως γενική ενώ η άλλη έχει ένα σημαντικό περιορισμό** για πολύπλοκα κυκλώματα
- Φυσικά, είναι πάντα δυνατό να κάνουμε ορισμένες απλοποιήσεις για να διευκολύνουμε την ανάλυση, ειδικά αν δεν την κάνουμε με υπολογιστική υποστήριξη

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

- Για να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε ταυτόχρονα τους νόμους τού Kirchhoff πρέπει να εισαγάγουμε μια τεχνητή ποσότητα που θα πρέπει να σχετίζεται ταυτόχρονα και με τάση και με ρεύμα
- Αυτή η ποσότητα/έννοια δεν χρειάζεται να αντιστοιχεί σε κάτι πραγματικό και «χειροπιαστό» (ακριβώς όπως π.χ. η φανταστική μονάδα στα μαθηματικά)
- Οι δύο έννοιες που θα δούμε είναι
 - **Οι κομβικές τάσεις** [υπολογίζουν άγνωστες «τάσεις» μέσω τού NPK]
 - **Οι βροχικές εντάσεις** [υπολογίζουν άγνωστα «ρεύματα» μέσω τού NTK]

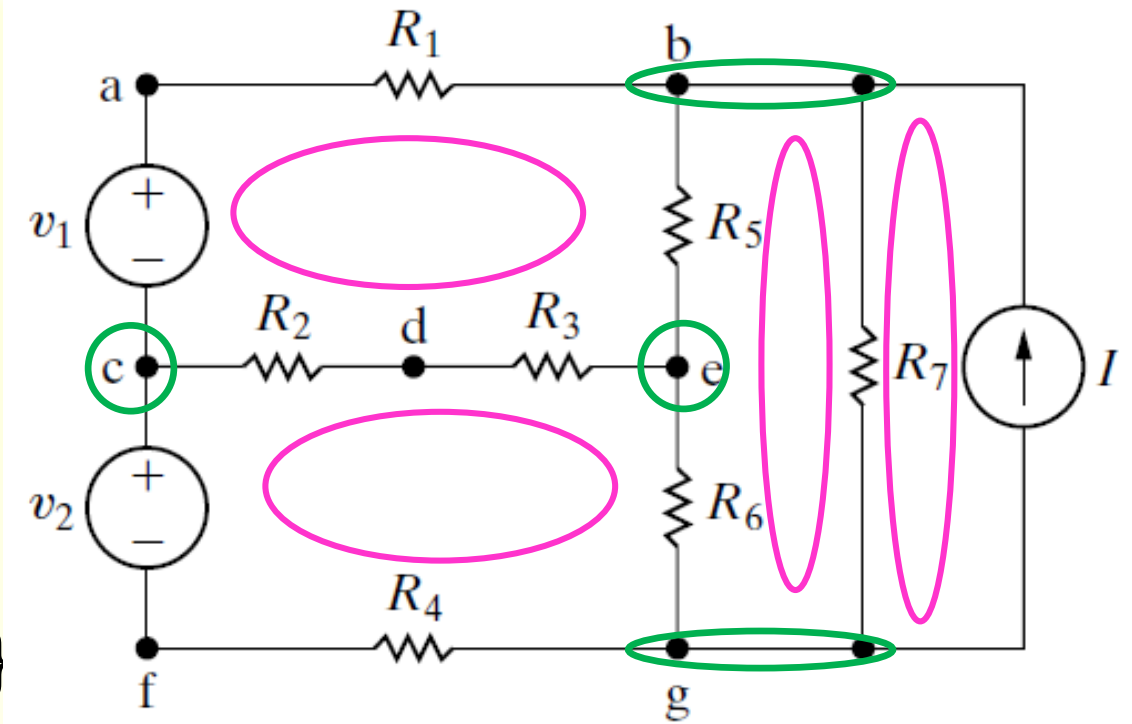
ΟΡΟΛΟΓΙΑ

ΟΡΟΛΟΓΙΑ

- **Κόμβος** (node): Σημείο όπου ενώνονται δυο ή περισσότερα στοιχεία
- **Βασικός Κόμβος** (essential node): Σημείο όπου ενώνονται τρία ή περισσότερα στοιχεία
- **Δρόμος** (path): Συνεχόμενα στοιχεία, όπου κάθε στοιχείο εμφανίζεται μια φορά μόνο
- **Κλάδος** (branch): Δρόμος που ενώνει δυο κόμβους
- **Βασικός Κλάδος** (essential branch): Δρόμος που ενώνει δυο βασικούς κόμβους χωρίς να περνάει από βασικό κόμβο
- **Βρόχος** (loop): Δρόμος όπου το αρχικό και το τελικό σημείο συμπίπτουν
- **Στοιχειώδης Βρόχος** ή **Παράθυρο** (mesh): Βρόχος που δεν περιλαμβάνει άλλους βρόχους (ελάχιστος βρόχος)

ΟΡΟΛΟΓΙΑ

- **Κόμβοι:** $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ Σημείο όπου ενώνονται δυο ή περισσότερα στοιχεία
- **Βασικός Κόμβος:** $\{b, c, e, g\}$ Σημείο όπου ενώνονται τρία ή περισσότερα στοιχεία
- **Δρόμος:** $\{...\}$, π.χ. $\langle R_1, R_5, R_6 \rangle$ Συνεχόμενα στοιχεία, όπου κάθε στοιχείο εμφανίζεται μια φορά μόνο
- **Κλάδος:** $\{v_1, v_2, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, I\}$ Δρόμος που ενώνει δυο κόμβους
- **Βασικός Κλάδος:** $\{v_1-R_1, R_2-R_3, v_2-R_4, R_5, R_6, R_7, I\}$ Δρόμος που ενώνει δυο βασικούς κόμβους χωρίς να περνάει από βασικό κόμβο
- **Βρόχος:** $\{...\}$, π.χ. $\langle v_1-R_1-R_5-R_6-R_4-v_2 \rangle$ Δρόμος όπου το αρχικό και το τελικό σημείο συμπίπτουν
- **Παράθυρο:** $\{\langle v_1-R_1-R_5-R_3-R_2 \rangle, \langle v_2-R_2-R_3-R_6-R_4 \rangle, \langle R_5-R_7-R_6 \rangle, \langle R_7-I \rangle\}$ Βρόχος που δεν περιλαμβάνει άλλους βρόχους



(ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ) ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗ

- **Αριθμός αγνώστων ρευμάτων = b** = αριθμός κλάδων όπου το ρεύμα δεν είναι γνωστό [Εδώ: $b = 10 - 1 = 9$]

- **Αριθμός Κόμβων = n**

Ο NPK μάς δίνει $n - 1$ ανεξάρτητες εξισώσεις

(η n -οστή παράγεται αν προσθέσουμε τις υπόλοιπες) [Εδώ: $n - 1 = 6$]

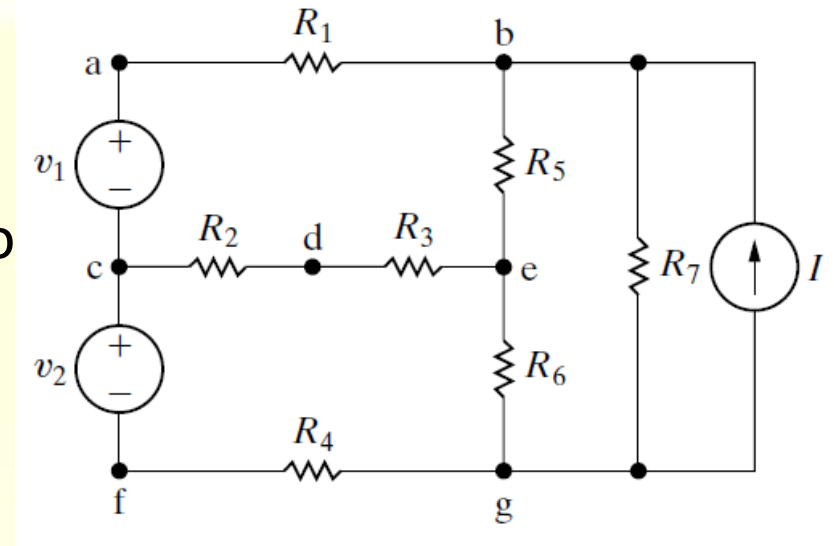
- **Οπότε**, χρειαζόμαστε $b - (n - 1)$ επιπρόσθετες εξισώσεις που θα μας δώσει ο NTK σε βρόχους ή κατά προτίμηση σε ανοίγματα [Εδώ: $b - n + 1 = 3$]

- Το πολύ σημαντικό είναι ότι **τα παραπάνω ισχύουν και για τους βασικούς κόμβους και κλάδους** μειώνοντας έτσι σημαντικά τους υπολογισμούς

- **Αριθμός Βασικών Κόμβων = n_E**

- **NPK $\rightarrow n_E - 1$ εξισώσεις**

- **NTK $\rightarrow b_E - (n_E - 1)$ εξισώσεις**



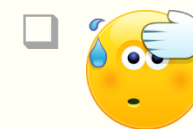
- ☐ 10 κλάδοι $\times 2 = 20$ άγνωστοι

- ☐ 2 τάσεις και 1 ρεύμα

γνωστά $\Rightarrow 17$ άγνωστοι

- ☐ 7 κλάδοι όπου είναι γνωστή η σχέση τάσης-ρεύματος $\Rightarrow 10$ άγνωστοι

- ☐ 3 ρεύματα συμπίπτουν και μια τάση συμπίπτει $\Rightarrow 6$ άγνωστοι



Εδώ $b_E = 6$ βασικοί κλάδοι με άγνωστο ρεύμα, $n_E - 1 = 3$, $b_E - n_E + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$

1^η ΓΕΝΙΚΗ ΤΕΧΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

1. Ξανασχεδιάζουμε το κύκλωμα (αν χρειάζεται) έτσι ώστε να μην υπάρχουν τεμνόμενοι κλάδοι* και **σημειώνουμε όλους τους βασικούς κόμβους** βάζοντας και ονόματα/ετικέτες
* Δεν πειράζει αν δεν τα καταφέρουμε
2. Επιλέγουμε έναν από τους βασικούς κόμβους σαν **κόμβο αναφοράς**, συνήθως αυτόν με τους περισσότερους κλάδους, και τον μαρκάρουμε

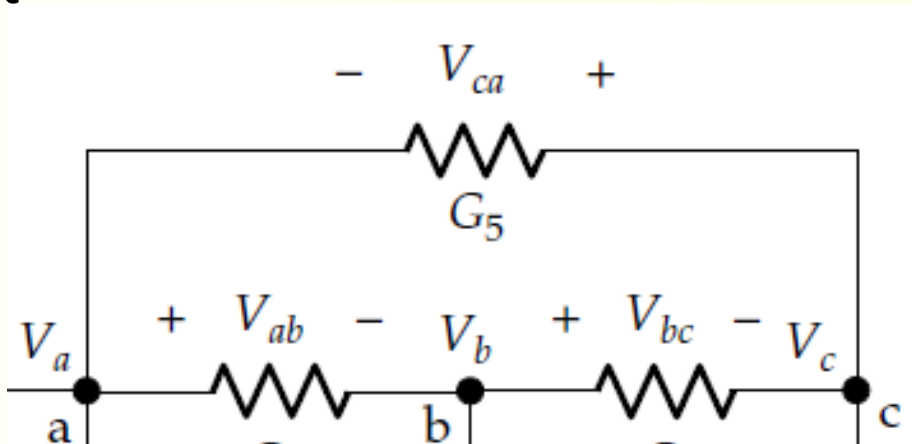
ΟΡΙΣΜΟΣ: Κομβική τάση ενός κόμβου είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ τού κόμβου αυτού και του κόμβου αναφοράς

3. Προχωράμε στην κατάστρωση των εξισώσεων με τον NPK για όλους τούς κόμβους εκτός από τον κόμβο αναφοράς (δεν θα είχε και νόημα) και επιλύουμε

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

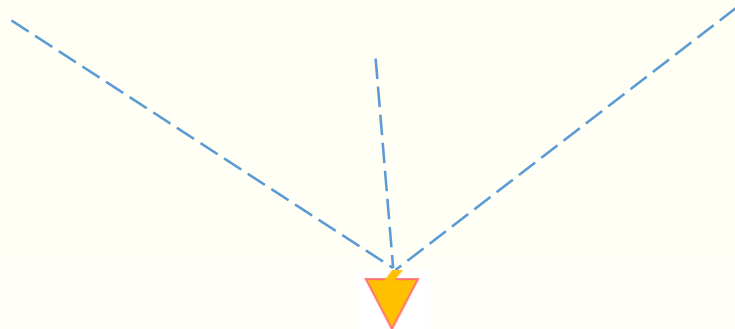
Ο ορισμός τού κόμβου αναφοράς και των κομβικών τάσεων σημαίνει ότι ικανοποιείται **αυτόματα** ο NTK για **όλους τους βρόχους** που σχηματίζονται στο κύκλωμα

Π.χ.:



$$V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0$$

$$(V_a - V_b) + (V_b - V_c) + (V_c - V_a) = 0$$



ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

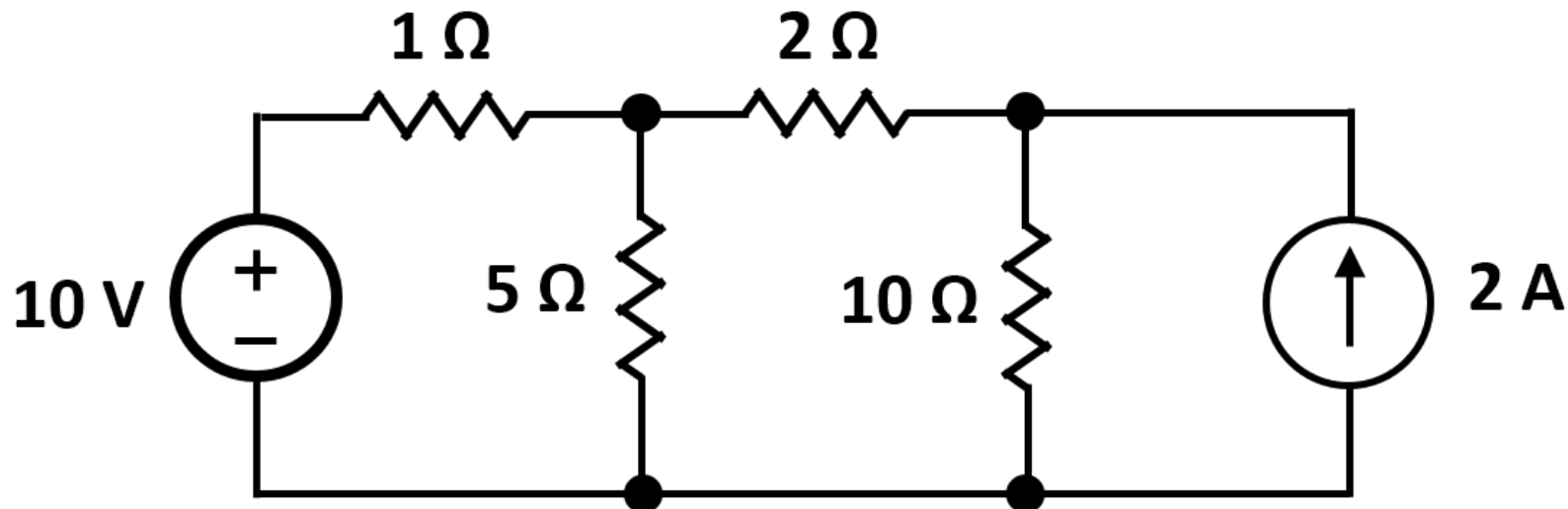
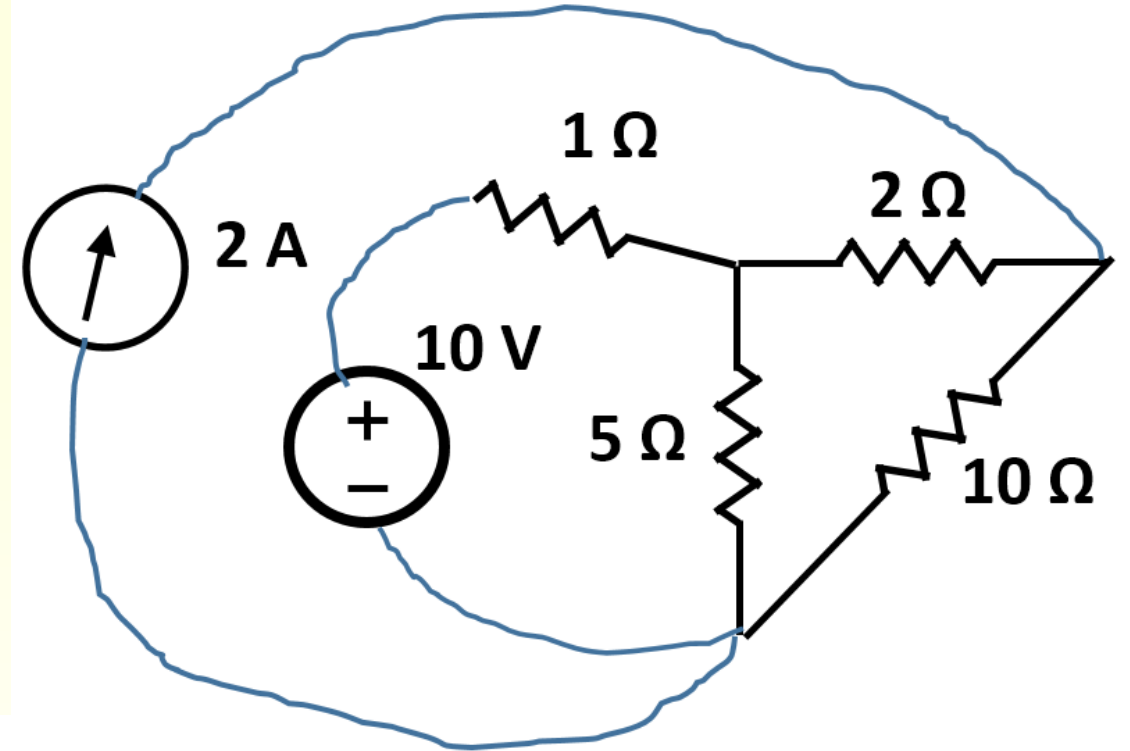
ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

- Στον κόμβο που εξετάζουμε, θεωρούμε ότι **όλα τα ρεύματα φεύγουν από τον κόμβο**
- Με άλλα λόγια θεωρούμε ότι ο κόμβος που εξετάζουμε έχει το υψηλότερο δυναμικό σε όλο το κύκλωμα
- Κάθε ρεύμα που φεύγει το εκφράζουμε με τη βοήθεια των κομβικών τάσεων
- Φυσικά, αθροίζουμε όλα τα ρεύματα που καταγράψαμε και θέτουμε το άθροισμα ίσο με μηδέν, σύμφωνα με τον ΝΡΚ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

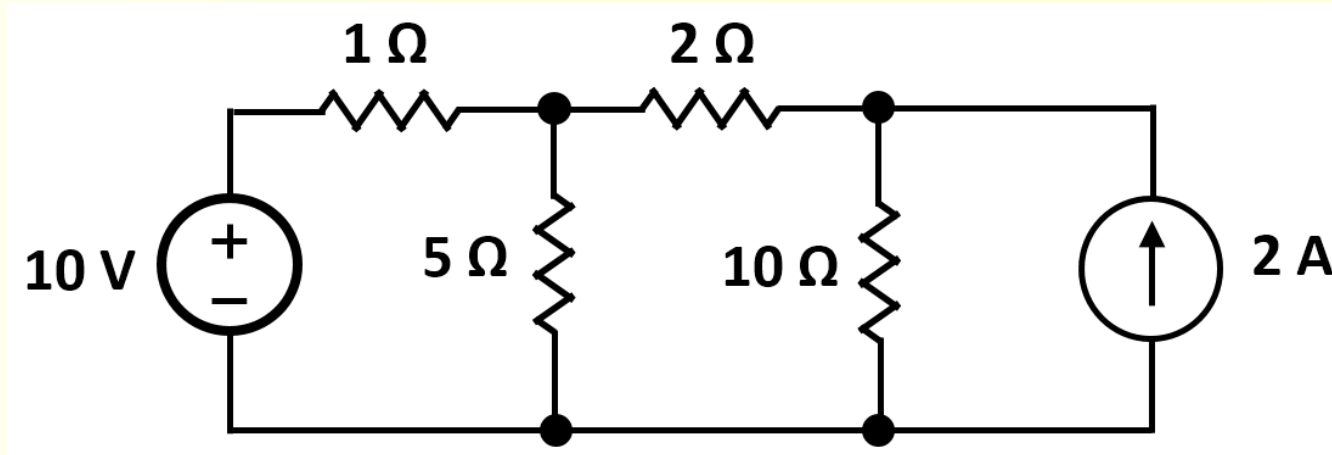
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΒΗΜΑ 1

- Ξανασχεδιάζουμε πιο τακτικά

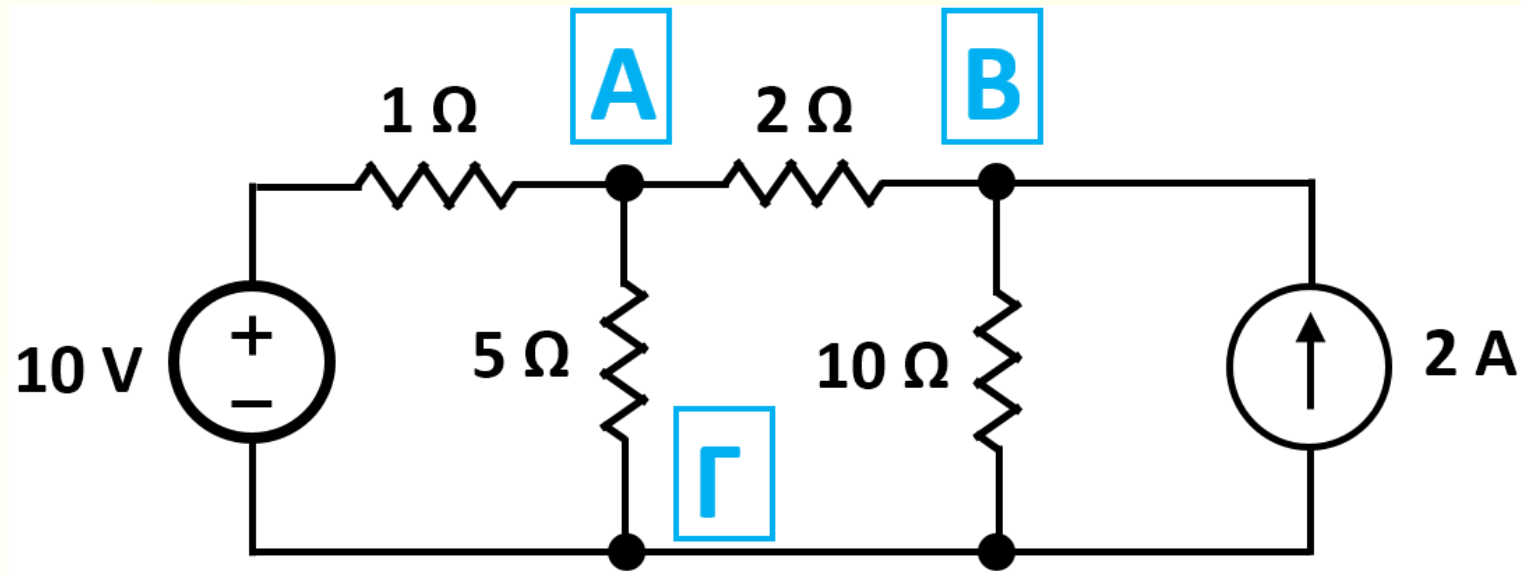


ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



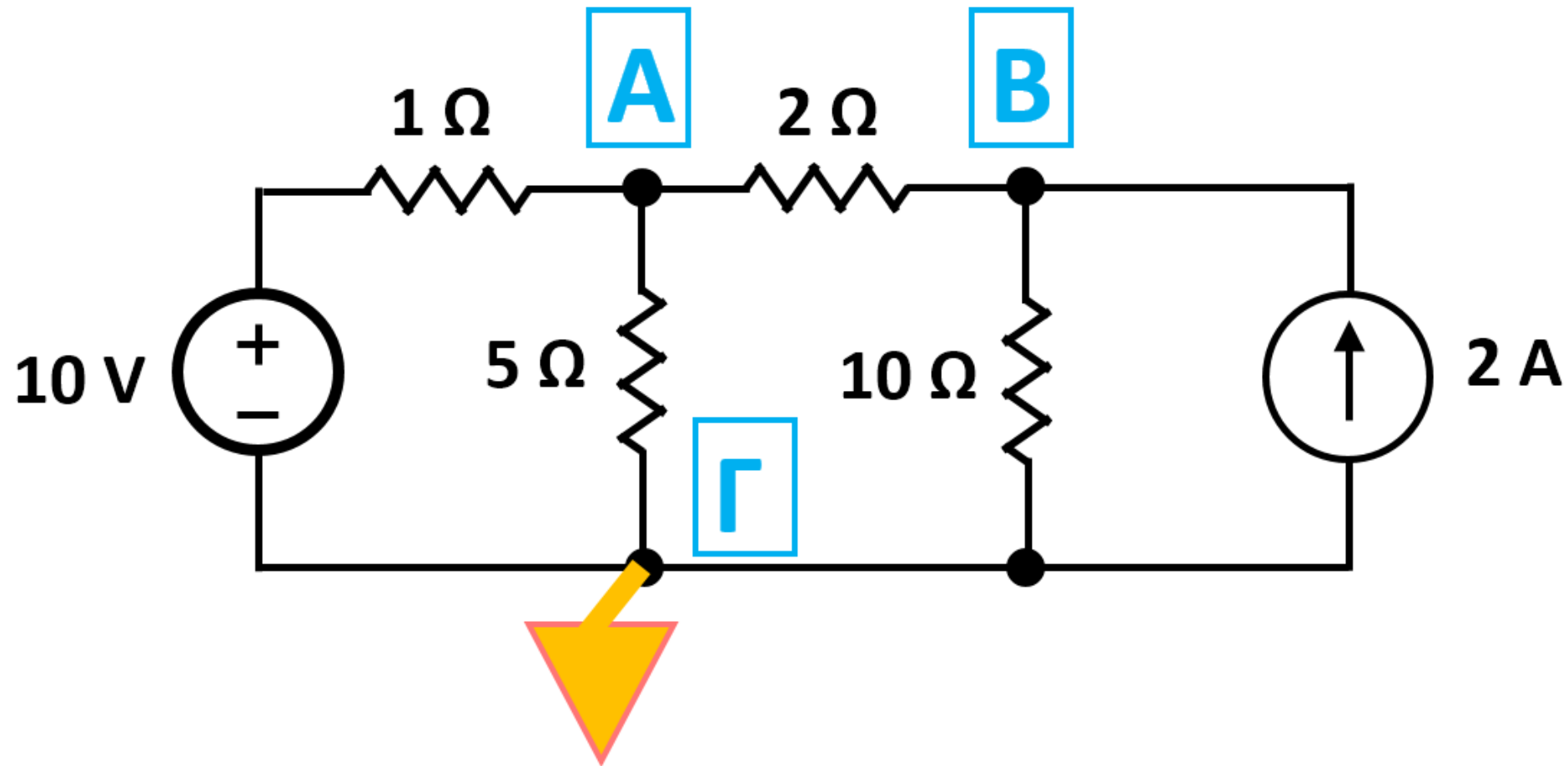
- Επισημαίνουμε τους βασικούς κόμβους



ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΒΗΜΑ 2

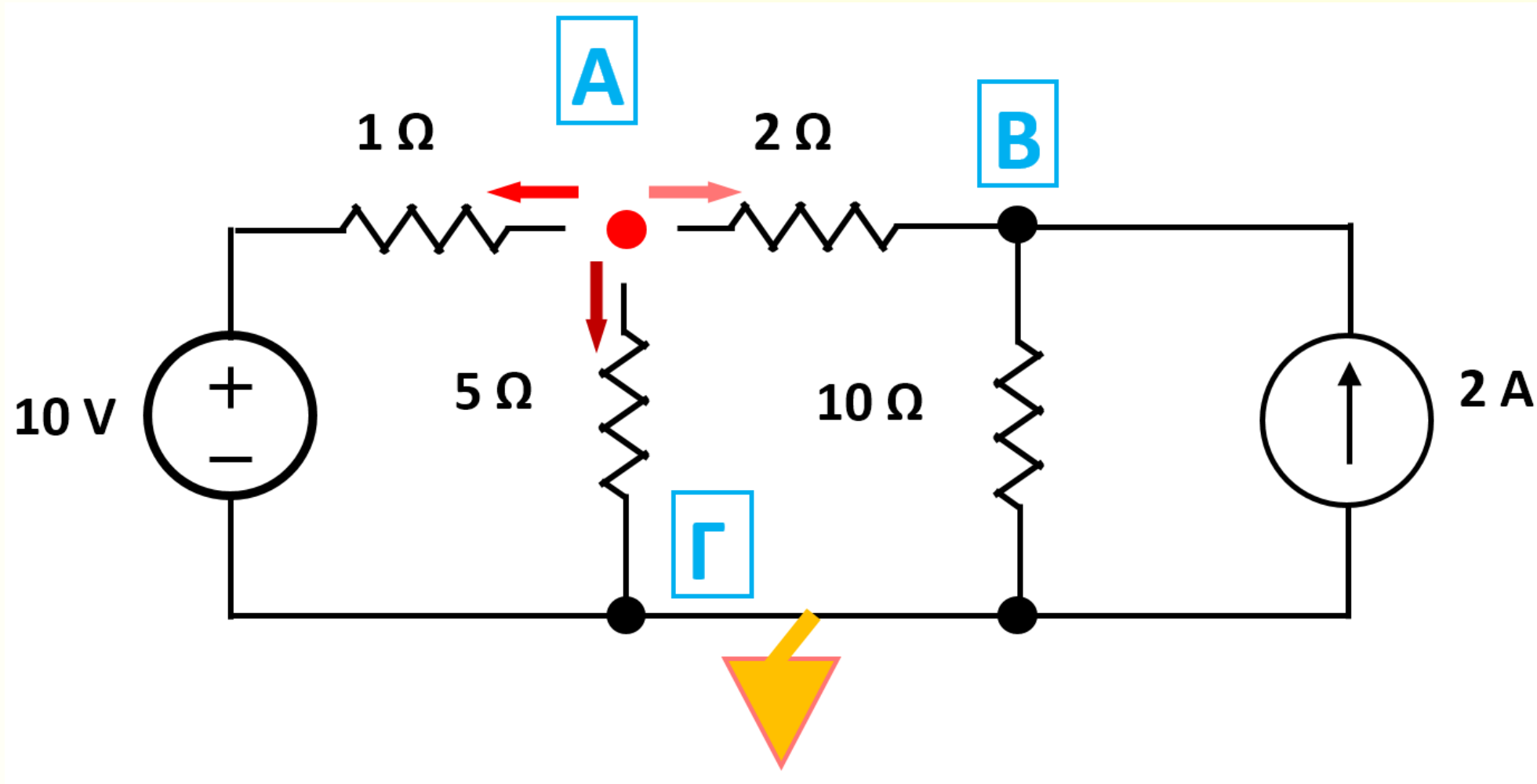
- Επιλέγουμε τον **κόμβο αναφοράς**



ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΒΗΜΑ 3

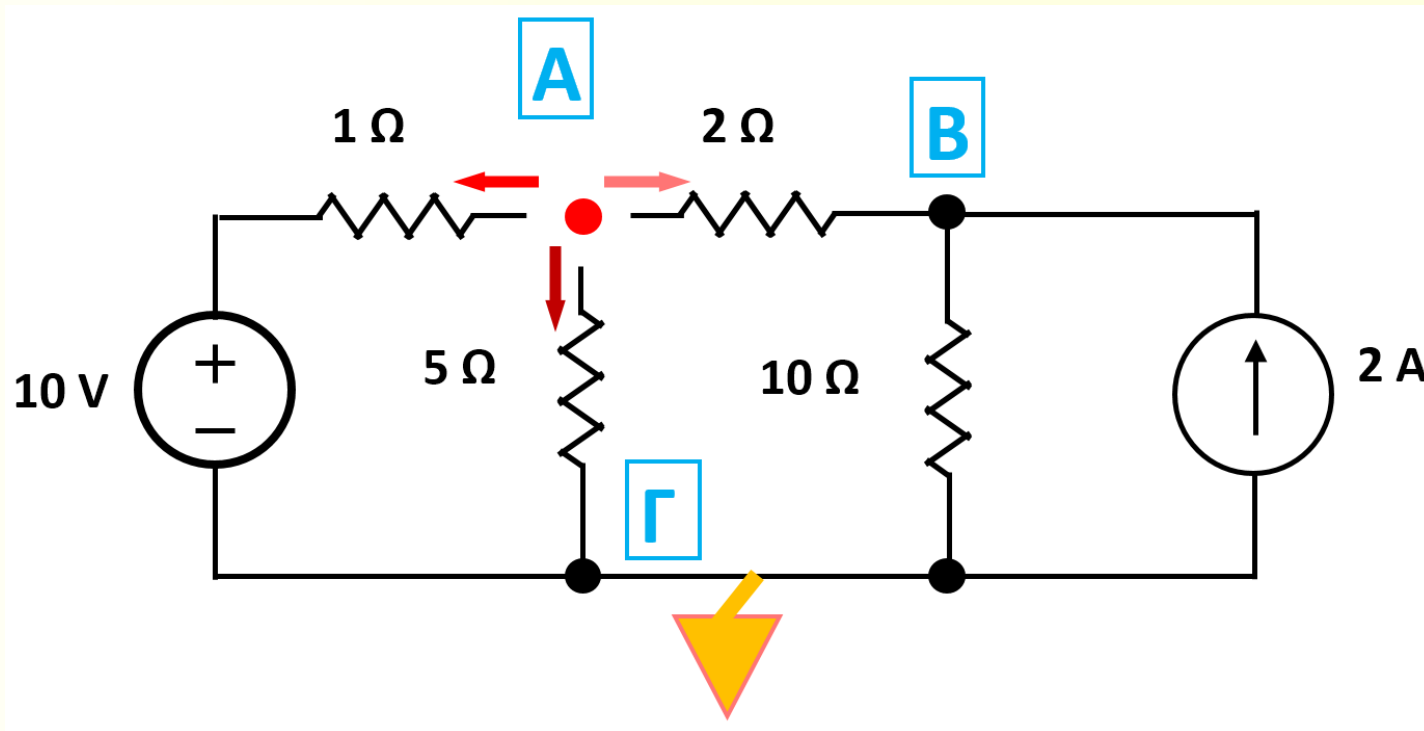
- Καταστρώνουμε τις εξισώσεις ξεκινώντας από τον κόμβο A



ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΒΗΜΑ 3

- Καταστρώνουμε τις εξισώσεις ξεκινώντας από τον **κόμβο Α**

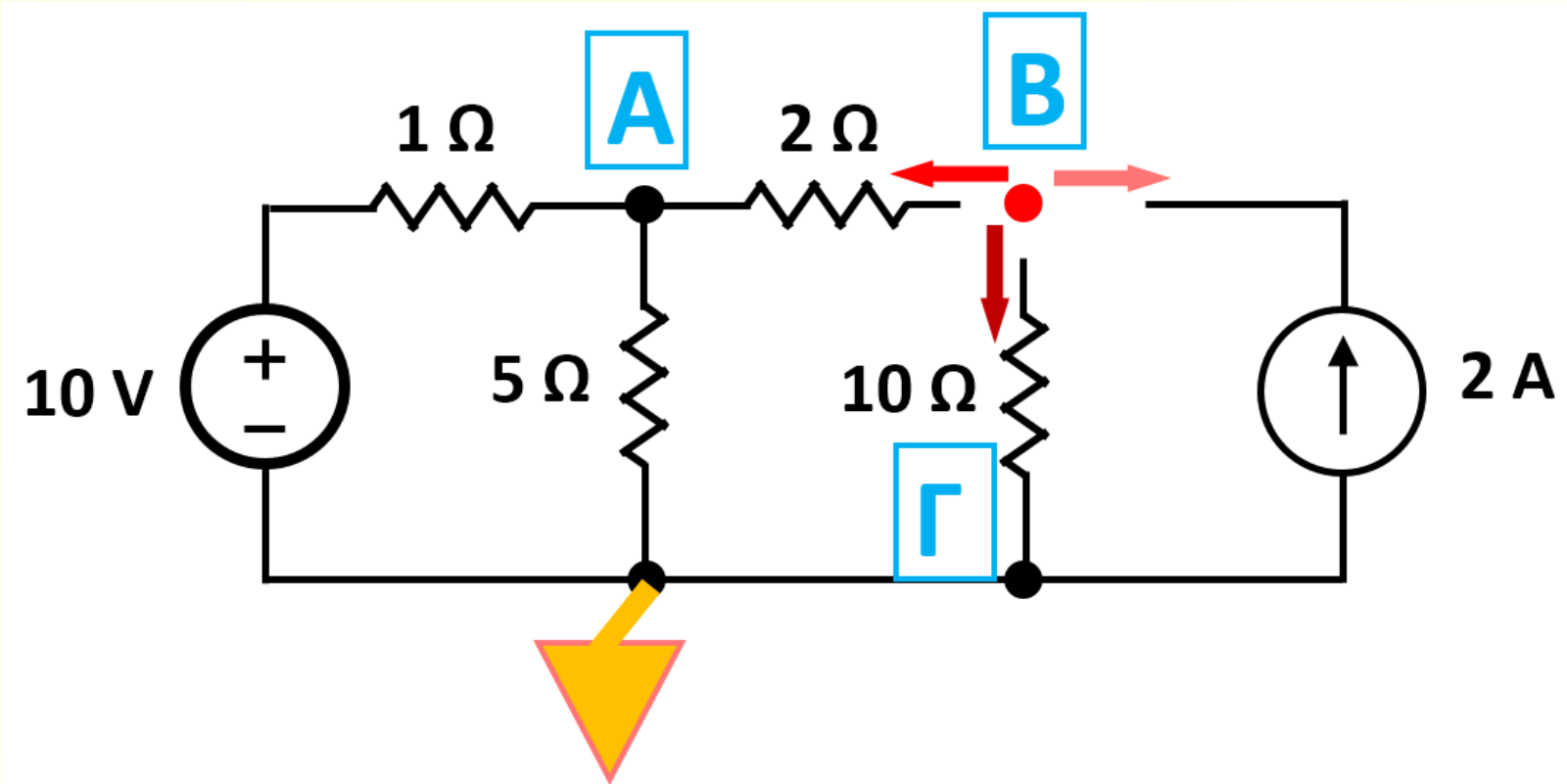


$$\frac{v_A - 10}{1} + \frac{v_A}{5} + \frac{v_A - v_B}{2} = 0$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΒΗΜΑ 3

- Συνεχίζουμε τις εξισώσεις με τον κόμβο B



$$\frac{V_B - V_A}{2} + \frac{V_B}{10} - 2 = 0$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΒΗΜΑ 3

- Επιλύουμε τις εξισώσεις που προέκυψαν για τις κομβικές τάσεις v_A και v_B

- Δυο εξισώσεις, δυο άγνωστοι:

$$\begin{aligned} 1,7v_A - 0,5v_B &= 10 \\ -0,5v_A + 0,6v_B &= 2 \end{aligned}$$

- $v_A = 9,09 \text{ V}$
- $v_B = 10,91 \text{ V}$

Παρατηρήστε τη συμμετρία τού «πίνακα A»!

- Γνωρίζοντας τις κομβικές τάσεις μπορούμε να υπολογίσουμε όλα τα ρεύματα κλάδου και φυσικά τις τάσεις κλάδου

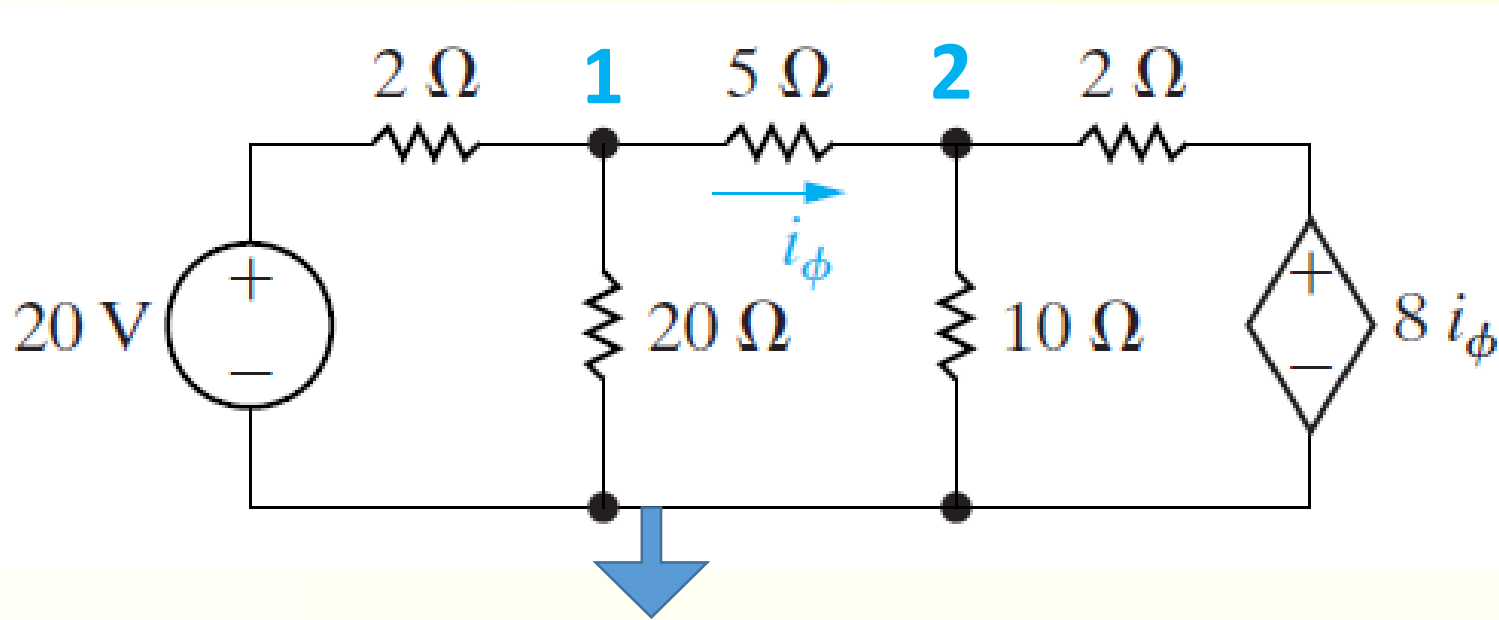
ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ

- Κάθε εξαρτημένη πηγή εισάγει έναν περιορισμό
- Εκφράζουμε αυτόν τον περιορισμό σαν συνάρτηση των κομβικών τάσεων
- Ενσωματώνουμε τις επιπλέον σχέσεις στο σύστημα και επιλύουμε

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



$$\frac{v_1 - 20}{2} + \frac{v_1}{20} + \frac{v_1 - v_2}{5} = 0$$

$$\frac{v_2 - v_1}{5} + \frac{v_2}{10} + \frac{v_2 - 8i_\phi}{2} = 0$$

$$i_\phi = \frac{v_1 - v_2}{5}$$

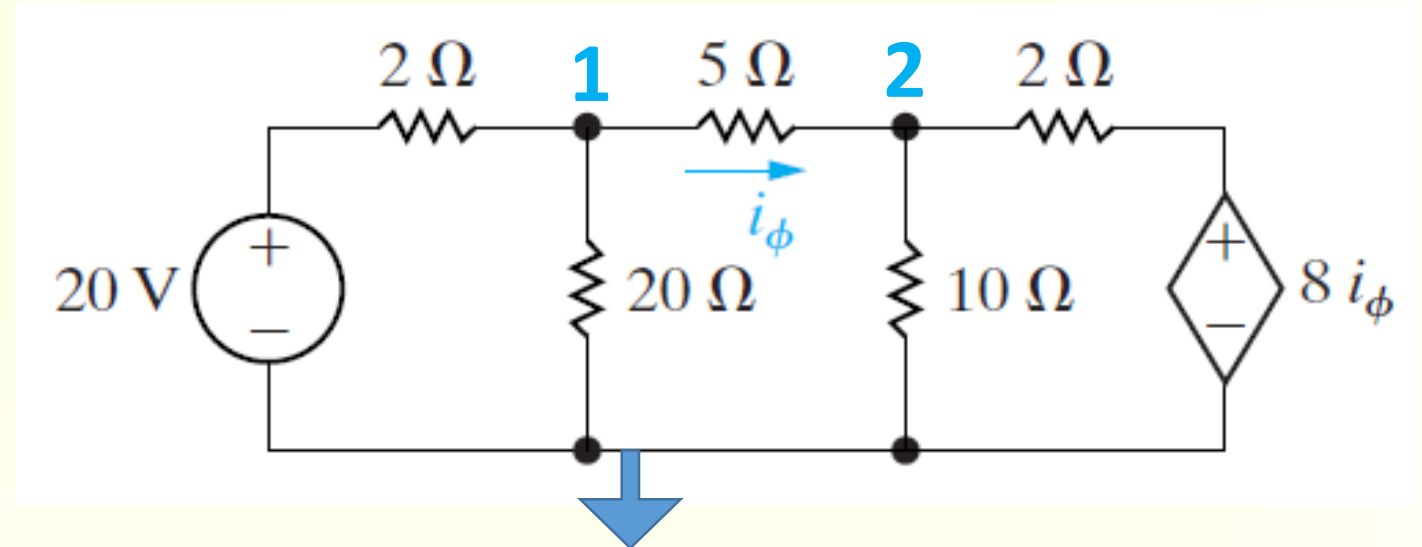
ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

$$\frac{v_1 - 20}{2} + \frac{v_1}{20} + \frac{v_1 - v_2}{5} = 0$$

$$\frac{v_2 - v_1}{5} + \frac{v_2}{10} + \frac{v_2 - 8i_\phi}{2} = 0$$

$$i_\phi = \frac{v_1 - v_2}{5}$$



$$0.75v_1 - 0.2v_2 = 10$$

$$-v_1 + 1.6v_2 = 0.$$

$$v_1 = 16 \text{ V}$$

$$v_2 = 10 \text{ V}$$

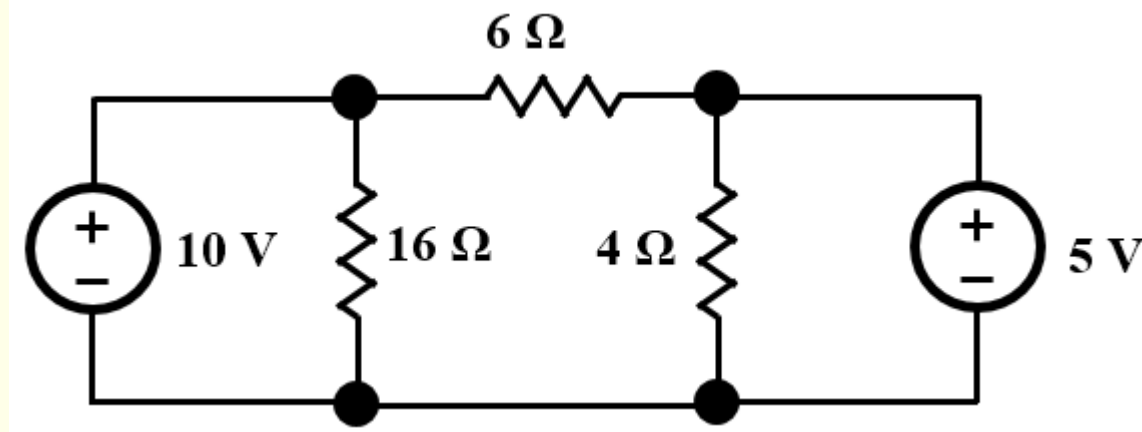
$$i_\phi = \frac{16 - 10}{5} = 1.2 \text{ A}$$

Παρατηρήστε τη **μη** συμμετρία τού πίνακα «A»!

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

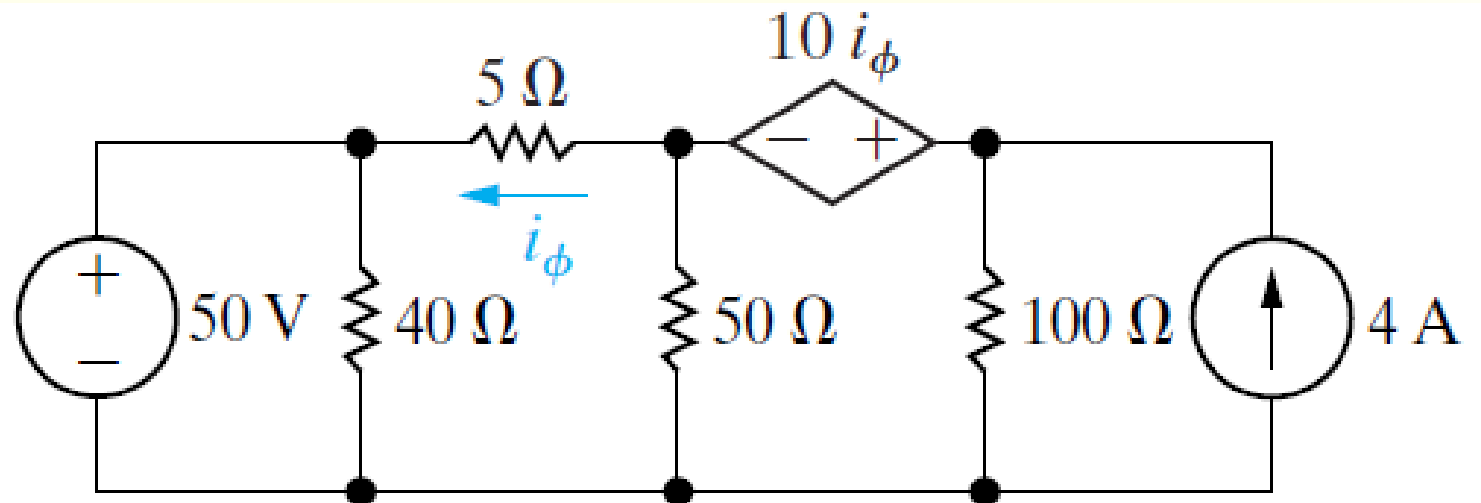
ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

- Πηγή τάσης ενώνει ένα κόμβο με τον κόμβο αναφοράς



ΟΛΑ ΓΝΩΣΤΑ!

- Πηγή τάσης ενώνει δυο κόμβους



ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

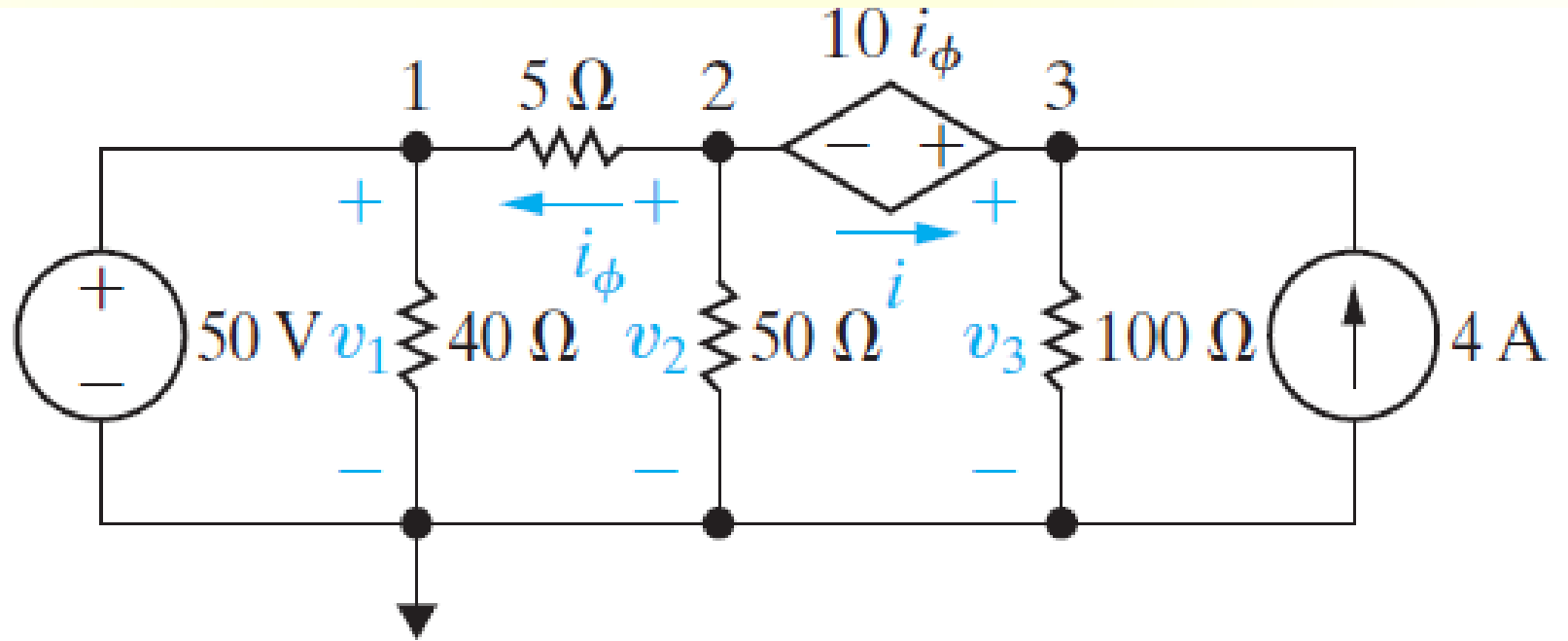
- Πηγή τάσης ενώνει δυο κόμβους

$$\frac{v_2 - v_1}{5} + \frac{v_2}{50} + i = 0$$

$$\frac{v_3}{100} - i - 4 = 0$$

$$\frac{v_2 - v_1}{5} + \frac{v_2}{50} + \frac{v_3}{100} - 4 = 0$$

$$v_2 = 60 \text{ V}$$



2^η ΓΕΝΙΚΗ ΤΕΧΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΑΡΑΘΥΡΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

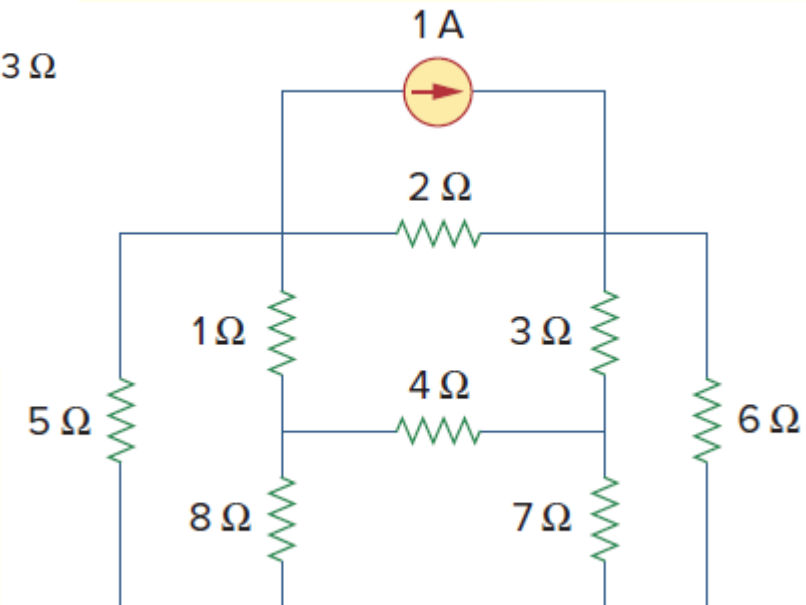
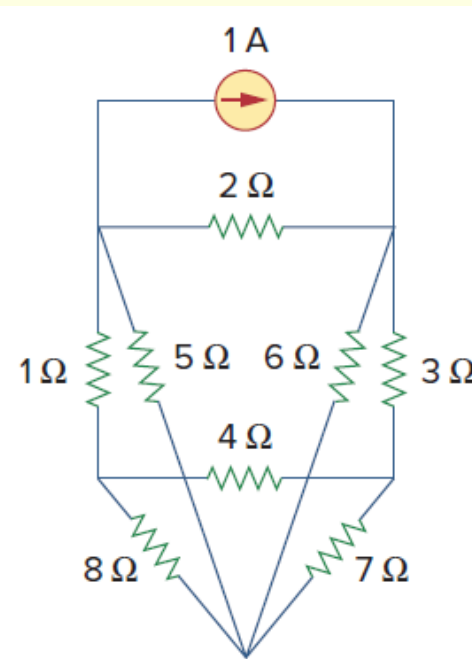
ΠΡΟΕΙΔΟΠΟΙΗΣΗ

*Η μέθοδος βροχικών εντάσεων μπορεί να εφαρμοστεί **μόνο** σε επίπεδα κυκλώματα*

Ποιοτικός ορισμός:

ΕΠΙΠΕΔΟ ΚΥΚΛΩΜΑ: Αν μπορεί να ξανασχεδιαστεί έτσι ώστε να μην υπάρχουν τεμνόμενοι κλάδοι

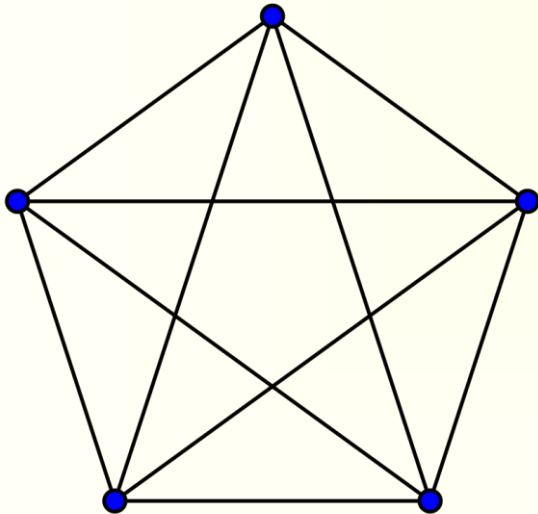
...Πρακτικά, μάλλον άχρηστος



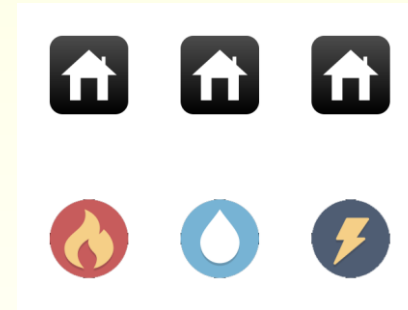
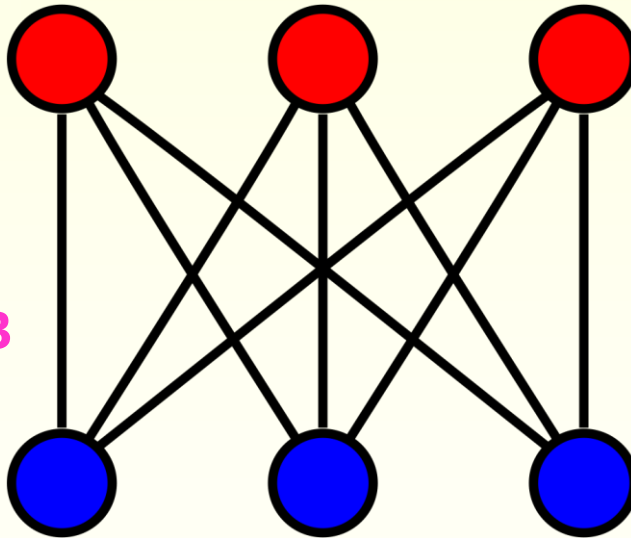
ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

- Αποτελεί ένα δύσκολο μαθηματικό πρόβλημα της **θεωρίας γράφων**
- Η βασική προσέγγιση συνίσταται στην ανακάλυψη «απαγορευμένων» μορφότυπων όπως

• K_5



$K_{3,3}$



• $K \rightarrow$ Kuratowski

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

1. Ξανασχεδιάζουμε το κύκλωμα (αν χρειάζεται) έτσι ώστε να μην υπάρχουν τεμνόμενοι κλάδοι και **σημειώνουμε όλα τα παράθυρα** βάζοντας και ονόματα/ετικέτες

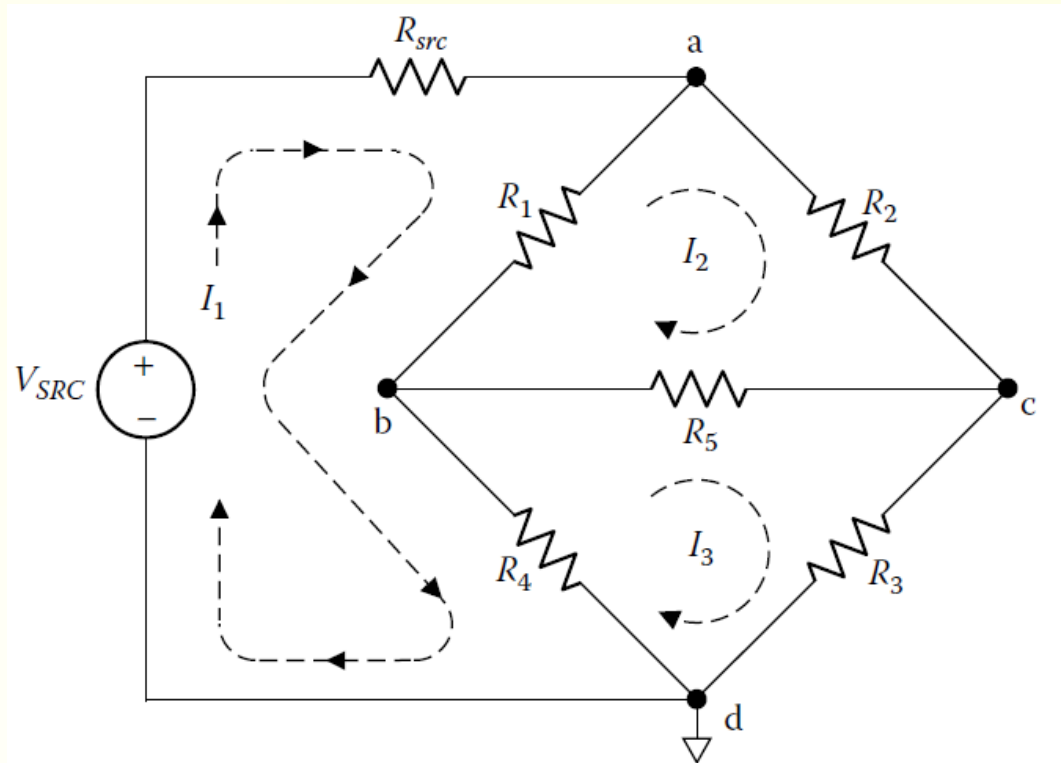
ΟΡΙΣΜΟΣ: Βροχικό ρεύμα υπάρχει μόνο στην περίμετρο του βρόχου(παράθυρου) και η φορά του ορίζεται **αυθαίρετα** με ένα βέλος

[Τα βροχικά ρεύματα **ΔΕΝ** υπάρχουν και φυσικά δεν μπορούν να μετρηθούν: είναι κατασκευάσματα για να βοηθήσουν στην ανάλυση]

2. Προχωράμε στην κατάστρωση των εξισώσεων με τον NTK για όλα τα παράθυρα και επιλύουμε

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

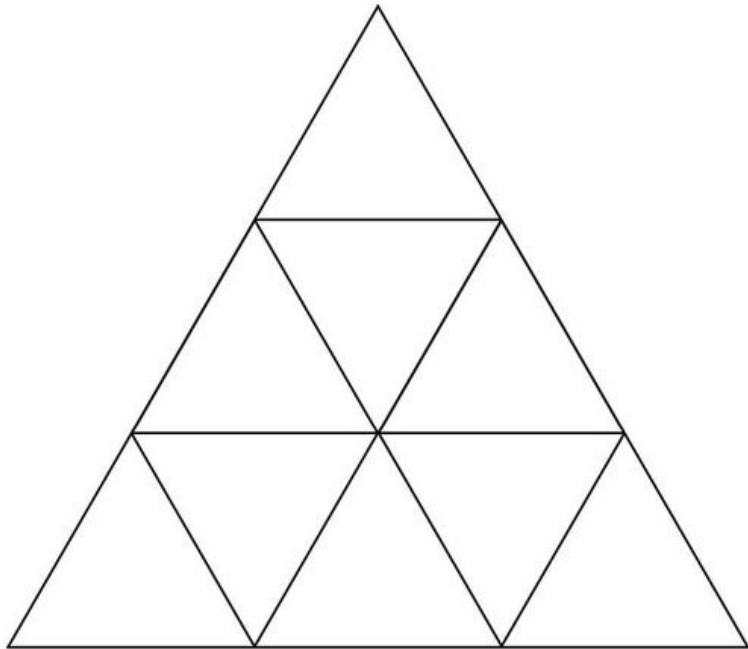
Ο ορισμός τού βροχικού ρεύματος και το γεγονός ότι κάθε βροχικό ρεύμα αφήνει κάθε κόμβο στον οποίο εισέρχεται, σημαίνει ότι ικανοποιείται **αυτόματα** ο NPK για **όλους** τούς κόμβους που υπάρχουν στο κύκλωμα



ΝΟΜΟΣ ΤΑΣΕΩΝ ΤΟΥ KIRCHHOFF (NTK)

- Βρόχος 1
- Βρόχος 2
- Βρόχοι ...

ΠΟΣΑ ΕΛΑΧΙΣΤΑ ΤΡΙΓΩΝΑ (ΠΑΡΑΘΥΡΑ) ΒΛΕΠΕΤΕ;



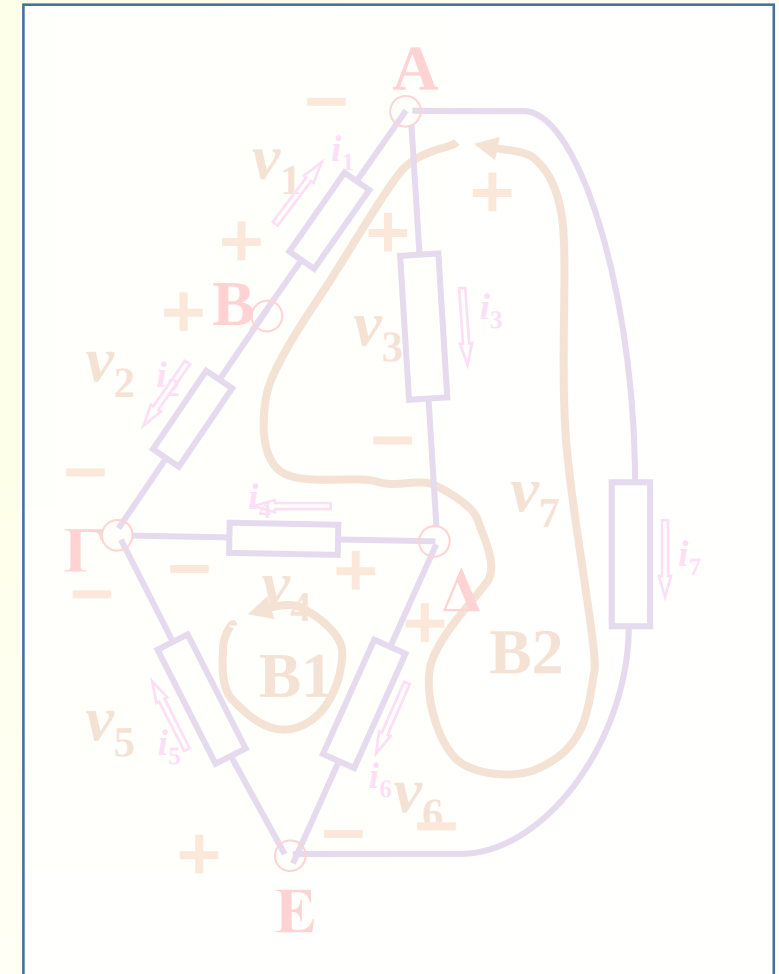
$$\text{ΠΑΡΑΘΥΡΑ} = 9$$

$$\text{ΚΟΜΒΟΙ} = 10$$

$$\text{ΑΚΜΕΣ} = 18$$

$$\text{ΚΟΜΒΟΙ} - \text{ΑΚΜΕΣ} + \text{ΠΑΡΑΘΥΡΑ} = 1$$

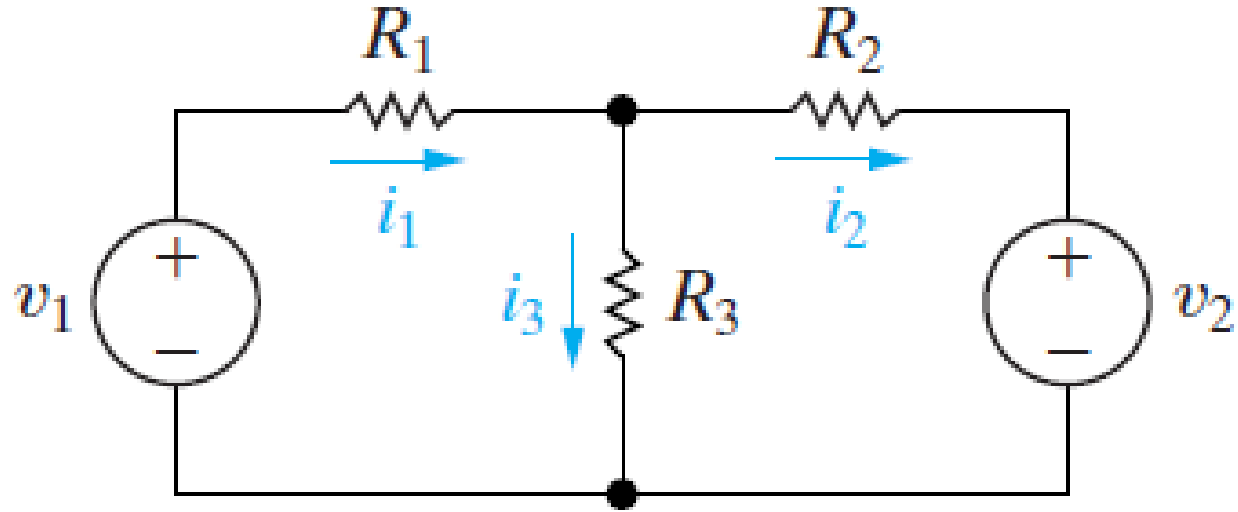
Τύπος τού Euler για γράφους (συνεκτικούς)



ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ (ΜΒΕ)

- Το «κλειδί» για τη ΜΒΕ είναι η σχέση ανάμεσα στα βροχικά ρεύματα (κατασκευάσματα) και στα κλαδικά ρεύματα (ζητούμενα)
- Ας εξερευνήσουμε τη σχέση αυτή με ένα μικρό παράδειγμα:

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

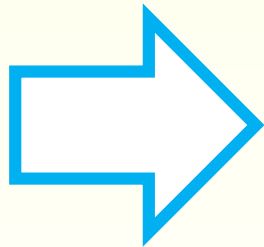


- Γράφουμε NPK και NTK

$$i_1 = i_2 + i_3,$$

$$v_1 = i_1 R_1 + i_3 R_3$$

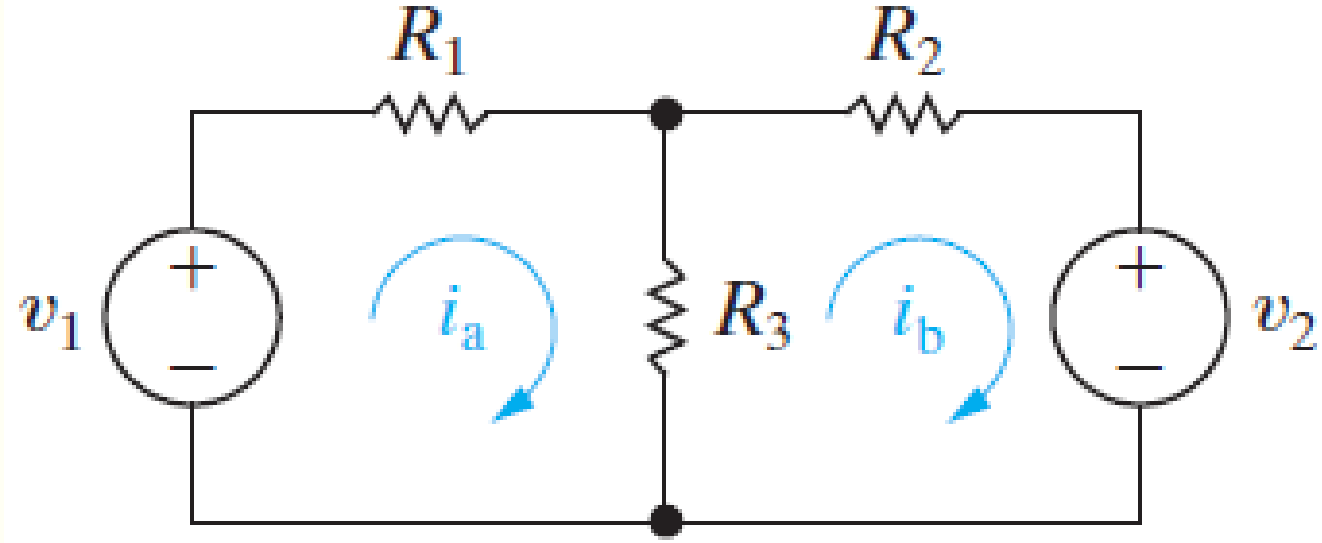
$$-v_2 = i_2 R_2 - i_3 R_3$$



$$v_1 = i_1(R_1 + R_3) - i_2 R_3,$$

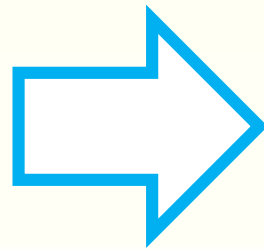
$$-v_2 = -i_1 R_3 + i_2(R_2 + R_3)$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ



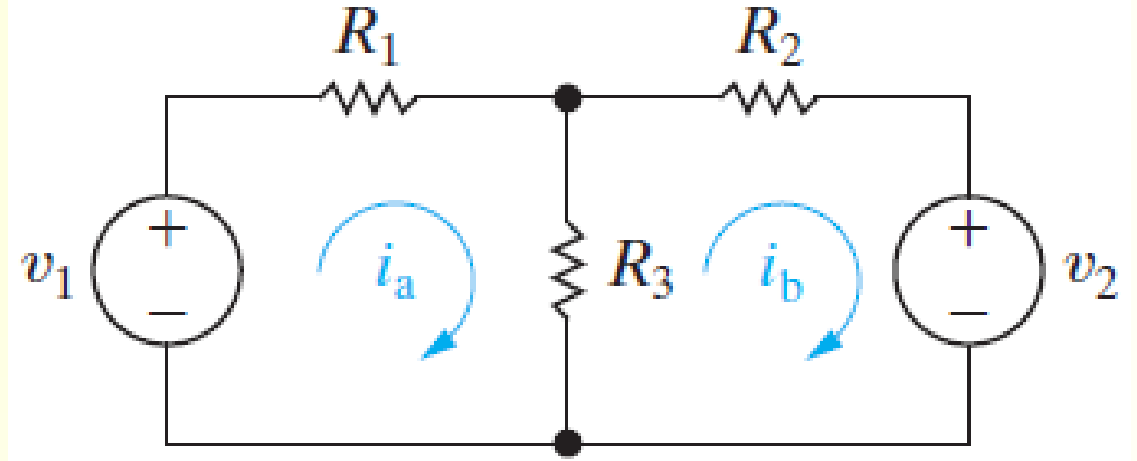
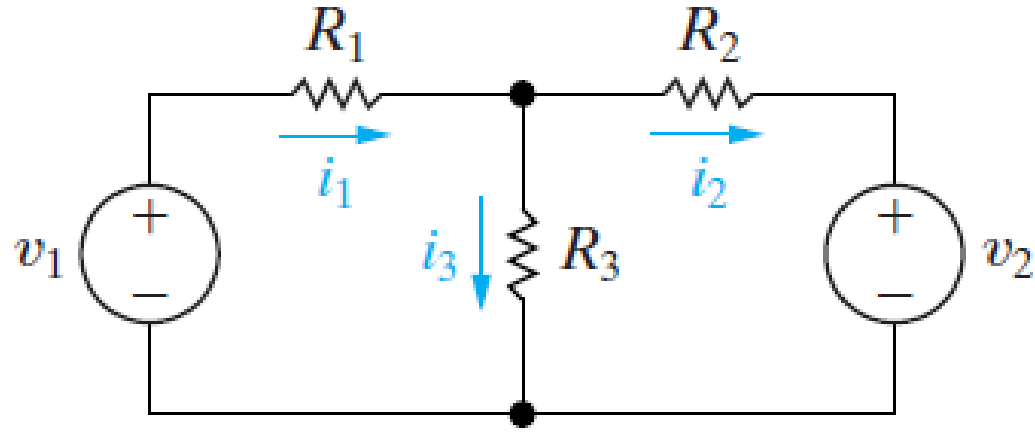
- Γράφουμε NTK για τα βροχικά ρεύματα i_a και i_b
- *Για τον βρόχο που εξετάζουμε κάθε φορά, θεωρούμε ότι το ρεύμα του είναι «κυρίαρχο»*

$$\begin{aligned} v_1 &= i_a R_1 + (i_a - i_b) R_3 \\ -v_2 &= (i_b - i_a) R_3 + i_b R_2 \end{aligned}$$

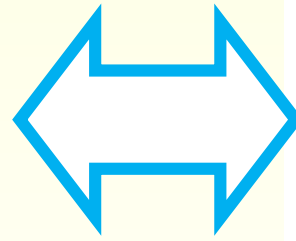


$$\begin{aligned} v_1 &= i_a (R_1 + R_3) - i_b R_3, \\ -v_2 &= -i_a R_3 + i_b (R_2 + R_3) \end{aligned}$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ



$$\begin{aligned} v_1 &= i_1(R_1 + R_3) - i_2R_3, \\ -v_2 &= -i_1R_3 + i_2(R_2 + R_3) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} v_1 &= i_a(R_1 + R_3) - i_bR_3, \\ -v_2 &= -i_aR_3 + i_b(R_2 + R_3) \end{aligned}$$

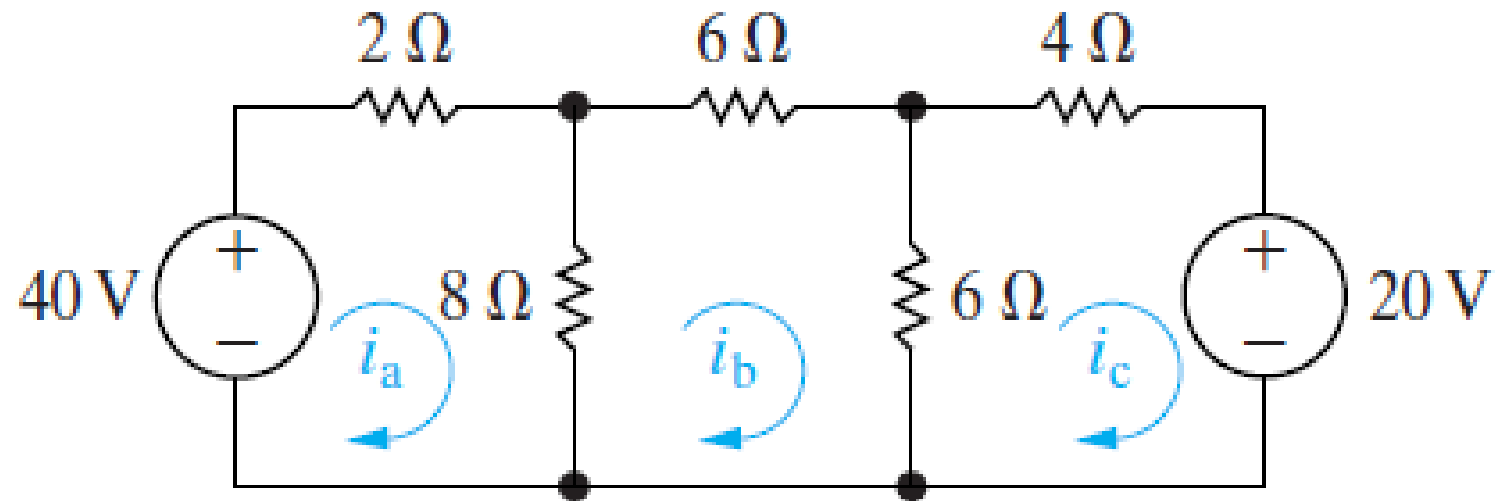
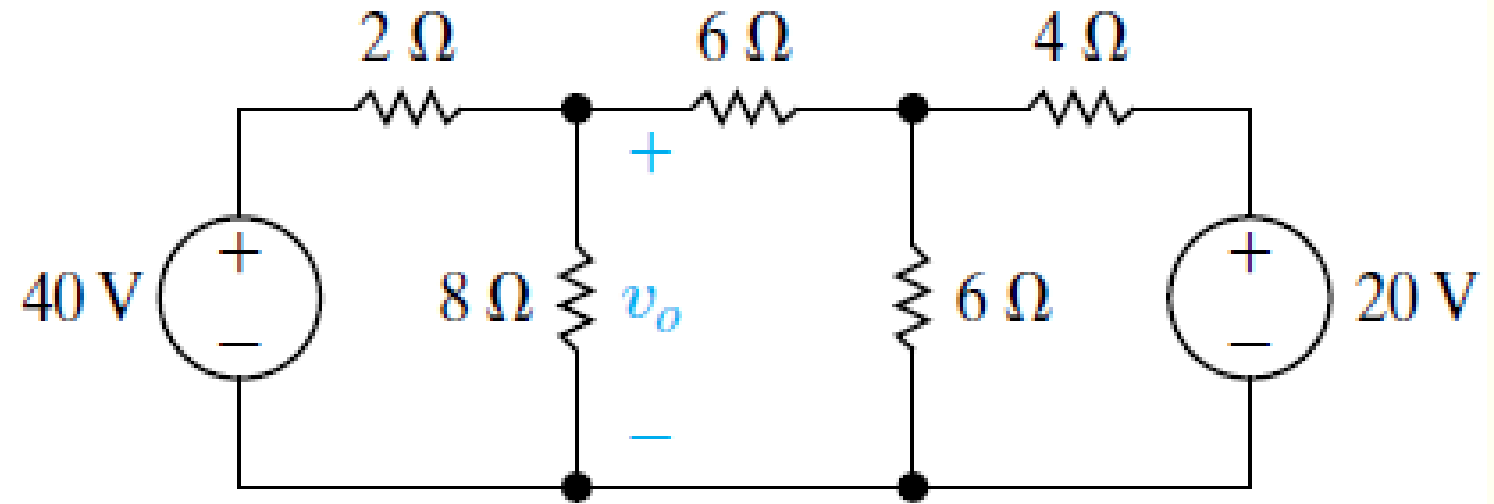
$$i_1 = i_a,$$

$$i_2 = i_b,$$

$$i_3 = i_a - i_b$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

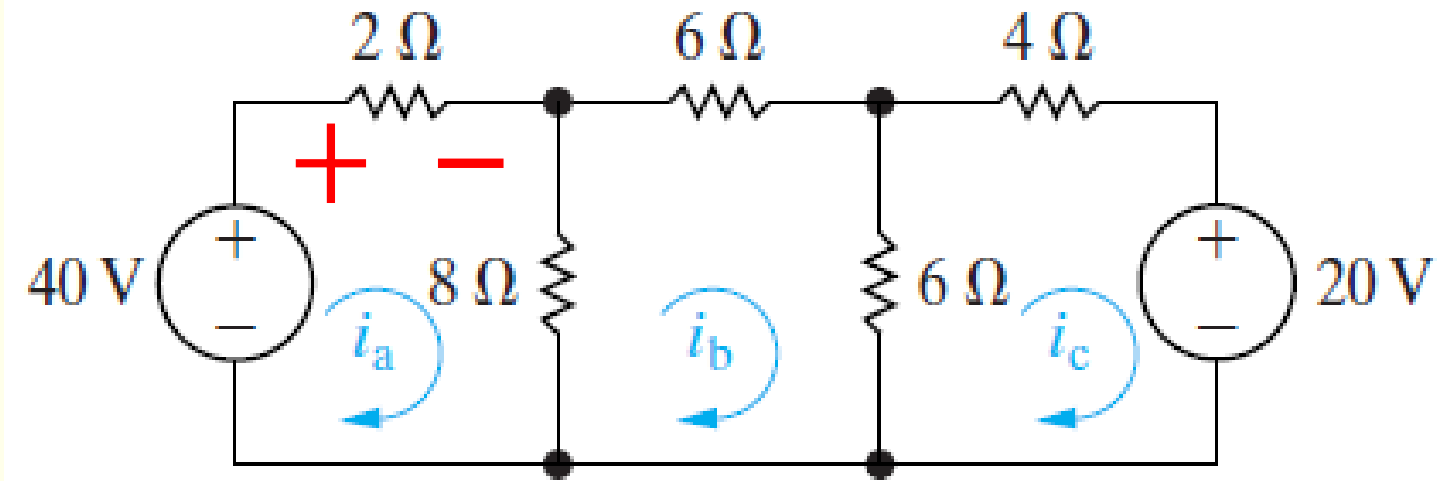
- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

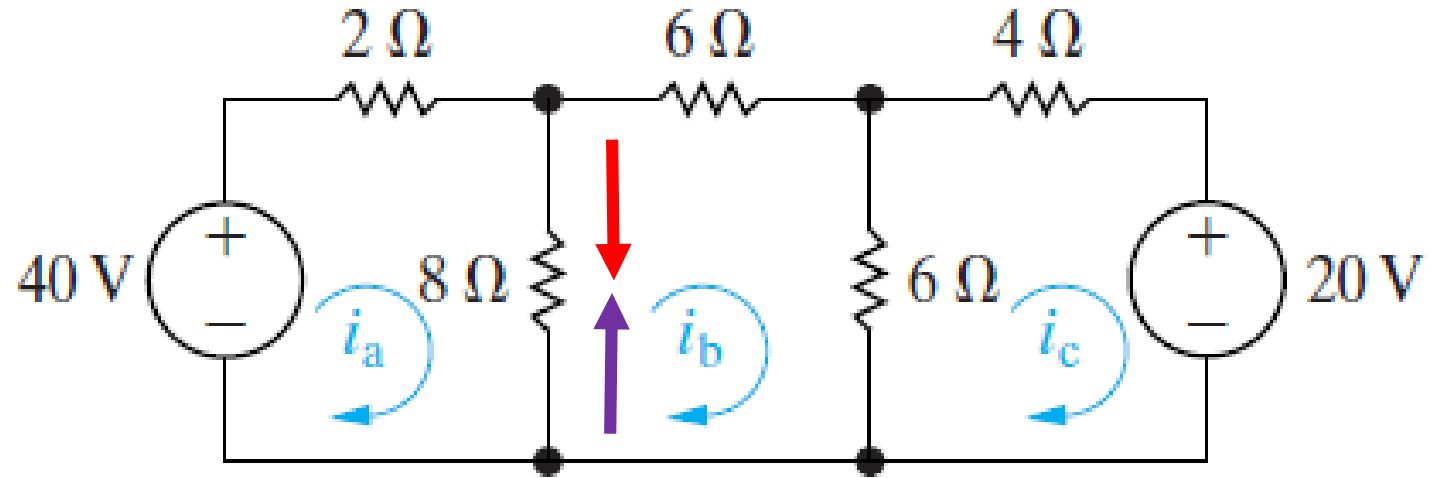
- Για τον βρόχο που εξετάζουμε κάθε φορά, θεωρούμε ότι το ρεύμα του είναι «κυρίαρχο»
- Για να μη σημειώνουμε πολικότητες στα στοιχεία, καταγράφουμε τον ΝΤΚ με βάση το πρόσημο που συναντάμε **πρώτο**



$$-40 + 2i_a + 8(i_a - i_b) = 0$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

• ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



$$-40 + 2i_a + 8(i_a - i_b) = 0$$

$$8(i_b - i_a) + 6i_b + 6(i_b - i_c) = 0$$

$$6(i_c - i_b) + 4i_c + 20 = 0$$

$$10i_a - 8i_b + 0i_c = 40$$

$$-8i_a + 20i_b - 6i_c = 0$$

$$0i_a - 6i_b + 10i_c = -20$$

$$i_a = 5.6 \text{ A} \quad i_b = 2.0 \text{ A} \quad i_c = -0.80 \text{ A}$$

• Ρεύμα στα 8 Ω: $+5,6 - 2 = 3,6 \text{ A}$

• Ρεύμα στα 8 Ω: $+2 - 5,6 = -3,6 \text{ A}$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕ ΠΗΓΗ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

- Αν μια πηγή ρεύματος πρέπει οπωσδήποτε να συμπεριληφθεί στον ΝΤΚ, τότε θεωρούμε την τάση της σαν έναν επιπλέον άγνωστο
- Ο άγνωστος αυτός θα εμφανιστεί με διαφορετικό πρόσημο στα δυο παράθυρα που τον περιλαμβάνουν
- Προσθέτοντας τις δυο αντίστοιχες εξισώσεις, η άγνωστη αυτή τάση θα απαλειφθεί
- ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Το (κλαδικό) ρεύμα της πηγής ρεύματος μπορεί να συσχετιστεί με τα βροχικά ρεύματα των παραθύρων στα οποία ανήκει η πηγή ρεύματος για να αντικαταστήσει την εξίσωση που «χάθηκε» με τον πιο πάνω χειρισμό

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕ ΠΗΓΗ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

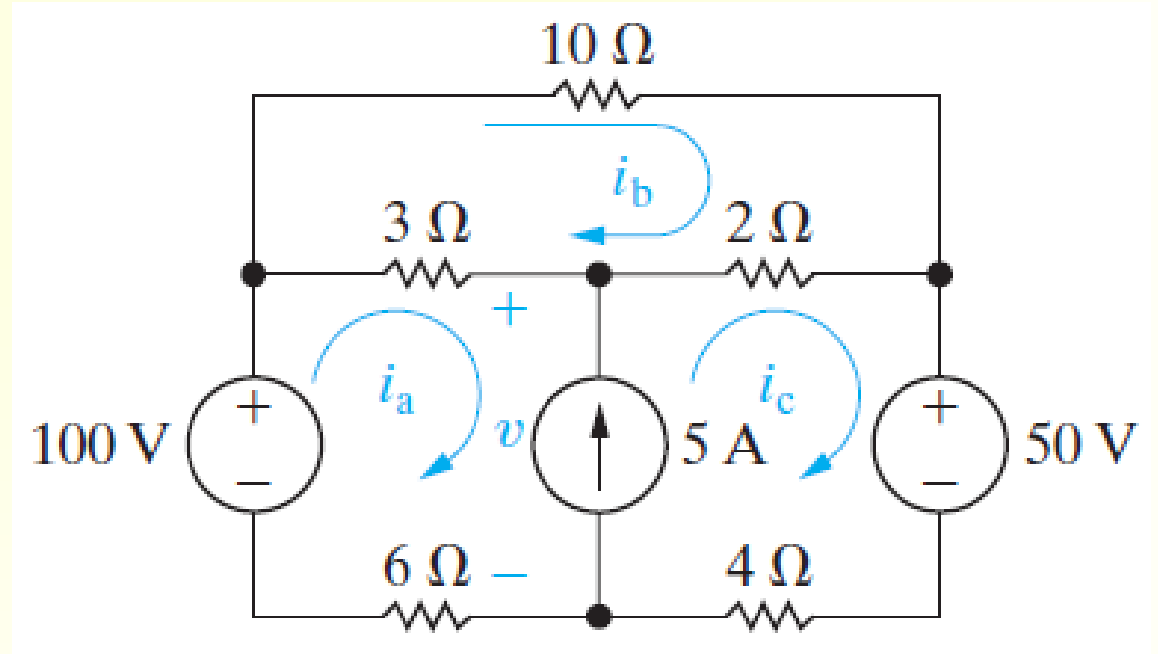
$$100 = 3(i_a - i_b) + v + 6i_a$$

$$-50 = 4i_c - v + 2(i_c - i_b)$$

$$50 = 9i_a - 5i_b + 6i_c$$

$$0 = 3(i_b - i_a) + 10i_b + 2(i_b - i_c)$$

$$i_c - i_a = 5$$



$$i_a = 1.75 \text{ A}, \quad i_b = 1.25 \text{ A}, \quad i_c = 6.75 \text{ A}$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

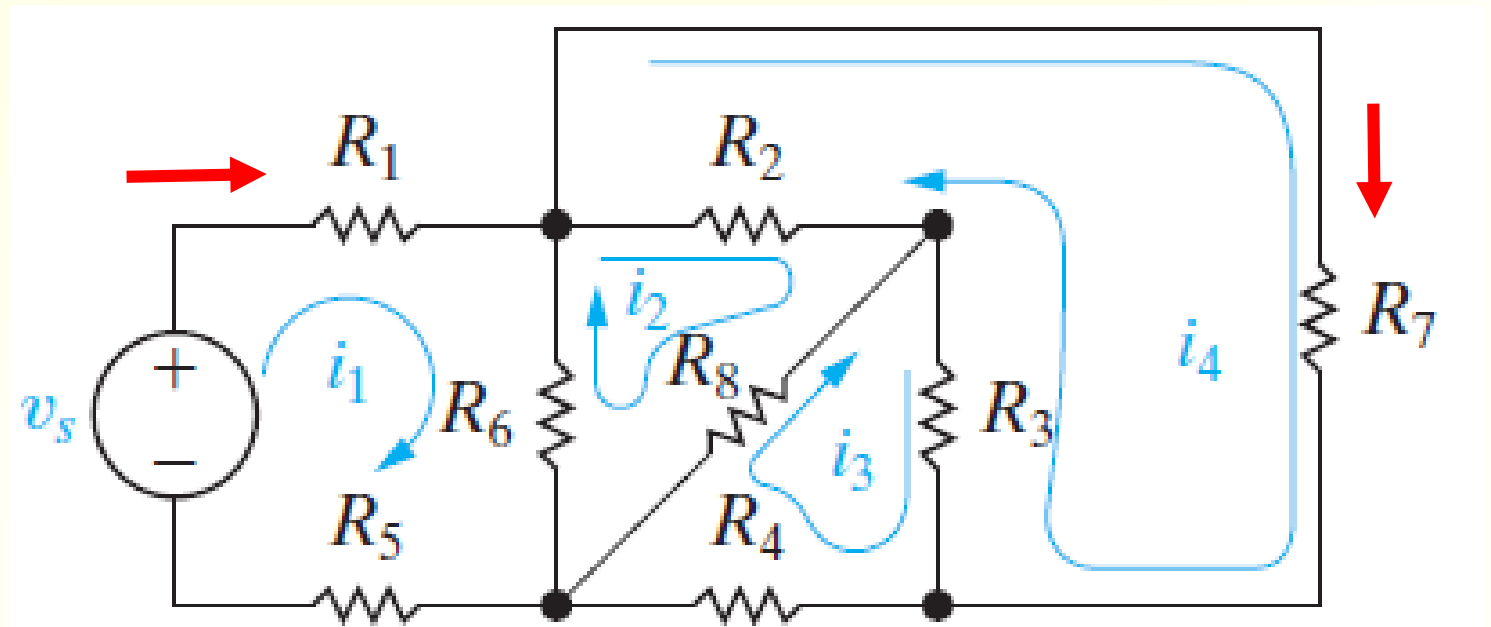
ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ

- Κάθε εξαρτημένη πηγή εισάγει έναν περιορισμό
- Εκφράζουμε αυτόν τον περιορισμό σαν συνάρτηση των βροχικών εντάσεων
- Ενσωματώνουμε τις επιπλέον σχέσεις στο σύστημα και επιλύουμε

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΥΚΟΛΙΑΣ

- Στους **εξωτερικούς κλάδους** το κλαδικό ρεύμα δίνεται αμέσως από το βροχικό ρεύμα
- Ένας κλάδος είναι **εξωτερικός** αν ανήκει σε ένα και μοναδικό παράθυρο
- **Αν υπάρχει πηγή ρεύματος σε εξωτερικό κλάδο, τότε το βροχικό ρεύμα προκύπτει αμέσως από το κλαδικό**



ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ:

http://sml.ece.upatras.gr/images/UploadedFiles/ilektrika-kyklomata_i/CircuitsAnalysisMethods.pdf

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

- **ΠΟΙΑ ΜΕΘΟΔΟ ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ;**

- $\equiv$ Ποιά μάς δίνει λιγότερες εξισώσεις για να λύσουμε;

- $KT \rightarrow NPK \rightarrow n_E - 1$ εξισώσεις

- $BE \rightarrow NTK \rightarrow b_E - (n_E - 1)$ εξισώσεις

- Συνυπολογίζουμε και τις τυχόν «εκπτώσεις»

- Και αποφασίζουμε

- Στα κυκλώματα που λύνουμε χωρίς βοηθητικά εργαλεία η διαφορά θα είναι μάλλον μικρή αλλά αξίζει τον κόπο

- Οπότε, ΠΑΝΤΑ πριν ξεκινήσουμε μετράμε την πολυπλοκότητα!

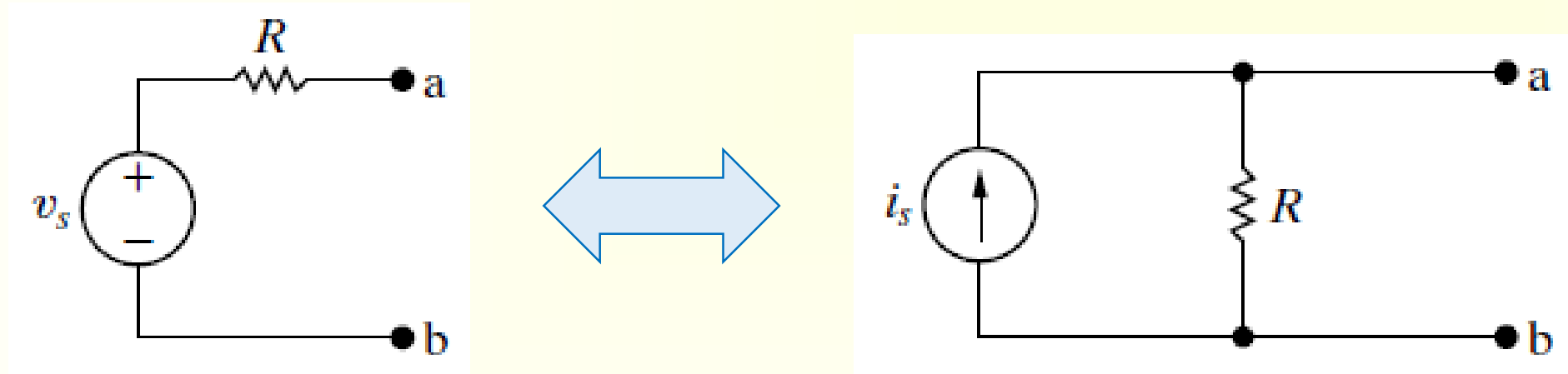
ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

- **ΠΟΙΑ ΜΕΘΟΔΟ ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ;**
- Ένας ακόμα παράγοντας που ίσως πρέπει να λάβουμε υπ' όψη μας είναι και το ότι η κάθε μέθοδος θα «προτιμούσε» να χειρίζεται ένα είδος πηγών:
- ΚΤ → μόνο πηγές ρεύματος
- ΒΕ → μόνο πηγές τάσης
- Είναι δυνατό να μετατρέψουμε ένα είδος πηγής στο άλλο;
- **ΝΑΙ!**

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΠΗΓΩΝ

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΠΗΓΩΝ

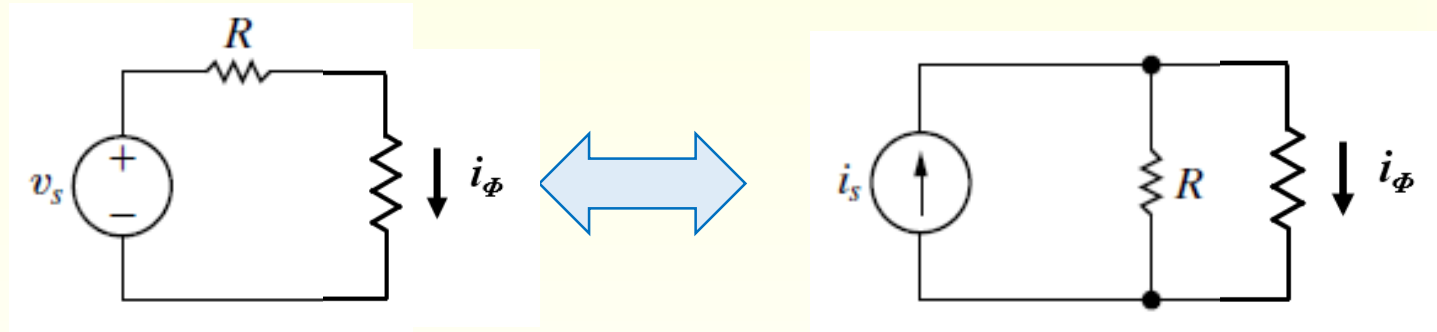
- Οι μετασχηματισμοί πηγών εντάσσονται στην κατηγορία των **τεχνικών απλοποίησης** και περιγράφονται συνοπτικά σαν:



- Προσέξτε την πολικότητα στην τάση και τη φορά στο ρεύμα
- Προσέξτε ότι η αντίσταση R είναι ίδια!
- Για να βρούμε τη σχέση μεταξύ v_s και i_s χρειαζόμαστε μια προσέγγιση μαύρου κουτιού

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΠΗΓΩΝ

- Συνδέουμε στα άκρα μια αντίσταση «φορτίου»
- Θεωρούμε την πηγή/αντίσταση σαν μαύρο κουτί που πρέπει να έχει την ίδια συμπεριφορά προς την αντίσταση του φορτίου, δηλαδή να την τροφοδοτεί με το ίδιο ρεύμα i_Φ και στις δυο περιπτώσεις



$$i_\Phi = \frac{v_s}{R + R_\Phi}$$

$$i_s = \frac{v_s}{R}$$

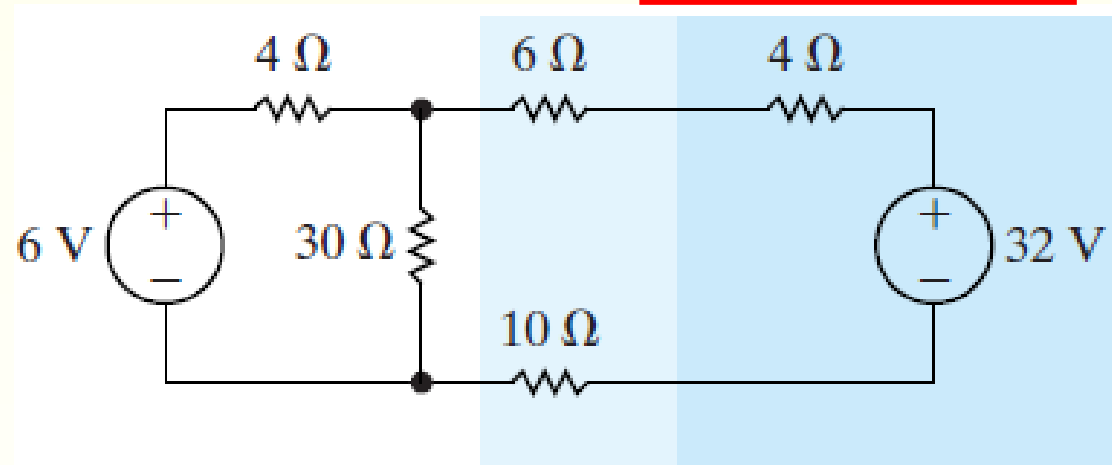
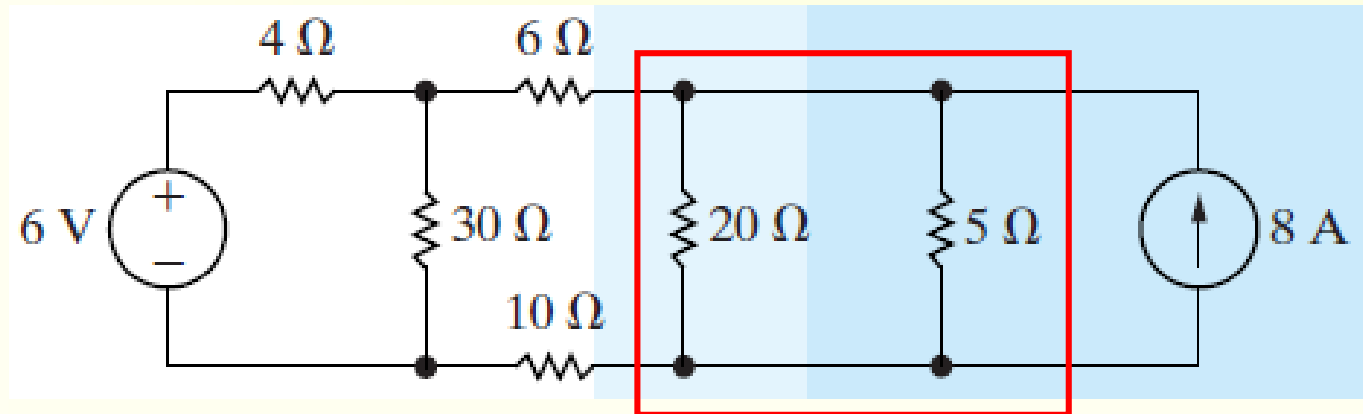
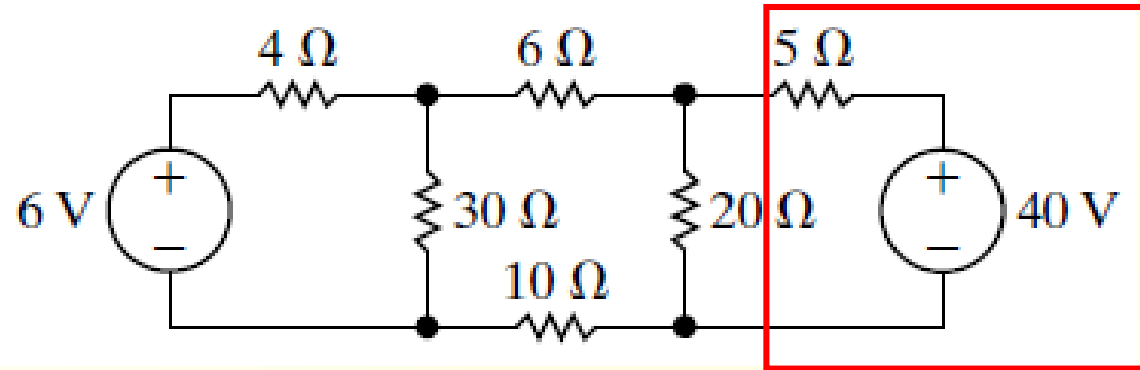
$$i_\Phi = \frac{R}{R + R_\Phi} i_s$$



Για τη συγκεκριμένη πολικότητα
στην τάση και φορά στο ρεύμα!!

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΠΗΓΩΝ

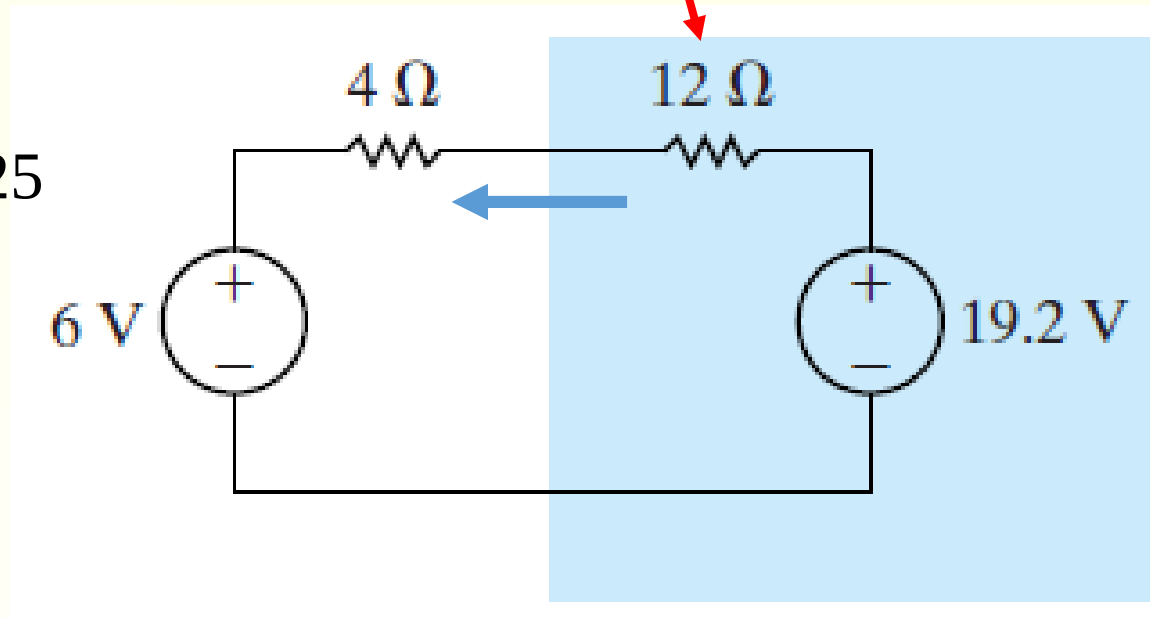
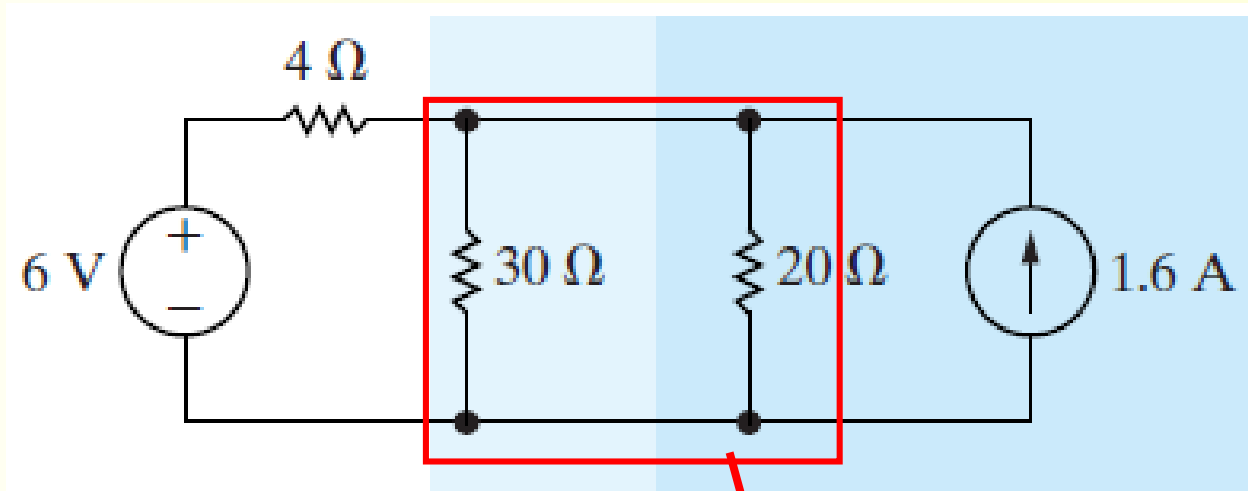
- Παράδειγμα



$$20 \parallel 5 = 4$$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΠΗΓΩΝ

- Παράδειγμα



$$i = \frac{(19,2 - 6)}{16} = 0,825$$

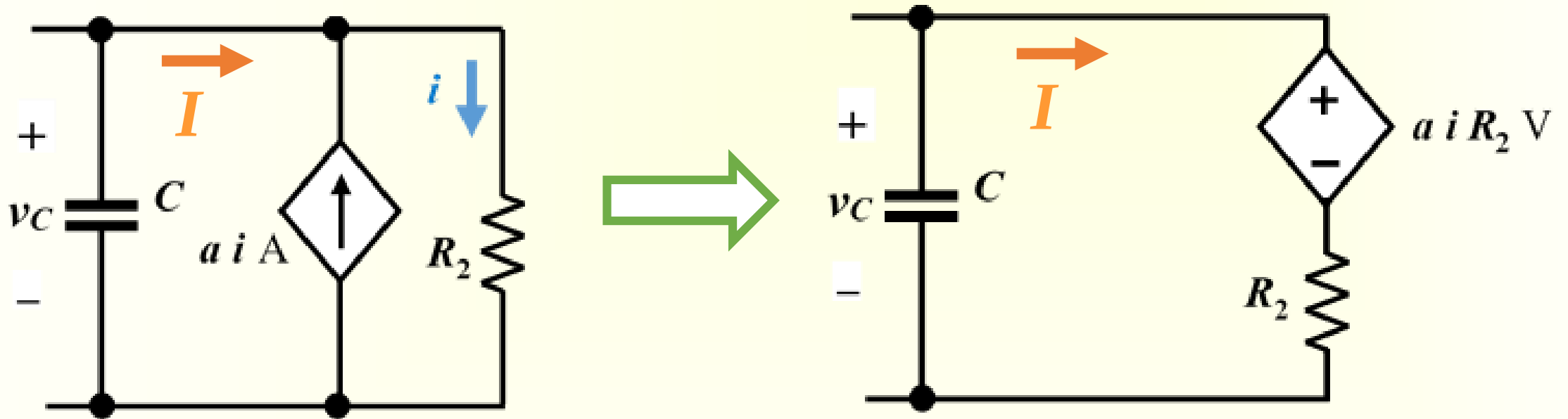
ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΠΗΓΩΝ

ΜΙΑ ΠΟΛΥ ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

- Υπάρχει περίπτωση η αντίσταση R που «συνοδεύει» μια πηγή να εμπλέκεται μέσω του ρεύματός της i_R ή της τάσης της v_R με μια εξαρτημένη πηγή κάπου αλλού στο κύκλωμα
- Σε μια τέτοια περίπτωση, ο μετασχηματισμός τού συνδυασμού πηγής και αντίστασης R πιθανόν να μη μπορεί να πραγματοποιηθεί επειδή θα αλλοιωθεί η σχέση εξάρτησης
- Το ίδιο ισχύει και για την περίπτωση άλλων μετασχηματισμών

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΠΗΓΩΝ

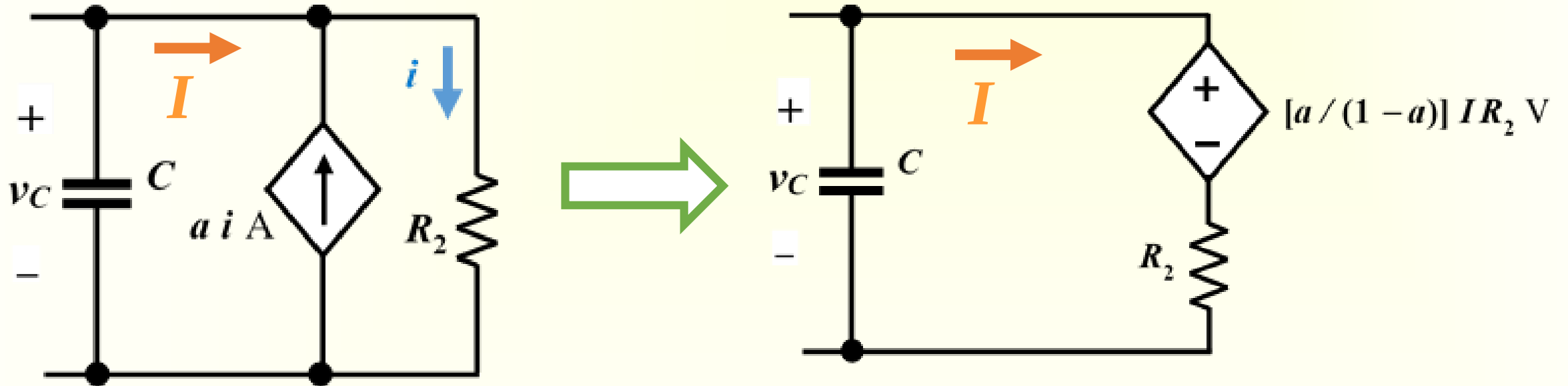
- Παράδειγμα (αν οπωσδήποτε πρέπει να κάνουμε την αλλαγή)



- Το μόνο σίγουρο εδώ είναι το ρεύμα που εισέρχεται στον συνδυασμό
- Με έναν απλό υπολογισμό: $I = (1 - a)i$
- Έτσι ώστε τελικά, αφού $i = I / (1 - a)$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΠΗΓΩΝ

- Παράδειγμα (συνέχεια)



→ Για πολύ προχωρημένους: βλ. Θεώρημα Απορρόφησης Πηγής σύμφωνα με το οποίο όλος ο κλάδος δεξιά αντικαθίσταται από μια αντίσταση $R_2 / (1 - a)$

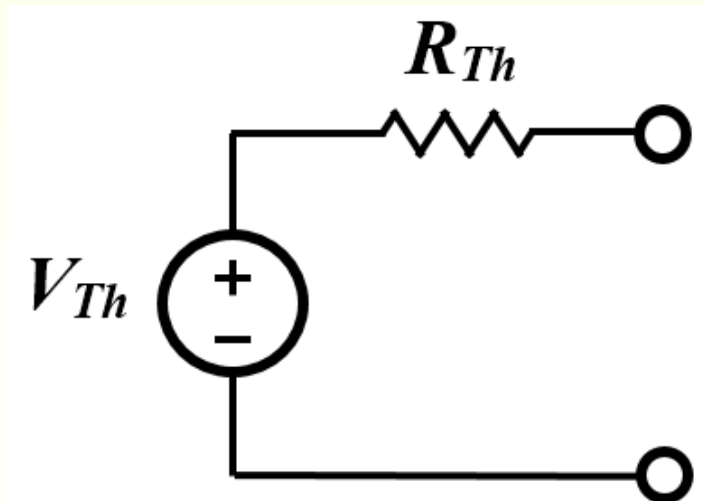
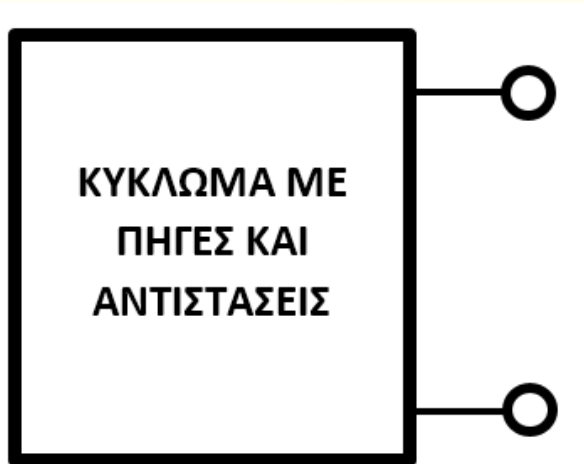
ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ THEVENIN/NORTON

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ THEVENIN/NORTON

- Όταν ο μέσος άνθρωπος συνδέει το φως μιας συσκευής στην πρίζα τού τοίχου, δεν τον ενδιαφέρει τι υπάρχει «πίσω» από αυτή την πρίζα
- Κάτι ανάλογο μπορεί να κάνει κι ένας ηλεκτρολόγος
- Δηλαδή να ενδιαφερθεί μόνο για την τάση και το ρεύμα που σχετίζονται με τους ακροδέκτες στην πρίζα χωρίς να εξετάζει τι υπάρχει πίσω από αυτή την πρίζα (ουσιαστικά, σχεδόν το παγκόσμιο σύστημα παροχής ισχύος)
- Αυτό αποτελεί μια **ισχυρότατη τεχνική απλοποίησης** που χρησιμοποιείται ευρύτατα

ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ THEVENIN

- Σύμφωνα με τη θεωρία κυκλωμάτων, **ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin** είναι μια ανεξάρτητη πηγή τάσης V_{Th} σε σειρά με μια αντίσταση R_{Th} που αντικαθιστά έναν οποιονδήποτε συνδυασμό πηγών και αντιστάσεων
- Ισοδύναμα, αν συνδέσουμε ένα φορτίο R_ϕ στα άκρα τού αρχικού κυκλώματος και στα άκρα τού ισοδύναμου Thevenin, θα μετρήσουμε την ίδια τάση και το ίδιο ρεύμα
- Αυτό ισχύει για οποιαδήποτε τιμή φορτίου R_ϕ !



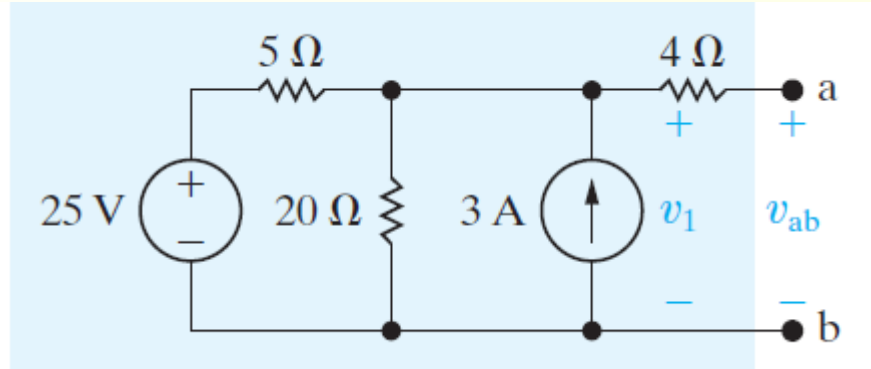
ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ THEVENIN

- Η τάση που φαίνεται και στα δυο κυκλώματα όταν οι ακροδέκτες είναι ανοιχτοί, πρέπει να είναι ίδια
- Άρα, η τάση Thevenin ισούται με την ανοιχτοκυκλωμένη τάση τού μεγάλου κυκλώματος, που μπορεί να μας δώσει η ανάλυση
- Ακριβώς το ίδιο ισχύει και για τα ρεύματα βραχυκύκλωσης
- Οπότε: V_{Th} = τάση στα άκρα τού αρχικού κυκλώματος όταν αυτά είναι «στον αέρα»
- $R_{Th} = V_{Th} / i_{sc}$ *Η αντίσταση Thevenin είναι ο λόγος τής ανοιχτοκυκλωμένης τάσης προς το ρεύμα βραχυκύκλωσης*

ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ THEVENIN

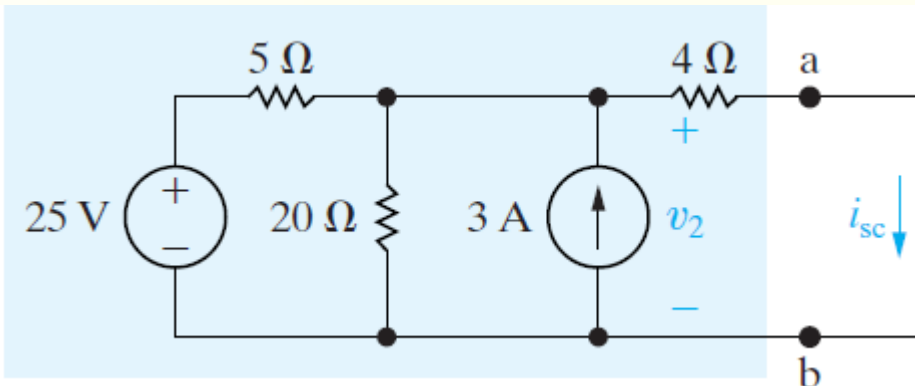
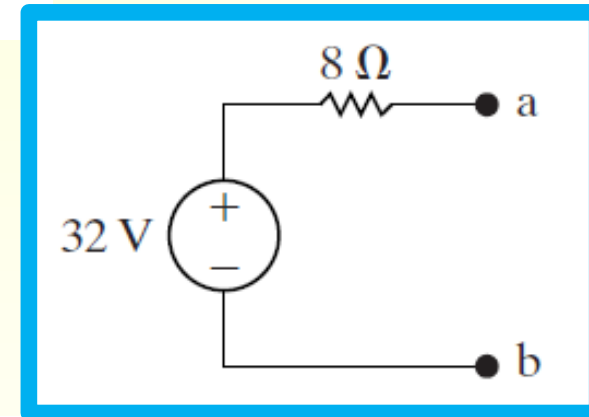
- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

$$V_{ab} = V_1$$



$$\frac{v_1 - 25}{5} + \frac{v_1}{20} - 3 = 0$$

$$v_1 = 32 \text{ V}$$



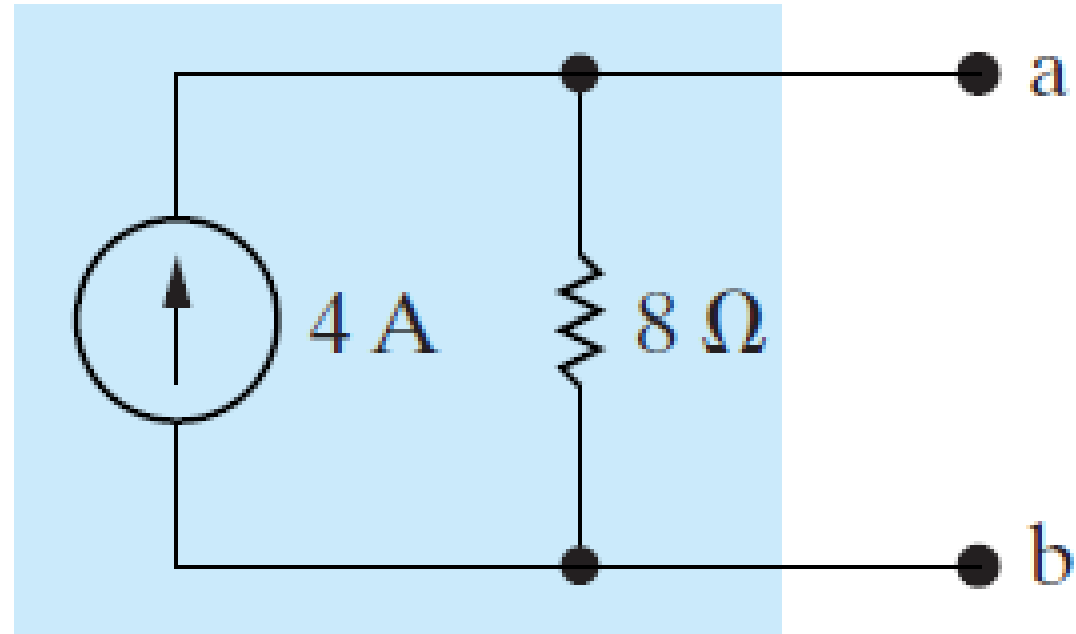
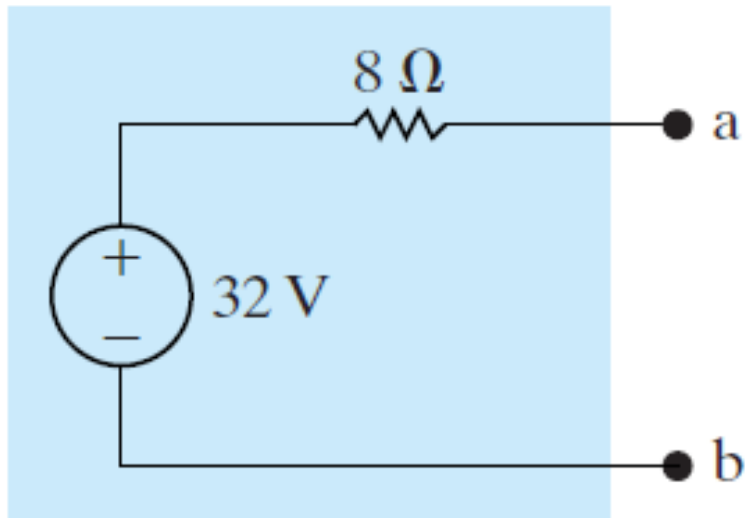
$$\frac{v_2 - 25}{5} + \frac{v_2}{20} - 3 + \frac{v_2}{4} = 0$$

$$v_2 = 16 \text{ V}$$

$$i_{sc} = \frac{16}{4} = 4 \text{ A}$$

ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ NORTON

- Το ισοδύναμο Norton αποτελείται από μια ανεξάρτητη πηγή ρεύματος (ίση με i_{sc}) και την αντίσταση Norton (ίση με την αντίσταση Thevenin)



ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ THEVENIN

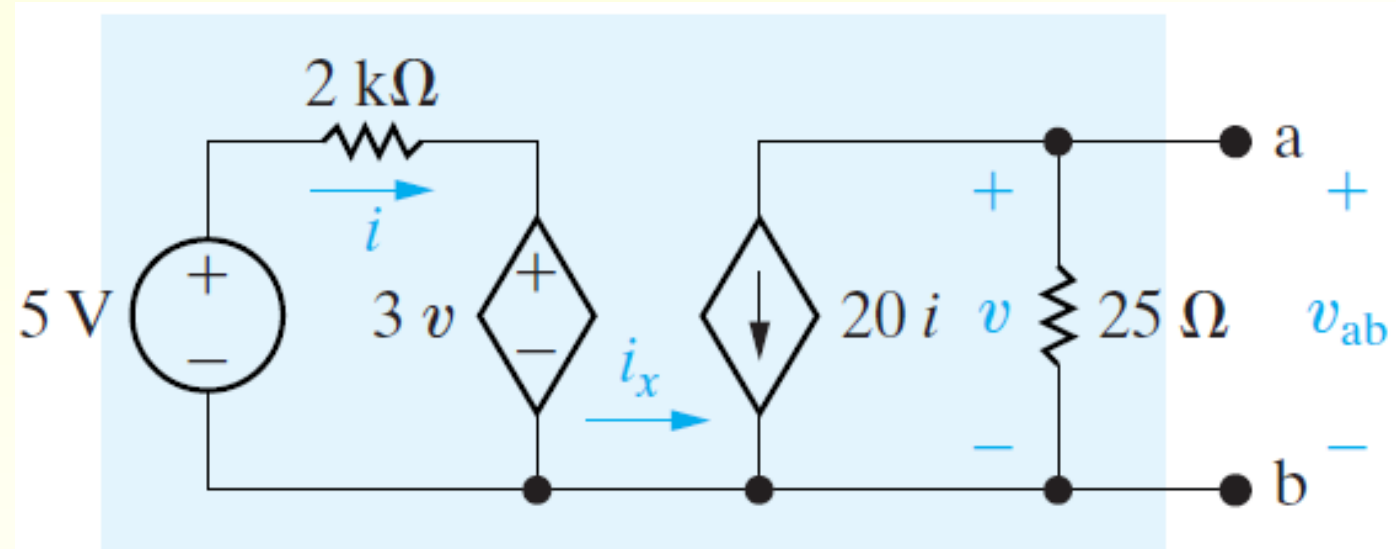
- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ με εξαρτημένες πηγές

$$i_x = 0$$

$$V_{Th} = v_{ab} = (-20i)(25) = -500i$$

$$i = \frac{5 - 3v}{2000} = \frac{5 - 3V_{Th}}{2000}$$

$$V_{Th} = -5 \text{ V}$$



ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ THEVENIN

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ με εξαρτημένες πηγές

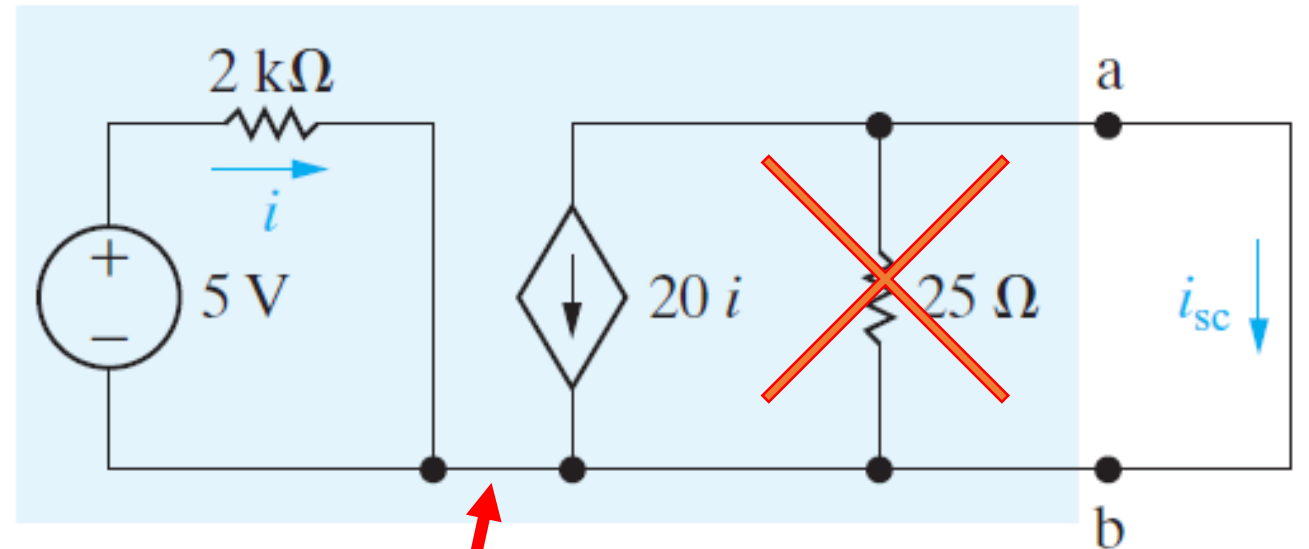
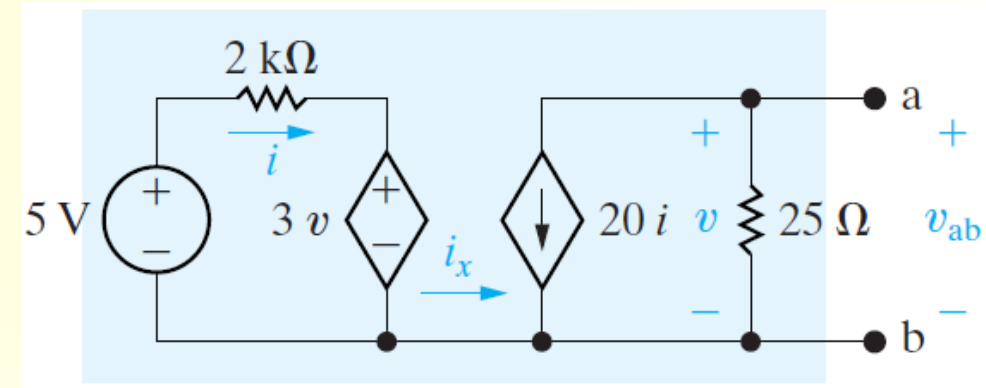
$$i_x = 0$$

$$i_{sc} = -20i$$

$$i = \frac{5}{2000} = 2.5 \text{ mA}$$

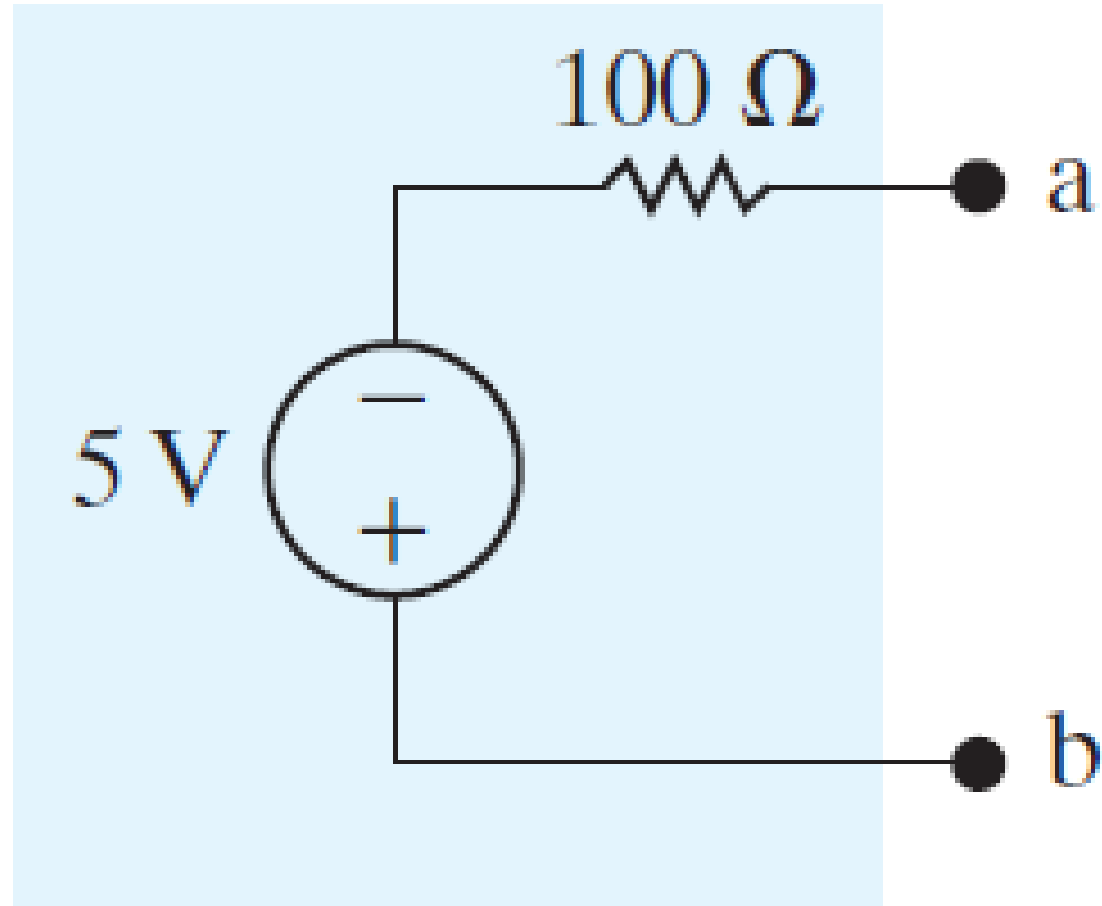
$$i_{sc} = -20(2.5) = -50 \text{ mA}$$

$$R_{Th} = \frac{V_{Th}}{i_{sc}} = \frac{-5}{-50} \times 10^3 = 100 \Omega$$



ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ THEVENIN

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ με εξαρτημένες πηγές
- Το ισοδύναμο Thevenin



ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ THEVENIN/NORTON

- Μια εναλλακτική τεχνική για την αντίσταση Thevenin R_{Th} (αντί για τον ορισμό)

1. Για κυκλώματα **χωρίς** εξαρτημένες πηγές:

- Εξουδετερώνουμε **όλες** τις ανεξάρτητες πηγές και
- Υπολογίζουμε την αντίσταση που φαίνεται από τα άκρα

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ THEVENIN/NORTON

- Μια εναλλακτική τεχνική για την αντίσταση Thevenin R_{Th}

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ για κυκλώματα **με** εξαρτημένες πηγές:

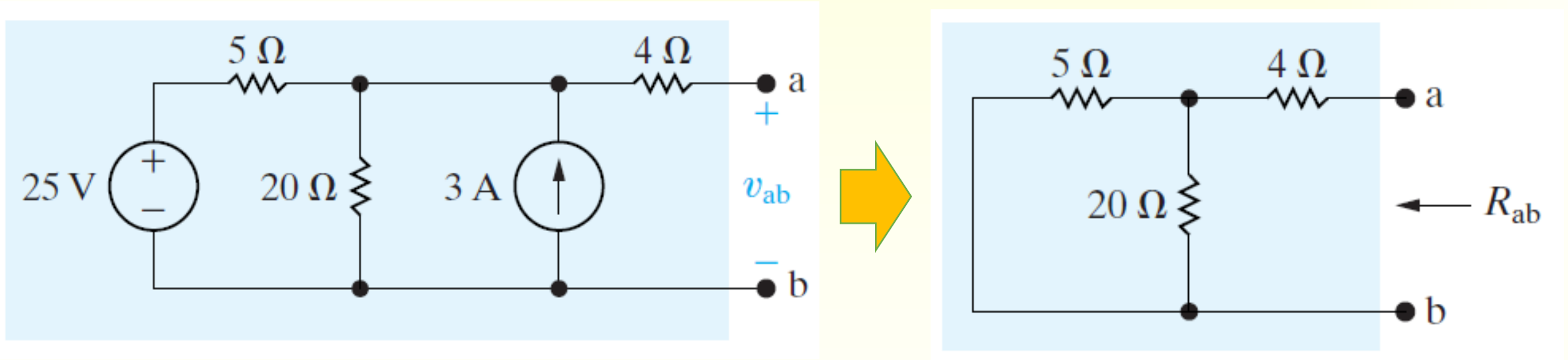
- I. Εξουδετερώνουμε **όλες** τις ανεξάρτητες πηγές
- II. Συνδέουμε στα άκρα μια πηγή τάσης με γνωστή τιμή v_T και υπολογίζουμε το ρεύμα i_T που εξέρχεται από την πηγή αυτή
ή
- II. Συνδέουμε στα άκρα μια πηγή ρεύματος με γνωστή τιμή i_T και υπολογίζουμε την τάση v_T που αναπτύσσεται στα άκρα της
- III. $R_{Th} = v_T / i_T$

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ THEVENIN/NORTON

- Μια εναλλακτική τεχνική για την αντίσταση Thevenin R_{Th}

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ για κυκλώματα **χωρίς** εξαρτημένες πηγές

- Εξουδετερώνουμε **όλες** τις ανεξάρτητες πηγές και
- Υπολογίζουμε την αντίσταση που φαίνεται από τα άκρα



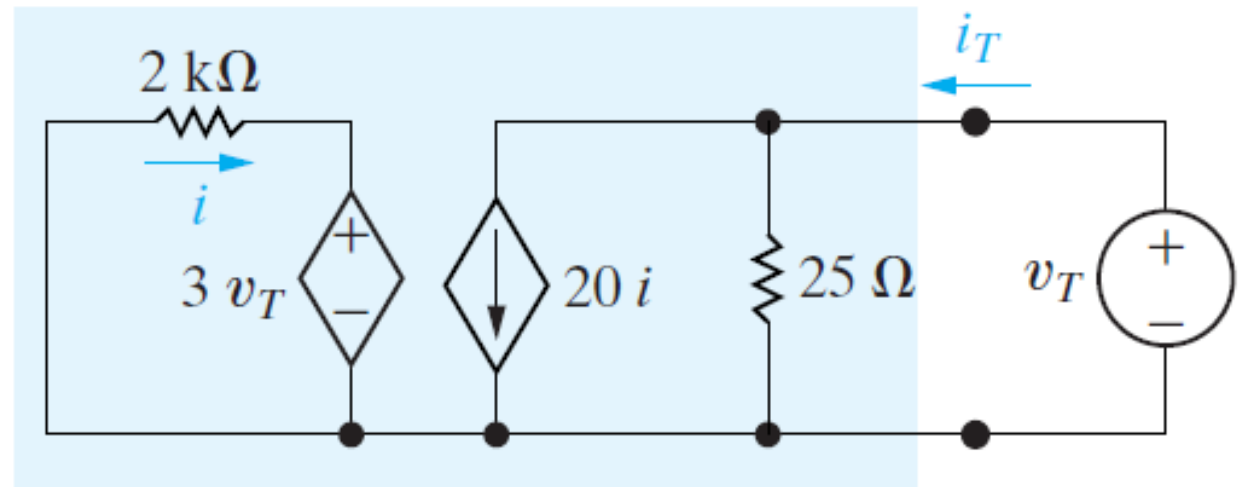
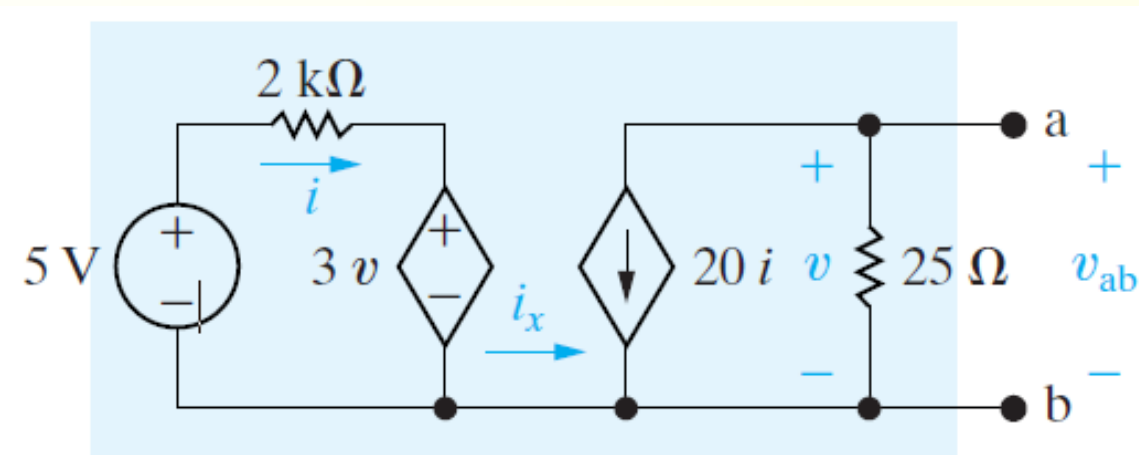
$$R_{ab} = R_{Th} = 4 + \frac{5 \times 20}{25} = 8 \, \Omega$$

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ THEVENIN/NORTON

- Μια εναλλακτική τεχνική για την αντίσταση Thevenin R_{Th}

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ για κυκλώματα **με** εξαρτημένες πηγές:

- I. Εξουδετερώνουμε **όλες** τις ανεξάρτητες πηγές
- II. Συνδέουμε στα άκρα μια πηγή τάσης με γνωστή τιμή v_T και υπολογίζουμε το ρεύμα i_T που εξέρχεται από την πηγή αυτή



ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ THEVENIN/NORTON

- Μια εναλλακτική τεχνική για την αντίσταση Thevenin R_{Th}

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ για κυκλώματα **με** εξαρτημένες πηγές:

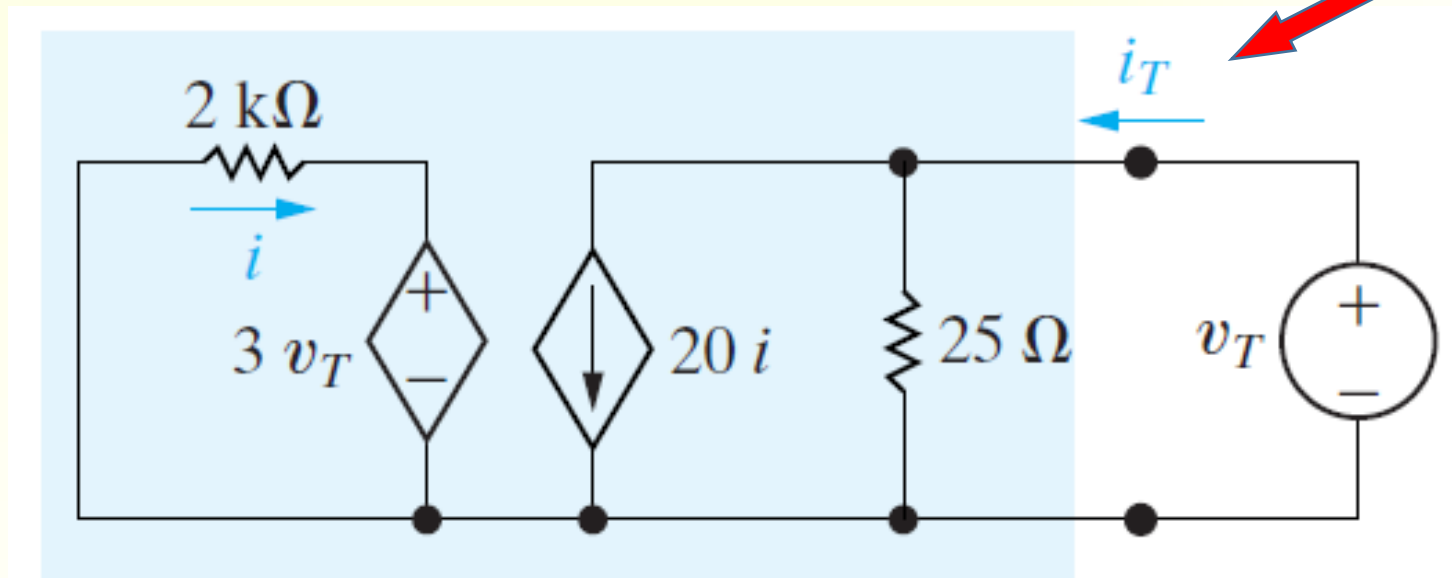
- I. Εξουδετερώνουμε **όλες** τις ανεξάρτητες πηγές
- II. Συνδέουμε στα άκρα μια πηγή τάσης με γνωστή τιμή v_T και υπολογίζουμε το ρεύμα i_T που **εξέρχεται** από την πηγή αυτή

$$i_T = \frac{v_T}{25} + 20i$$

$$i = \frac{-3v_T}{2} \text{ mA}$$

$$i_T = \frac{v_T}{25} - \frac{60v_T}{2000}$$

$$\frac{i_T}{v_T} = \frac{1}{25} - \frac{6}{200} = \frac{50}{5000} = \frac{1}{100}$$



$$R_{Th} = \frac{v_T}{i_T} = 100 \Omega$$

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ THEVENIN/NORTON

- ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

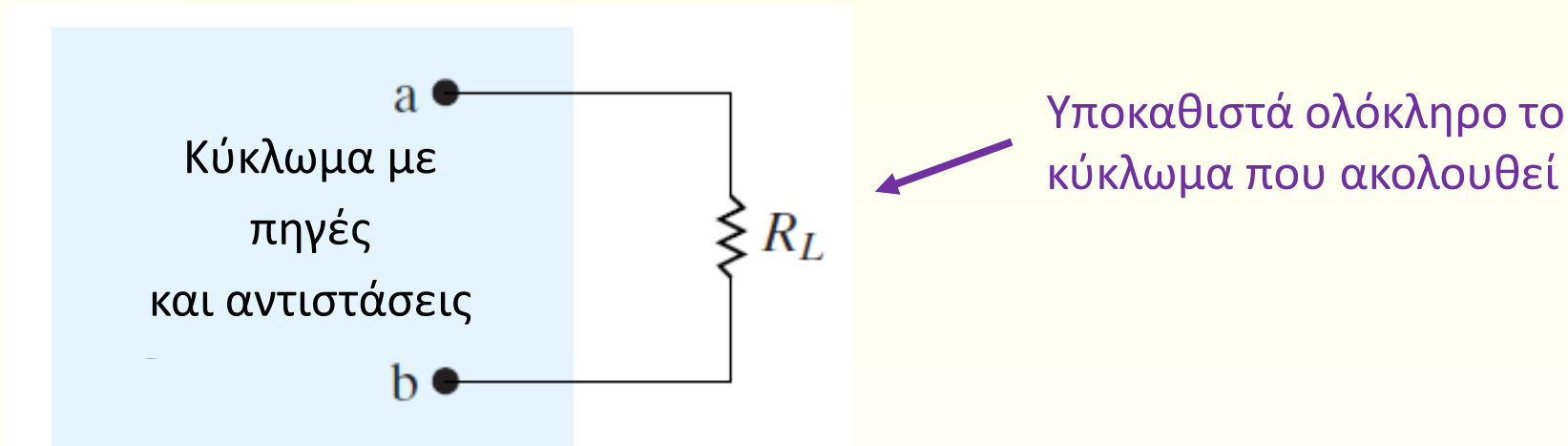
1. Τα ισοδύναμα Thevenin και Norton ισχύουν για κάθε είδους κύκλωμα (όχι μόνο με αντιστάσεις) μόνο που η ωμική αντίσταση αντικαθίσταται από κάτι πιο γενικό
2. **Ορολογία:** Συχνά αναφέρεται η έκφραση «Πώς φαίνεται το [υπόλοιπο] κύκλωμα από ένα συγκεκριμένο στοιχείο;»

Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να αφαιρέσουμε το στοιχείο αυτό και να βρούμε το ισοδύναμο T_h/N από τα άκρα στα οποία ήταν συνδεδεμένο

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ THEVENIN/NORTON

- ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Μέγιστη μεταφορά ισχύος

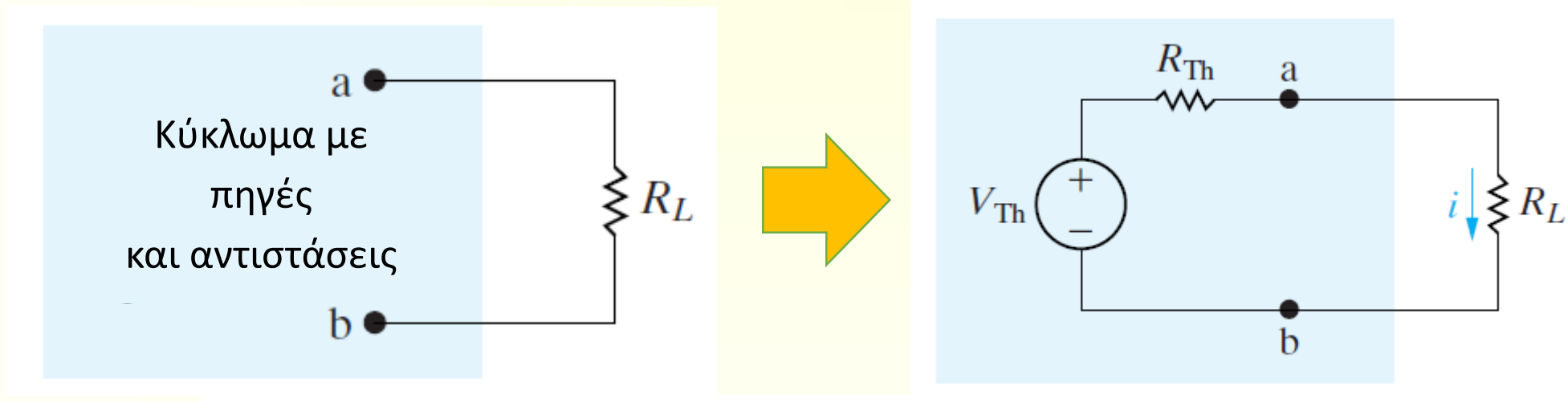
1. Επιθυμούμε γενικά να μην έχουμε απώλειες ισχύος στα ηλεκτρικά συστήματα
2. Τα πιο πολύπλοκα ηλεκτρικά συστήματα σχεδιάζονται συνδέοντας υποσυστήματα για τα οποία επίσης επιθυμούμε να μην έχουν απώλειες ισχύος στις μεταξύ τους διασυνδέσεις
3. Οπότε, εξετάζουμε το εξής σενάριο:



4. Ποιά είναι η κατάλληλη R_L για μέγιστη μεταφορά ισχύος;

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ THEVENIN/NORTON

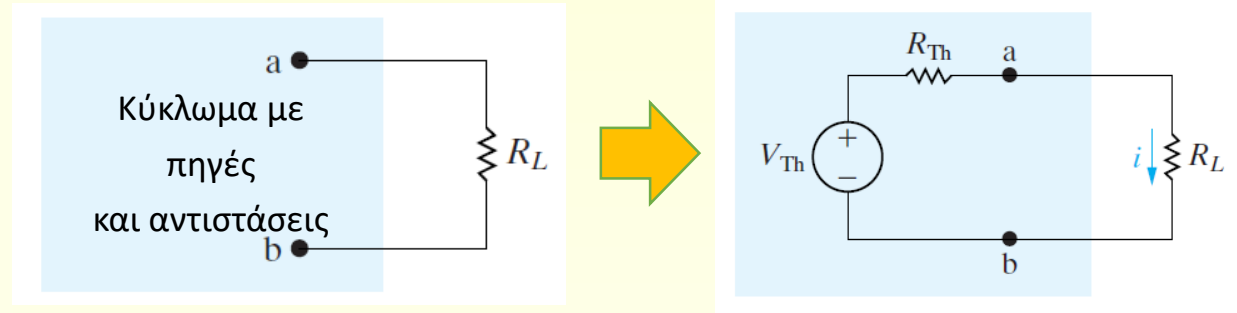
- ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Μέγιστη μεταφορά ισχύος
- Την απάντηση δίνει το ισοδύναμο Thevenin



- Η ισχύς:
$$p = i^2 R_L = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} \right)^2 R_L$$

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ THEVENIN/NORTON

- ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Μέγιστη μεταφορά ισχύος
- Παράγωγος = 0, κλπ.:



$$\frac{dp}{dR_L} = V_{Th}^2 \left[\frac{(R_{Th} + R_L)^2 - R_L \cdot 2(R_{Th} + R_L)}{(R_{Th} + R_L)^4} \right]$$

- Ακρότατο όταν $(R_{Th} + R_L)^2 = 2R_L(R_{Th} + R_L)$
- Και τελικά:

$$R_L = R_{Th}$$

$$P_{\max} = \frac{V_{Th}^2 R_L}{(2R_L)^2} = \frac{V_{Th}^2}{4R_L}$$

- Φροντίζουμε λοιπόν η αντίσταση εισόδου τού κυκλώματος που ακολουθεί να είναι ίση με την αντίσταση Thevenin του κυκλώματος που προηγείται

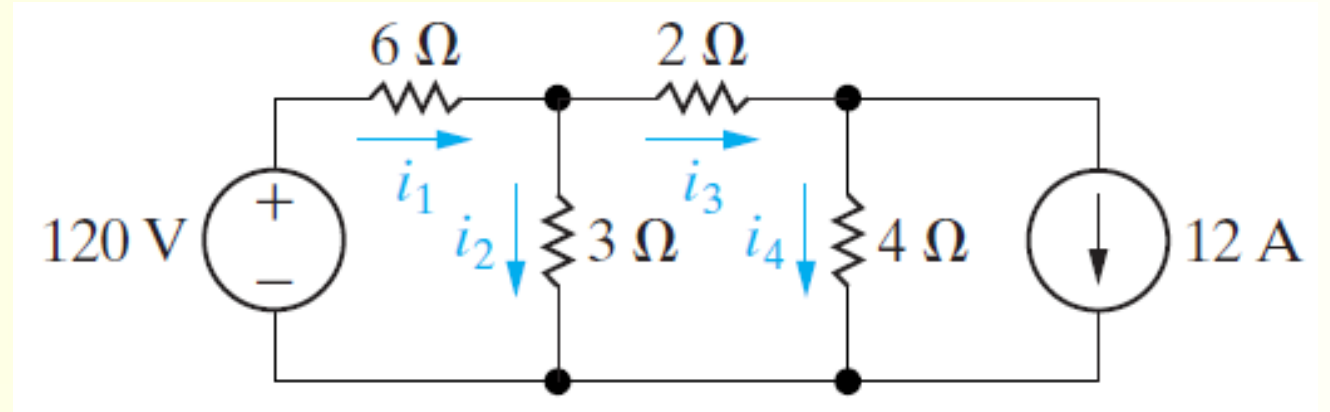
ΥΠΕΡΘΕΣΗ (ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ)

ΥΠΕΡΘΕΣΗ (ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ) (SUPERPOSITION)

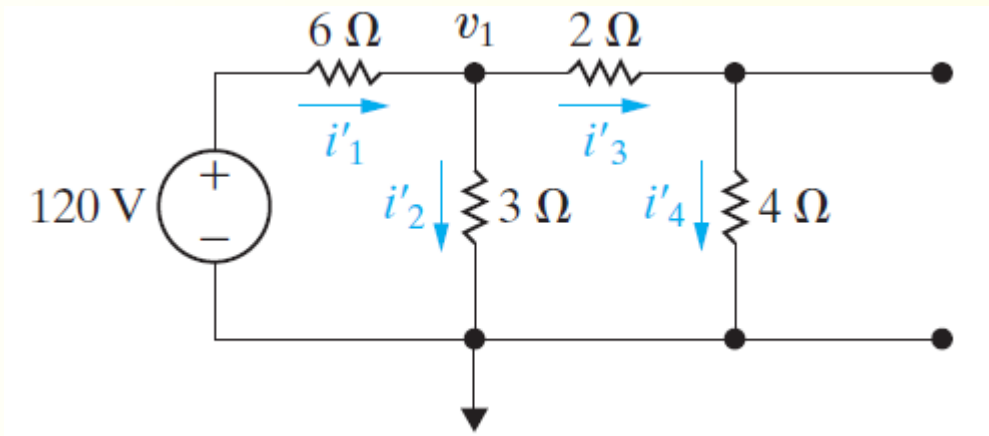
- Τυπικά πρόκειται για θεώρημα αλλά αποκαλείται «**αρχή τής υπέρθεσης**» επειδή είναι εξαιρετικά ισχυρή
- Ισχύει **μόνο** για γραμμικά κυκλώματα και αποτελεί έναν από τους κυριότερους λόγους για την «επιβολή» τής γραμμικότητας
- **Ορισμός:** Η απόκριση ενός γραμμικού κυκλώματος σε περισσότερες από μια διεγέρσεις είναι το άθροισμα των αποκρίσεων σε κάθε μια διέγερση χωριστά
- **ΠΡΟΣΟΧΗ!** Αν οι διεγέρσεις δεν είναι πολύ διαφορετικές, πιθανότατα θα καταλήξουμε σε πιο δύσκολη επίλυση
 - ❖ Σίγουρα στην περίπτωση με πηγές dc και αντιστάσεις μόνο
 - ❖ Σε άλλες περιπτώσεις όμως, είναι έως και καταστροφικό να αγνοήσουμε αυτή την ευκολία

ΥΠΕΡΘΕΣΗ (ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ)

- ΕΠΙΔΕΙΞΗ



- Εξουδετέρωση της πηγής ρεύματος



$$\frac{v_1 - 120}{6} + \frac{v_1}{3} + \frac{v_1}{2 + 4} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_1 = 30 \text{ V}$$

$$i'_1 = \frac{120 - 30}{6} = 15 \text{ A}$$

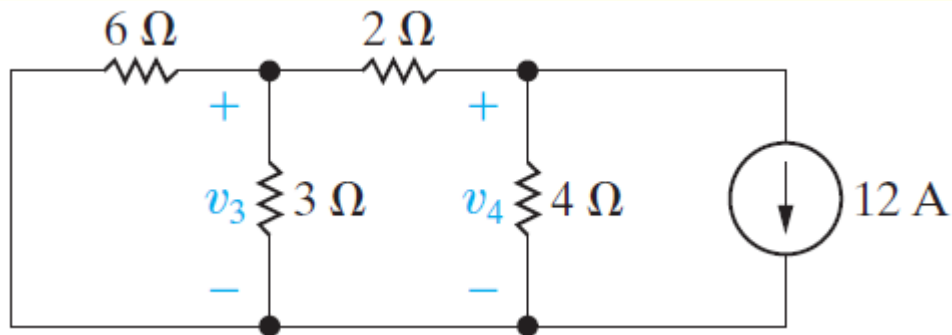
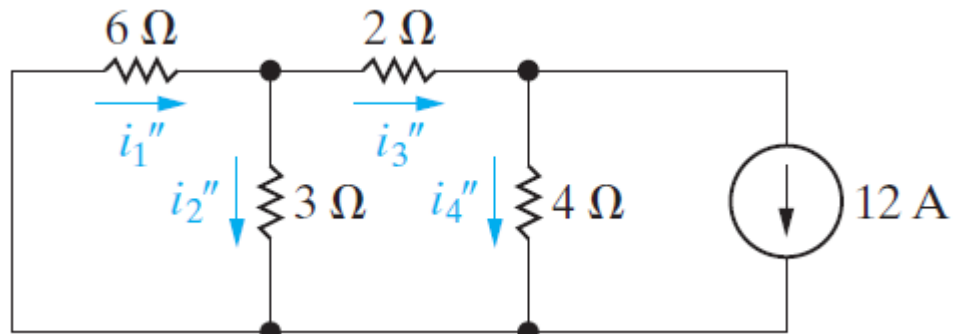
$$i'_2 = \frac{30}{3} = 10 \text{ A}$$

$$i'_3 = i'_4 = \frac{30}{6} = 5 \text{ A}$$

ΥΠΕΡΘΕΣΗ (ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ)

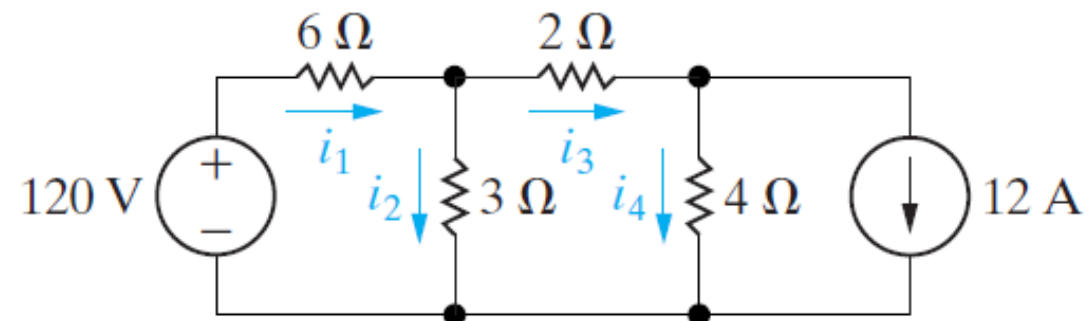
• ΕΠΙΔΕΙΞΗ

- Εξουδετέρωση της πηγής τάσης



$$i_1'' = \frac{-v_3}{6} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}$$

$$i_2'' = \frac{v_3}{3} = \frac{-12}{3} = -4 \text{ A}$$



$$\frac{v_3}{3} + \frac{v_3}{6} + \frac{v_3 - v_4}{2} = 0$$

$$\frac{v_4 - v_3}{2} + \frac{v_4}{4} + 12 = 0$$



$$v_3 = -12 \text{ V}$$

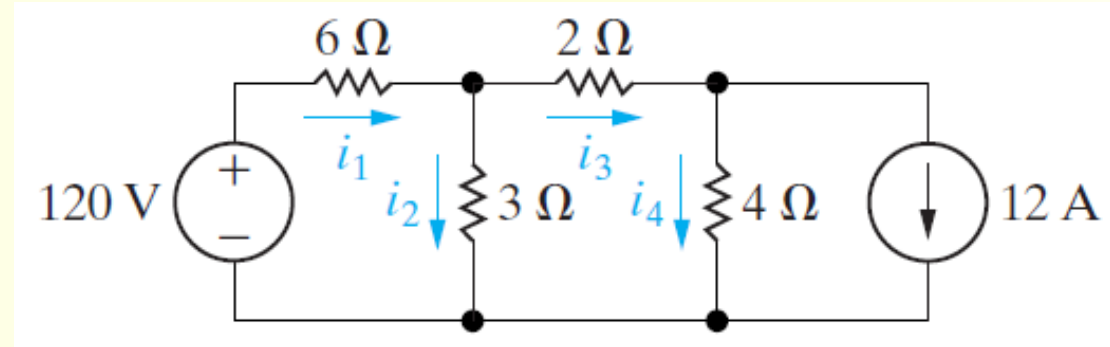
$$v_4 = -24 \text{ V}$$

$$i_3'' = \frac{v_3 - v_4}{2} = \frac{-12 + 24}{2} = 6 \text{ A}$$

$$i_4'' = \frac{v_4}{4} = \frac{-24}{4} = -6 \text{ A}$$

ΥΠΕΡΘΕΣΗ (ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ)

- ΕΠΙΔΕΙΞΗ
- Σύνθεση των αποτελεσμάτων



$$i_1 = i'_1 + i''_1 = 15 + 2 = 17 \text{ A}$$

$$i_2 = i'_2 + i''_2 = 10 - 4 = 6 \text{ A}$$

$$i_3 = i'_3 + i''_3 = 5 + 6 = 11 \text{ A}$$

$$i_4 = i'_4 + i''_4 = 5 - 6 = -1 \text{ A}$$

ΥΠΕΡΘΕΣΗ (ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ)

- **ΠΡΟΣΟΧΗ!!!**

- Η παρουσία **εξαρτημένων πηγών** περιπλέκει ιδιαίτερα την εφαρμογή τής υπέρθεσης
- Υπάρχουν σχετικές διαδικασίες για την περίπτωση που το κύκλωμα περιέχει μια ή δυο εξαρτημένες πηγές
- Όταν υπάρχουν τρεις ή περισσότερες εξαρτημένες πηγές, η υπέρθεση απλά δεν αξίζει τον κόπο

ΘΕΩΡΗΜΑ TELLEGEN

(ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΙΣΧΥΩΝ)

ΘΕΩΡΗΜΑ TELLEGEN (ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΙΣΧΥΩΝ)

- Στα ηλεκτρικά κυκλώματα ισχύει επίσης η αρχή διατήρησης της ενέργειας...
- ...που μεταφράζεται στο ότι πρέπει σε κάθε χρονική στιγμή να ισχύει ότι $\sum p_i = 0$, όπου το i απαριθμεί τους κλάδους
- Αυτό ονομάζεται **θεώρημα του Tellegen**:

$$\sum_{k \in \mathbf{B}} p_k = \sum_{k \in \mathbf{B}} v_k i_k = 0, \quad \mathbf{B}: \text{το σύνολο που περιέχει τους κλάδους}$$

- Είναι το απόλυτο εργαλείο για την επαλήθευση της ανάλυσης (όμως δύσκολο να εφαρμοστεί σε πολύπλοκα κυκλώματα)

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ

- Οι γενικές τεχνικές ανάλυσης, όσο ισχυρές κι αν αποδείχθηκαν, μπορούν να βελτιωθούν!
- Κι αυτό που μπορεί να βελτιωθεί είναι ο τρόπος γραφής των εξισώσεων
- Αν παρατηρήσουμε καλύτερα τη διαδικασία για τις δυο τεχνικές, θα διαπιστώσουμε ότι και οι δύο είναι κάπως «αλλεργικές» σε ένα είδος πηγών:
 - **Οι κομβικές τάσεις πολύ θα ήθελαν να αποφύγουν πηγές τάσης**
(επειδή αναγκάζονται να σχηματίσουν διαφορές δυναμικού για το ρεύμα)
 - **Οι βροχικές εντάσεις πολύ θα ήθελαν να αποφύγουν πηγές ρεύματος**
(επειδή αναγκάζονται να ορίσουν την τάση τους)

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ

- Οπότε: αν φροντίσουμε να υπάρχει στο κύκλωμά μας μόνο ένα είδος πηγής, περιμένουμε τα πράγματα να γίνουν πιο εύκολα
- ΠΡΑΓΜΑΤΙ, αλλάζουμε εντελώς τον τρόπο αντιμετώπισης και ξεκινάμε από την υποχρεωτική μετατροπή όλων των «δυσάρεστων» πηγών στο άλλο είδος
- Έτσι, αν πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε τη **μέθοδο Κομβικών Τάσεων** θα επιτρέψουμε μόνο πηγές ρεύματος και
- Αν πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε τη **μέθοδο Βροχικών Εντάσεων** θα επιτρέψουμε μόνο πηγές τάσης

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ

- Και οι δυο μέθοδοι καταλήγουν σε ένα αλγεβρικό γραμμικό σύστημα εξισώσεων με μορφή $A\chi = \beta$ όπου:

- ❑ Ο πίνακας A «καταγράφει» την τοπολογία και το περιεχόμενο των κλάδων τού κυκλώματος
- ❑ Το διάνυσμα χ περιλαμβάνει τους αγνώστους (ΚΤ ή ΒΕ) και
- ❑ Το διάνυσμα β περιέχει τις διεγέρσεις

$$\begin{pmatrix} A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{ΚΤ} \\ \text{ή} \\ \text{ΒΕ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{είσοδοι} \end{pmatrix}$$

Κάθε στοιχείο a_{ij} , $i \neq j$, τού πίνακα A «αντιπροσωπεύει» το περιεχόμενο του κλάδου που ενώνει τον κόμβο i με τον κόμβο j (= 0 αν δεν συνδέονται)
===== βλ. αμέσως μετά =====

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

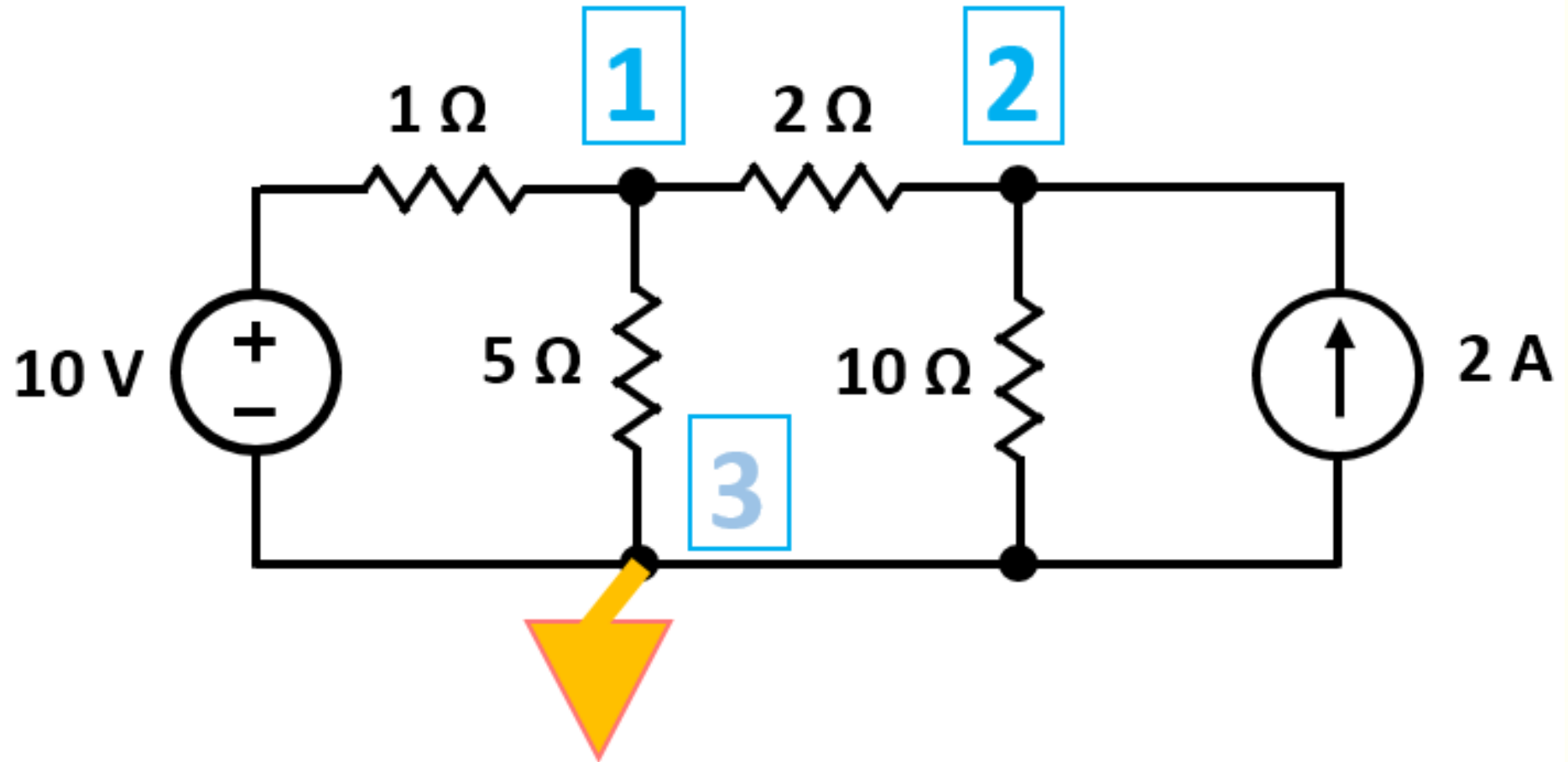
ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ

- **ΔΙΑΚΙΚΑΣΙΑ ΓΙΑ ΚΟΜΒΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ:**
- Τα **διαγώνια στοιχεία** τού πίνακα A είναι το άθροισμα των αγωγιμοτήτων των κλάδων που ενώνουν τους αντίστοιχους κόμβους
- Τα **μη διαγώνια στοιχεία** τού πίνακα A είναι οι αγωγιμότητες των κλάδων που ενώνουν τους αντίστοιχους κόμβους αλλά με αρνητικό πρόσημο (0 αν δεν υπάρχει σύνδεση)
- Τα δεξιά μέλη είναι οι εντάσεις των πηγών ρεύματος που «σχετίζονται» με τον αντίστοιχο κόμβο
- το διάνυσμα των αγνώστων περιέχει φυσικά τις κομβικές τάσεις

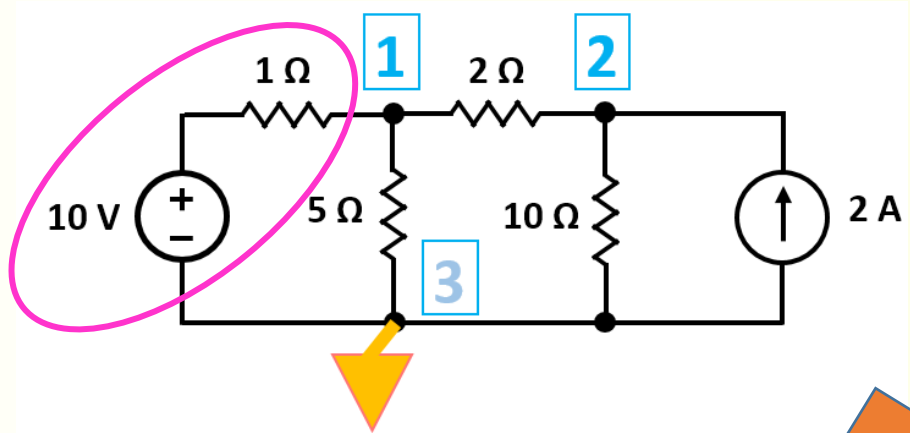
ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

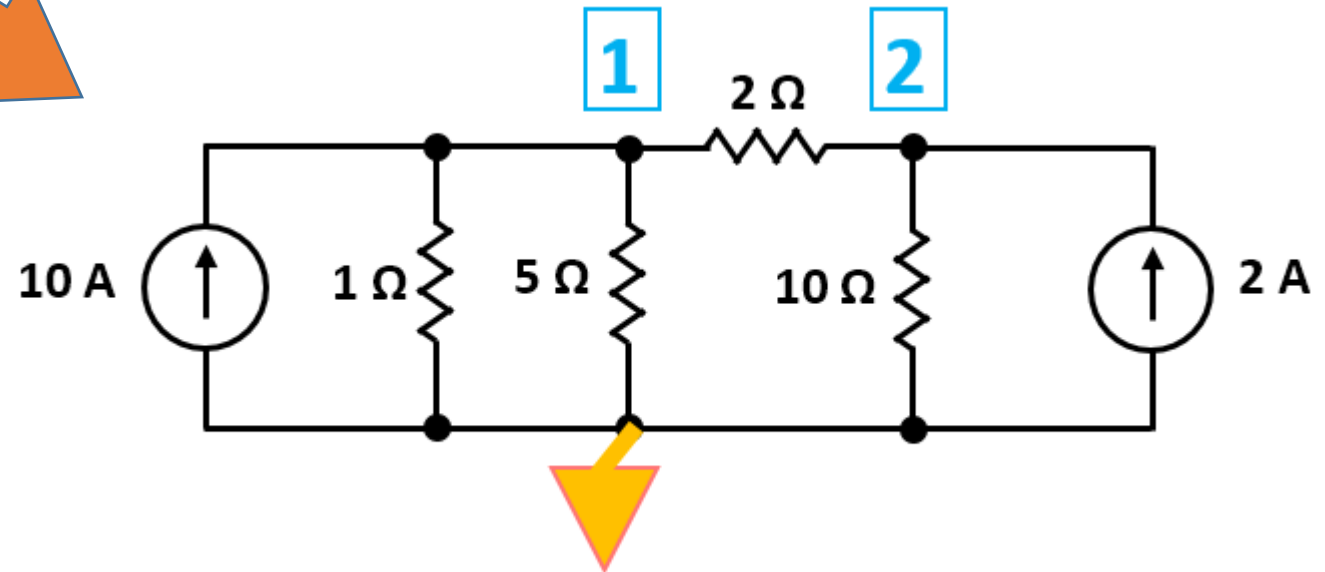


ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

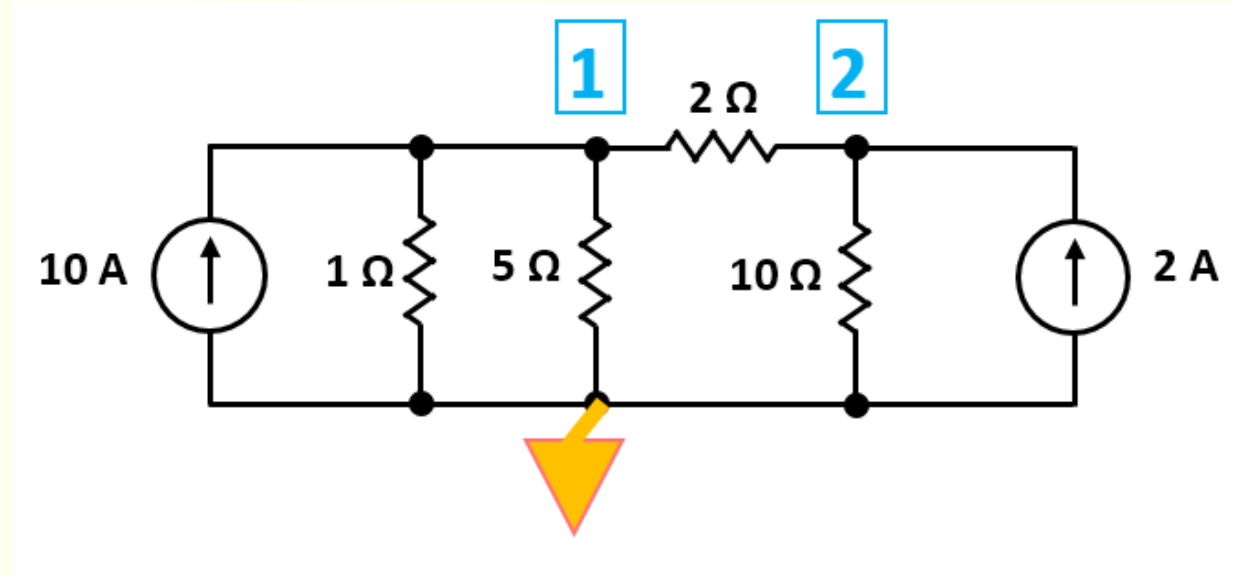


Η απαραίτητη μετατροπή



ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



$$\begin{pmatrix} \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1,7 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0,6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Ίδιο με το προηγούμενο πιο πάνω
(φυσικά...)

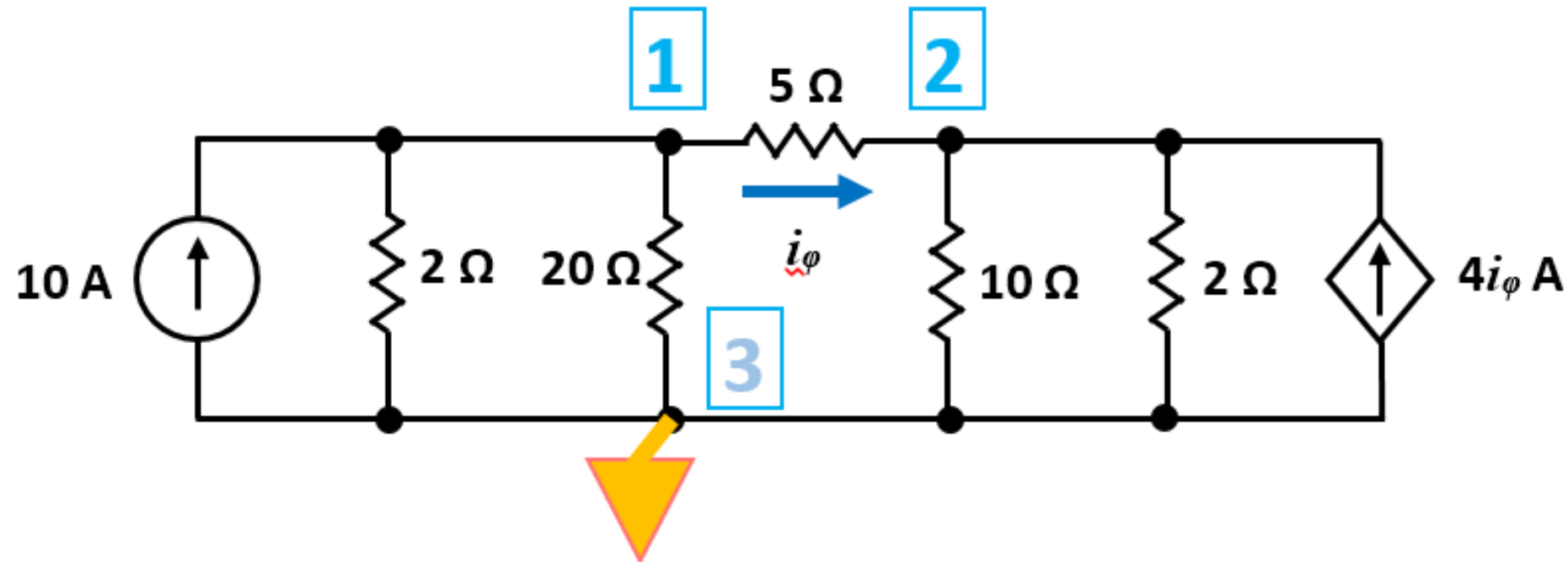
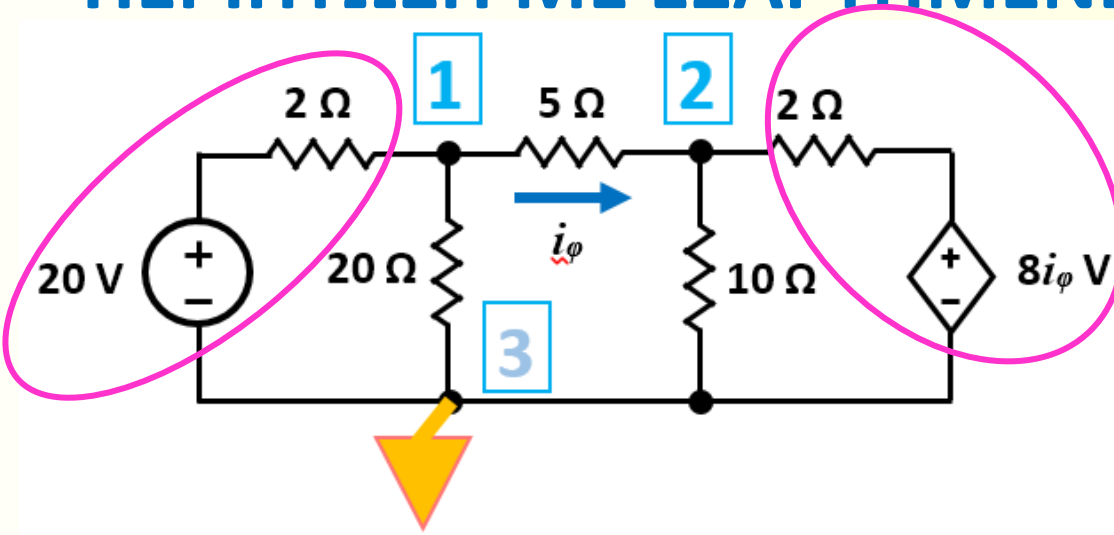
ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΓΙΑ ΚΟΜΒΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΟΤΑΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ

- Αν στο κύκλωμα υπάρχουν εξαρτημένες πηγές τάσης, τις μετατρέπουμε σε ισοδύναμες εξαρτημένες πηγές ρεύματος (όπως κάναμε ήδη και με τις ανεξάρτητες)
- Στη συνέχεια, θεωρούμε **προσωρινά** τις εξαρτημένες πηγές ρεύματος σαν ανεξάρτητες και καταστρώνουμε τις εξισώσεις κατά τα γνωστά:
 - Τα **διαγώνια στοιχεία** τού πίνακα A είναι το άθροισμα των αγωγιμοτήτων των κλάδων που απαρτίζουν τους αντίστοιχους κόμβους
 - Τα **μη διαγώνια στοιχεία** τού πίνακα A είναι οι αγωγιμότητες των κλάδων που ενώνουν τους αντίστοιχους κόμβους αλλά με αρνητικό πρόσημο (0 αν δεν υπάρχει σύνδεση)
 - Τα δεξιά μέλη είναι οι εντάσεις των πηγών ρεύματος που «σχετίζονται» με τον αντίστοιχο κόμβο
 - το διάνυσμα των αγνώστων περιέχει φυσικά τις κομβικές τάσεις
- Για κάθε εξαρτημένη πηγή ρεύματος, περιγράφουμε την εξάρτηση σαν συνάρτηση των κομβικών τάσεων πράγμα που σημαίνει ότι στο διάνυσμα των διεγέρσεων (δεξιό μέλος) θα εμφανιστούν άγνωστοι (δηλ. κομβικές τάσεις)
- Τους αγνώστους αυτούς μεταφέρουμε με αλγεβρικούς χειρισμούς στο αριστερό μέλος, πράγμα που θα επιφέρει αλλαγές στον πίνακα A
- Επιλύουμε το τελικό σύστημα

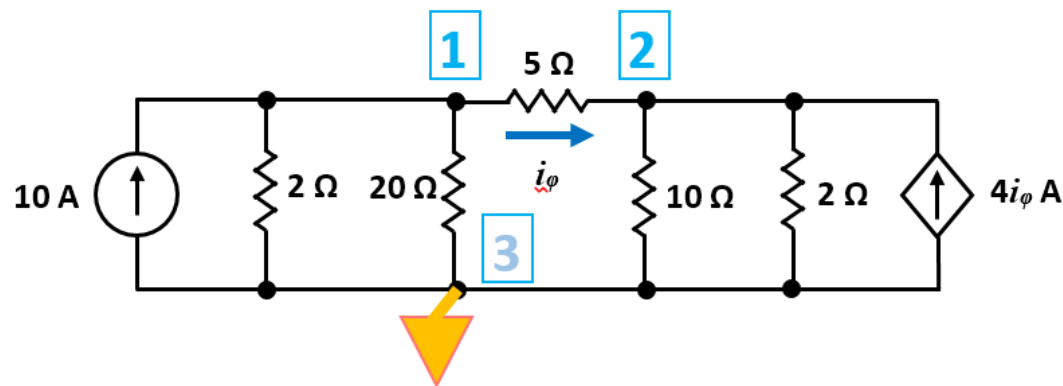
ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



$$i_{\phi} = \frac{v_1 - v_2}{5}$$

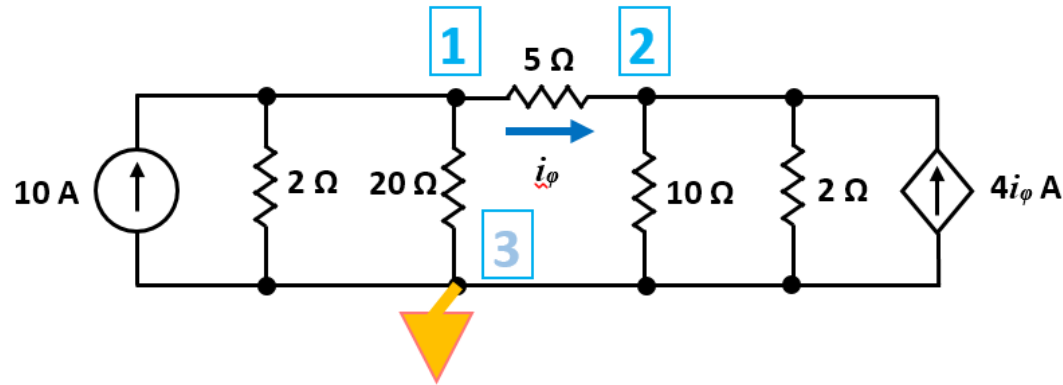
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{20} + \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4i_{\phi} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{20} + \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \frac{v_1 - v_2}{5} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{20} + \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} - \frac{4}{5} & \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2} + \frac{4}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΟΜΒΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



$$\begin{pmatrix} 0,75 & -0,2 \\ -1 & 1,6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ίδιο με το προηγούμενο πιο πάνω (βλ. δφ. 24)
(φυσικά...)

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΓΙΑ ΒΡΟΧΙΚΕΣ ΕΝΤΑΣΕΙΣ:

- Τα **διαγώνια στοιχεία** τού πίνακα A είναι το άθροισμα των αντιστάσεων των στοιχείων των αντίστοιχων βρόχων
- Τα **μη διαγώνια στοιχεία** τού πίνακα A είναι οι αντιστάσεις των κοινών κλάδων των αντιστοιχούντων βρόχων
με αρνητικό πρόσημο αν οι βροχικές εντάσεις (στον κοινό κλάδο) **είναι αντίρροπες** και
με θετικό πρόσημο αν οι βροχικές εντάσεις (στον κοινό κλάδο) **είναι ομόρροπες**
- Τα δεξιά μέλη είναι οι τιμές των πηγών τάσης που «σχετίζονται» με τον αντίστοιχο βρόχο
- Το διάνυσμα των αγνώστων περιέχει φυσικά τις βροχικές εντάσεις

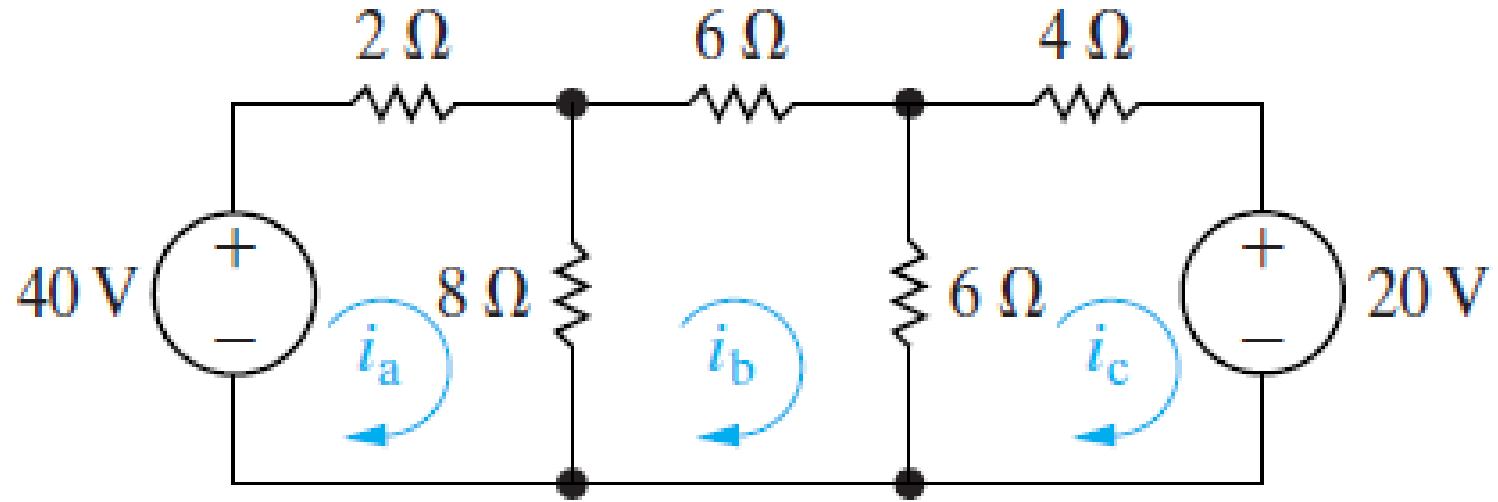
ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΡΟΗΓΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΓΙΑ ΒΡΟΧΙΚΕΣ ΕΝΤΑΣΕΙΣ ΟΤΑΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ

- Αν στο κύκλωμα υπάρχουν εξαρτημένες πηγές ρεύματος, τις μετατρέπουμε σε ισοδύναμες εξαρτημένες πηγές τάσης (όπως κάναμε ήδη και με τις ανεξάρτητες)
- Στη συνέχεια, θεωρούμε **προσωρινά** τις εξαρτημένες πηγές τάσης σαν ανεξάρτητες και καταστρώνουμε τις εξισώσεις κατά τα γνωστά:
 - Τα **διαγώνια στοιχεία** τού πίνακα A είναι το άθροισμα των αντιστάσεων των στοιχείων των αντίστοιχων βρόχων
 - Τα **μη διαγώνια στοιχεία** τού πίνακα A είναι οι αντιστάσεις των κοινών κλάδων των αντιστοιχούντων βρόχων
 - με αρνητικό πρόσημο αν οι βροχικές εντάσεις είναι αντίρροπες (στον κοινό κλάδο) και
 - με θετικό πρόσημο αν οι βροχικές εντάσεις είναι ομόρροπες (στον κοινό κλάδο)
 - Τα δεξιά μέλη είναι οι τιμές των πηγών τάσης που «σχετίζονται» με τον αντίστοιχο βρόχο
 - Το διάνυσμα των αγνώστων περιέχει φυσικά τις βροχικές εντάσεις
- Για κάθε εξαρτημένη πηγή τάσης, περιγράφουμε την εξάρτηση σαν συνάρτηση των βροχικών εντάσεων πράγμα που σημαίνει ότι στο διάνυσμα των διεγέρσεων (δεξιό μέλος) θα εμφανιστούν άγνωστοι (δηλ. βροχικές εντάσεις)
- Τους αγνώστους αυτούς μεταφέρουμε με αλγεβρικούς χειρισμούς στο αριστερό μέλος, πράγμα που θα επιφέρει αλλαγές στον πίνακα A
- Επιλύουμε το τελικό σύστημα

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

• ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



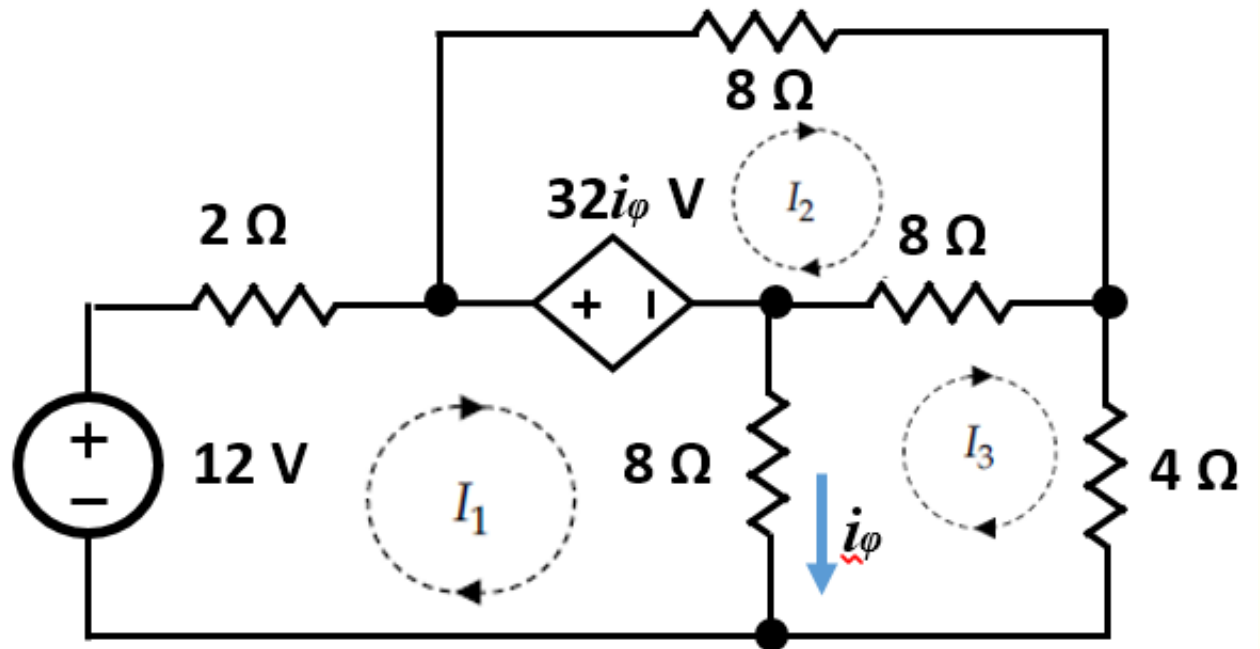
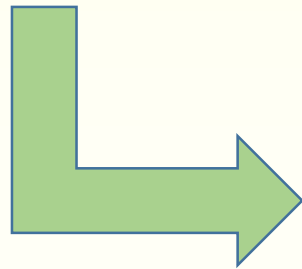
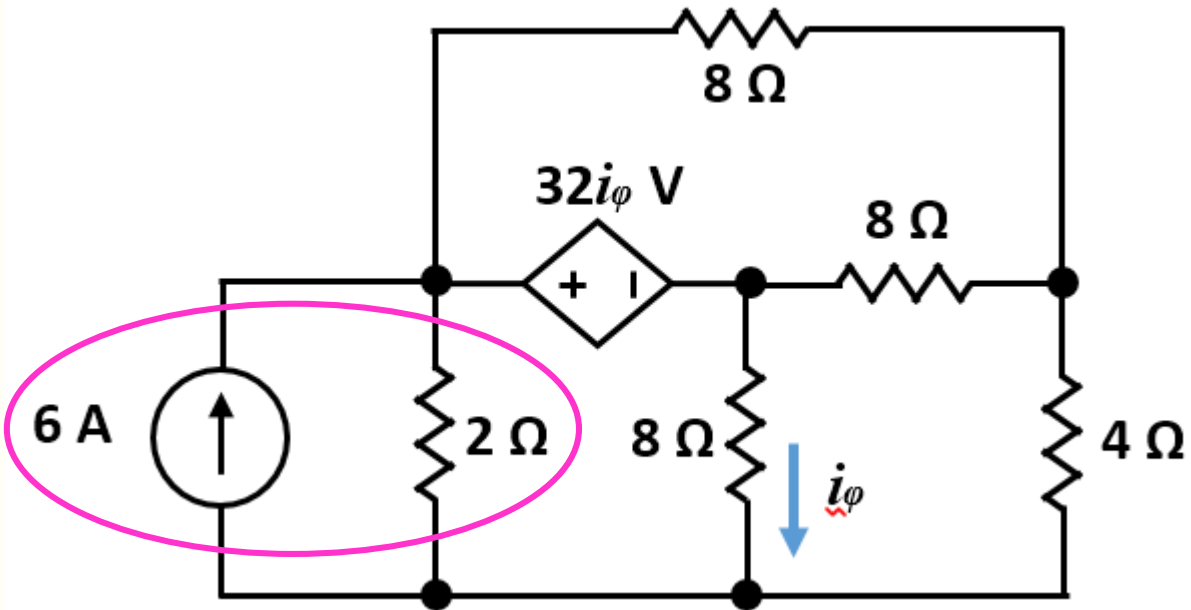
$$\begin{pmatrix} 2+8 & -8 & 0 \\ -8 & 8+6+6 & -6 \\ 0 & -6 & 4+6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 0 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 10 & -8 & 0 \\ -8 & 20 & -6 \\ 0 & -6 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 0 \\ -20 \end{pmatrix}$$

Ίδιο με το προηγούμενο πιο πάνω (βλ. δφ. 38)
(φυσικά...)

ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



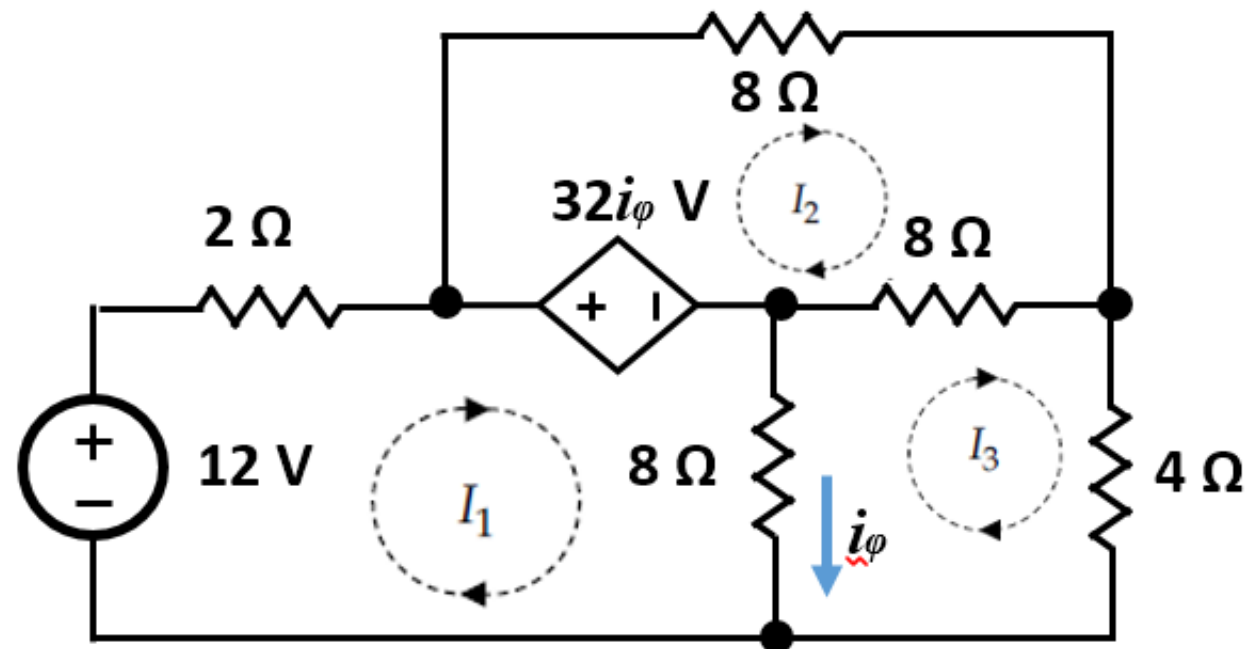
ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΡΟΧΙΚΩΝ ΕΝΤΑΣΕΩΝ

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

$$\begin{pmatrix} 2+8 & 0 & -8 \\ 0 & 8+8 & -8 \\ -8 & -8 & 4+8+8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12-32i_\phi \\ 32i_\phi \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$i_\phi = I_1 - I_3$$

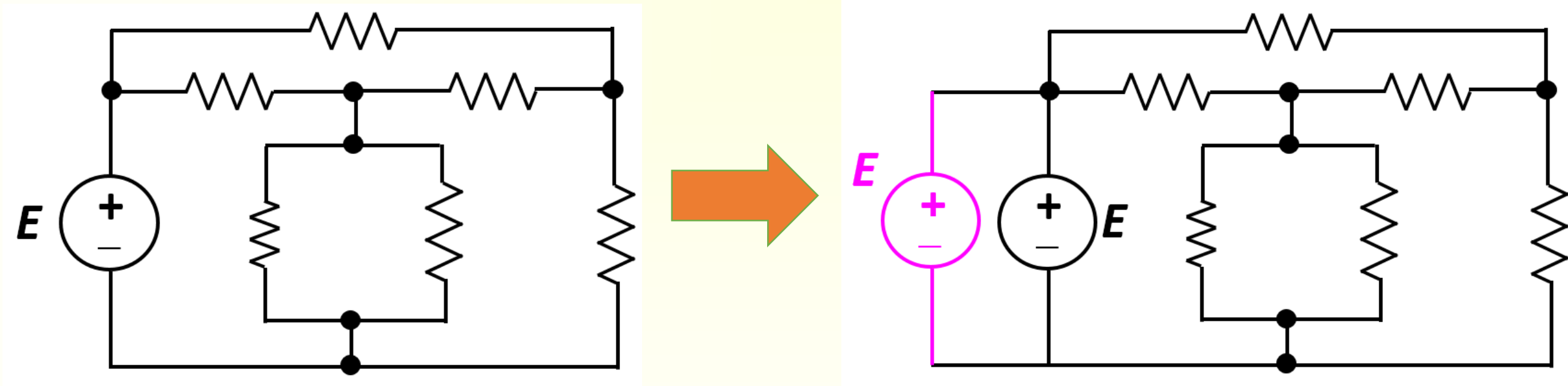
$$\begin{pmatrix} 10 & 0 & -8 \\ 0 & 16 & -8 \\ -8 & -8 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12-32(I_1-I_3) \\ 32(I_1-I_3) \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 42 & 0 & -40 \\ -32 & 16 & 24 \\ -8 & -8 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ [ΔΥΣΚΟΛΙΑΣ ΣΤΗ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΠΗΓΩΝ]

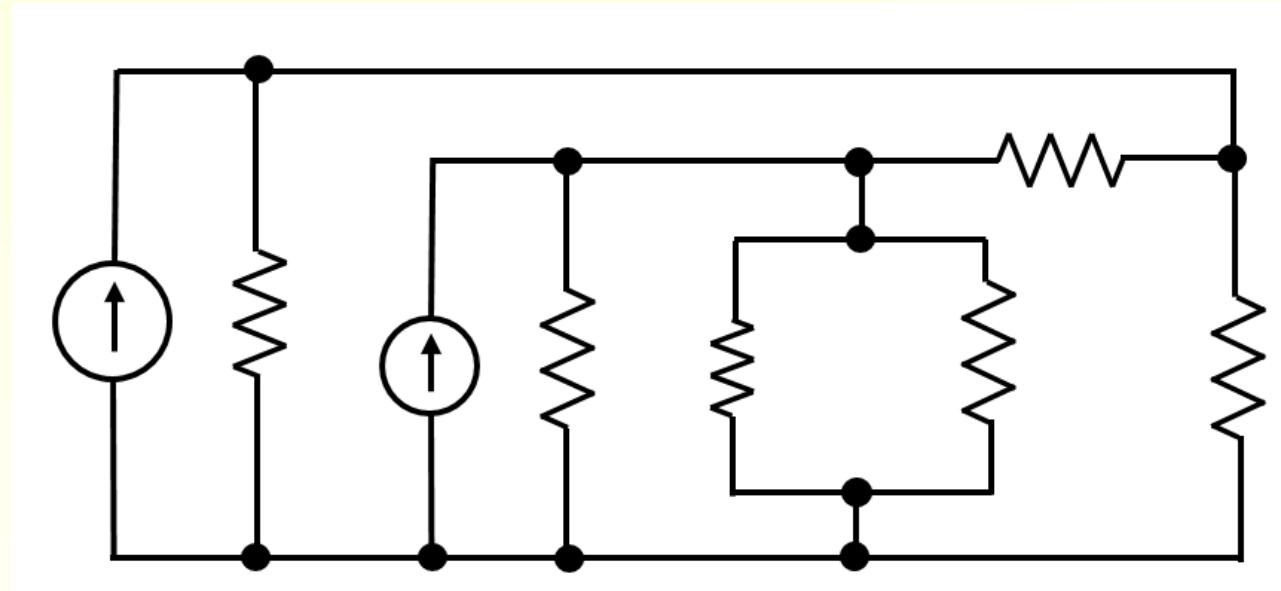
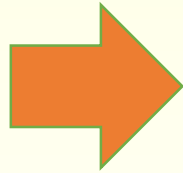
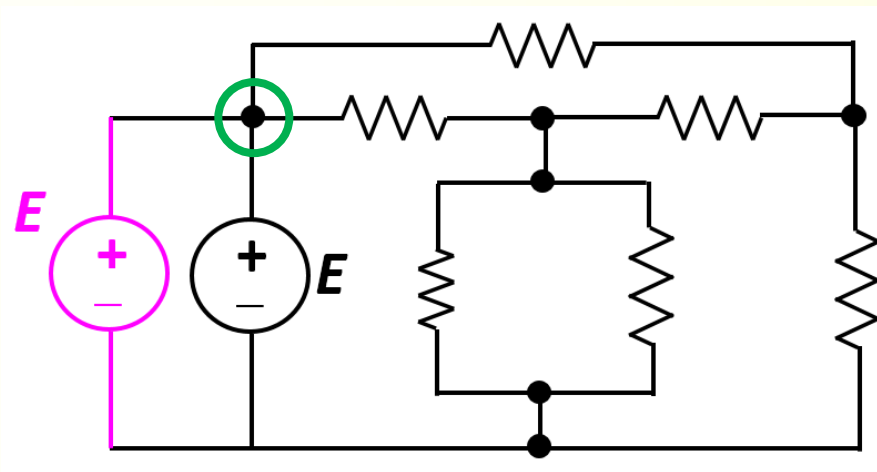
2. Πηγή τάσης δεν είναι σε σειρά με μια αντίσταση μόνο



Βλ. Μάργαρη σ. 262

ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ [ΔΥΣΚΟΛΙΑΣ ΣΤΗ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΠΗΓΩΝ]

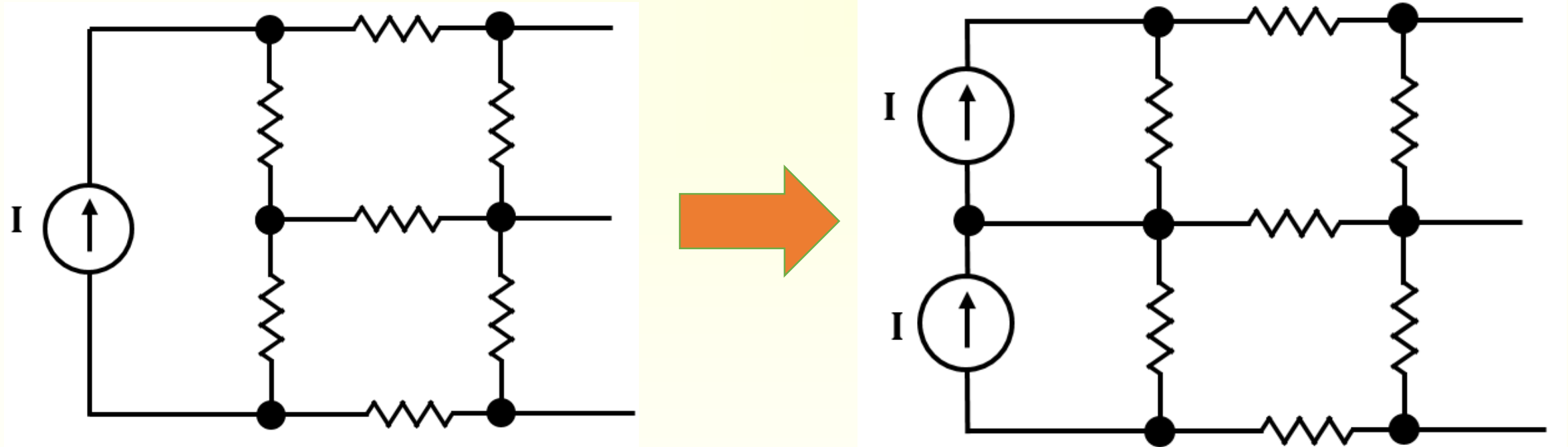
2. Πηγή τάσης δεν είναι σε σειρά με μια αντίσταση μόνο



Βλ. Μάργαρη σ. 198 (Εκδ. 2022) ή σ. 262 (Εκδ. 2010)

ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ [ΔΥΣΚΟΛΙΑΣ ΣΤΗ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΠΗΓΩΝ]

2. Πηγή ρεύματος δεν είναι παράλληλη σε μια αντίσταση μόνο



Βλ. Μάργαρη

ΓΕΝΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ:

http://sml.ece.upatras.gr/images/UploadedFiles/ilektrika-kyklomata_i/CircuitsAnalysisMethods.pdf

ΑΝΑΛΥΣΗ

ΤΟ ΓΕΝΙΚΟ ΠΛΑΝΟ

Π Ρ Ο Σ Ε Χ Ω Σ :

- Μόλις είδαμε τις γενικές τεχνικές και διαδικασίες με τις οποίες μπορούμε να λύσουμε **οποιοδήποτε** κύκλωμα που περιέχει **μόνο** αντιστάσεις και πηγές
- Στη συνέχεια, θα συμπεριλάβουμε στο κύκλωμα και **στοιχεία που αποθηκεύουν ενέργεια**
- Θα ανακαλύψουμε ότι οι ίδιες τεχνικές και διαδικασίες θα μας δίνουν τη λύση, αρκεί να αναπαραστήσουμε τα νέα στοιχεία με κατάλληλο τρόπο ώστε να φαίνονται σαν «αντιστάσεις»