

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟ ΓΕΝΙΚΟ ΠΛΑΝΟ

ΤΟ ΜΑΥΡΟ ΚΟΥΤΙ



1. Το περιεχόμενο του μαύρου κουτιού
(απλά ηλεκτρικά στοιχεία)



2. Είσοδος: σήματα (κυματομορφές) διέγερσης

3. Έξοδος: απόκριση



i. Κυκλώματα με πηγές και αντιστάσεις ΜΟΝΟ

ii. Κυκλώματα με στοιχεία που αποθηκεύουν ενέργεια

ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ
ΜΕ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ
ΑΠΟΘΗΚΕΥΟΥΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

ΠΑΡΕΝΘΕΣΗ

ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ (ΣΥΝΗΘΕΙΣ) ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ ΜΟΝΟ

ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-1

- Γραμμική διαφορική εξίσωση ανώτερης τάξης με σταθερούς πραγματικούς συντελεστές

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \cdots a_1 \dot{y} + a_0 y = g(t)$$

- Η ομογενής «έκδοση»:

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \cdots a_1 \dot{y} + a_0 y = 0$$

- Η **χαρακτηριστική εξίσωση**

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 = 0$$

έχει πραγματικές ή συζυγείς μιγαδικές ρίζες s_i στο $\mathbb{C}$

- Για όλα τα παραπάνω θεωρούμε το **πρόβλημα αρχικής τιμής**, δηλ. είναι γνωστή η τιμή του y και των παραγώγων του στο $t = t_0$ (που ισοδυναμεί με $t = 0$ για τις παραπάνω συνθήκες)

ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-2

- Οι λύσεις έχουν μορφή $e^{s_i t}$, $i = 1, 2, \dots, n$
- Οπότε η γενική λύση για τη διαφορική εξίσωση παίρνει τη μορφή

$$y(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{s_i t}, \quad c_i \in \mathbb{R}$$

- Αν μια ρίζα $a+jb$ είναι μιγαδική τότε είναι ρίζα και η συζυγής της $a-jb$

$$\begin{aligned} & c_1 e^{at} [\cos(bt) + j \sin(bt)] + c_2 e^{at} [\cos(bt) - j \sin(bt)] \\ &= e^{at} [c'_1 \cos(bt) + c'_2 \sin(bt)] \quad c'_1, c'_2 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

- Το πολύ σημαντικό θέμα των **πολλαπλών ριζών** δεν θα το καλύψουμε εδώ

ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-3

- Για τη **μη ομογενή** διαφ. εξίσωση [δηλ. $g(t) \neq 0$] χρειάζεται να εντοπίσουμε μια **μερική λύση** $y_p(t)$, που γενικά έχει μορφή παρόμοια με τη $g(t)$
- Τότε η λύση παίρνει τη μορφή

$$y(t) = y_{ομογ}(t) + y_p(t)$$

ΤΕΛΟΣ ΤΗΣ ΠΑΡΕΝΘΕΣΗΣ

ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ (ΣΥΝΗΘΕΙΣ) ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ ΜΟΝΟ

ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ
ΜΕ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ
ΑΠΟΘΗΚΕΥΟΥΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΜΕ «ΔΥΝΑΜΙΚΑ» ΣΤΟΙΧΕΙΑ

- Τα κυκλώματα που έχουμε αναλύσει έως τώρα ήταν πολύ απλά
- Κυκλώματα με πηγές και ωμικές αντιστάσεις καταλήγουν σε:
 1. Επίλυση ενός **αλγεβρικού** γραμμικού συστήματος
 2. Η απόκριση είναι μοναδική και εμφανίζεται **στιγμιαία** («ταυτόχρονα» με την εφαρμογή τής εισόδου/διέγερσης)
- Τώρα θα προσθέσουμε δυναμικά στοιχεία, δηλ. στοιχεία για τα οποία η σχέση τάσης-ρεύματος είναι συνάρτηση του χρόνου

ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΜΕ «ΔΥΝΑΜΙΚΑ» ΣΤΟΙΧΕΙΑ

- Ο στόχος μας δεν θα αλλάξει: θέλουμε να υπολογίσουμε την τάση και το ρεύμα σε κάθε κλάδο τού κυκλώματος
- Για να αντιμετωπίσουμε την πολυπλοκότητα των κυκλωμάτων με δυναμικά στοιχεία, **πρώτα** διαχωρίζουμε τις δυνατές αποκρίσεις:
 1. Απόκριση Μηδενικής Διέγερσης—ΑΜΔ
 2. Απόκριση Μηδενικής (αρχικής) Κατάστασης—ΑΜΚ
 3. Πλήρης Απόκριση
- **Μετά** επικεντρωνόμαστε σε απλά κυκλώματα 1^{ης} και 2^{ης} τάξης
- **Τάξη κυκλώματος** = αριθμός στοιχείων που αποθηκεύουν ενέργεια
- **Η επίλυση γενικών κυκλωμάτων** (μεγάλη τάξη , οποιεσδήποτε διεγέρσεις) **θα απαιτήσει ειδική αντιμετώπιση**

ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΜΕ «ΔΥΝΑΜΙΚΑ» ΣΤΟΙΧΕΙΑ

1. Απόκριση Μηδενικής Διέγερσης—ΑΜΔ:

Δεν υπάρχει καθόλου διέγερση αλλά τουλάχιστον ένα από τα στοιχεία τού κυκλώματος έχει αποθηκευμένη ενέργεια [εννοείται από αυτά που μπορούν να αποθηκεύσουν ενέργεια]

2. Απόκριση Μηδενικής (αρχικής) Κατάστασης—ΑΜΚ:

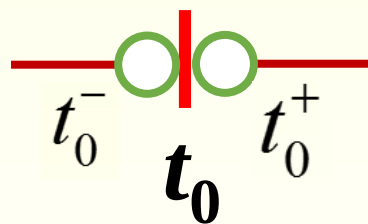
Υπάρχει τουλάχιστον μια πηγή που διεγείρει το κύκλωμα αλλά δεν υπάρχει καθόλου αποθηκευμένη ενέργεια [μηδενική αρχική κατάσταση]

3. Πλήρης Απόκριση

Υπάρχει τουλάχιστον μια πηγή που διεγείρει το κύκλωμα **και** τουλάχιστον ένα στοιχείο έχει αποθηκευμένη ενέργεια

ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΜΕ «ΔΥΝΑΜΙΚΑ» ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΟΡΟΛΟΓΙΑ

- «ΠΡΙΝ», Πρότερη κατάσταση, «Λειτουργία για πολύ χρόνο»: το κύκλωμα ξεκίνησε τη λειτουργία του σε χρόνο $t = -\infty$
- Αμέσως **πριν** κάποιο γεγονός που συμβαίνει στο $t = t_0$: $t = t_0^-$
- Αμέσως **μετά** κάποιο γεγονός που συμβαίνει στο $t = t_0$: $t = t_0^+$



ΠΡΙΝ

$t = t_0$

*ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΟ
ΣΤΑΔΙΟ*

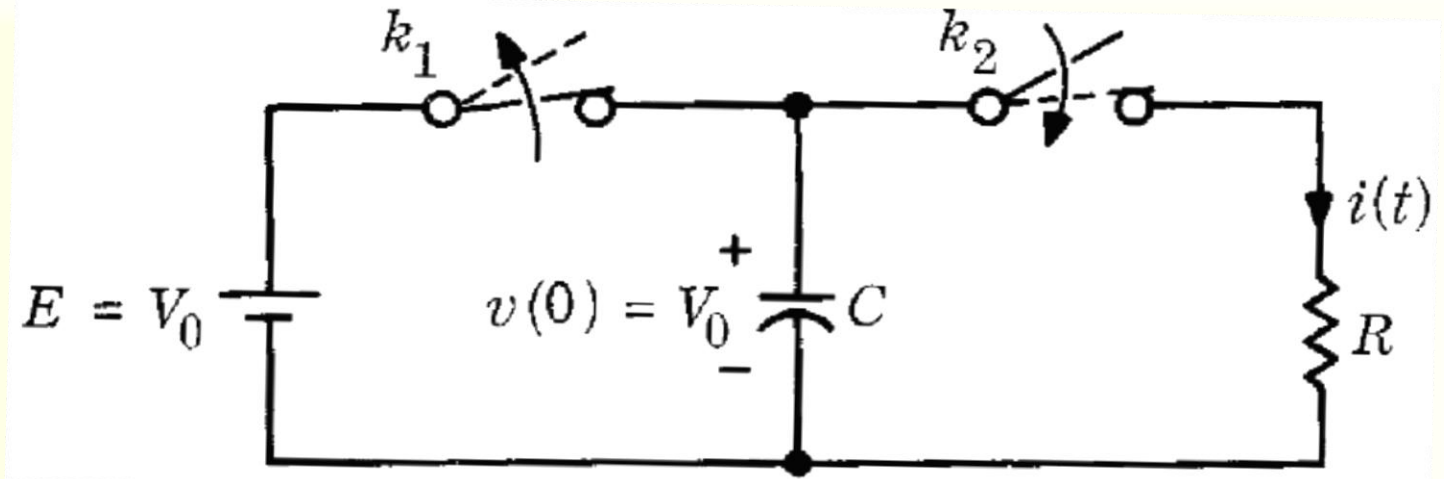
*ΜΟΝΙΚΗ
ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ*

ΚΥΚΛΩΜΑ RC

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΑΜΔ

ΚΥΚΛΩΜΑ RC

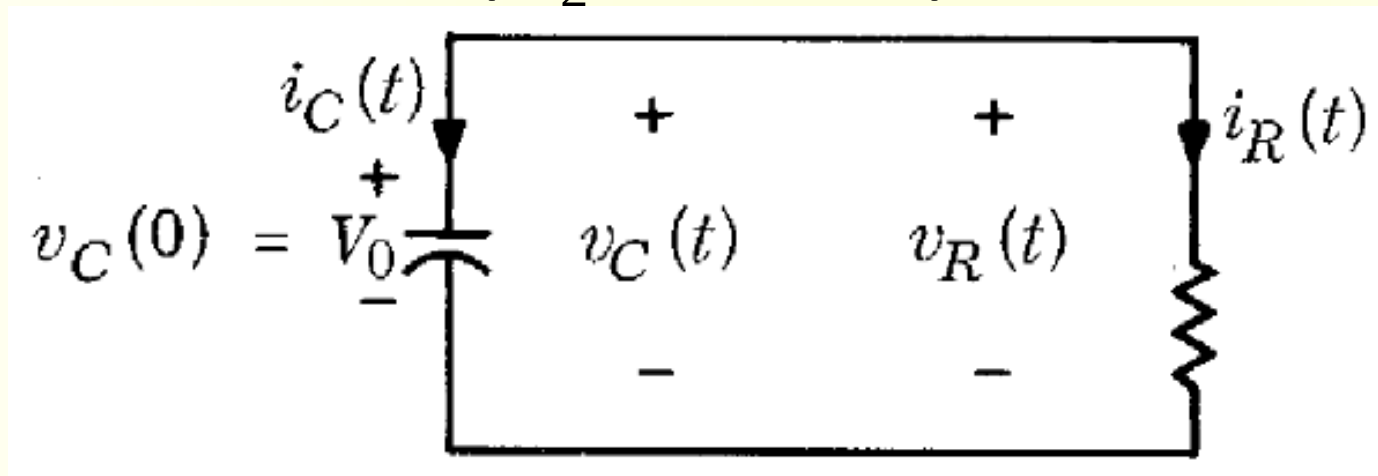
- **ΠΟΙΟΤΙΚΑ:**



- Ο διακόπτης k_1 είναι κλειστός για πολύ χρόνο και ανοίγει στο $t = 0$
- Ο διακόπτης k_2 είναι ανοιχτός για πολύ χρόνο και κλείνει στο $t = 0$
- Τι θα συμβεί; Όσο ο k_1 ήταν κλειστός, ο πυκνωτής φορτιζόταν
- Επειδή έχει παρέλθει άπειρος χρόνος, $Q_0 = C V_0$ (πλήρης φόρτιση)
- Μόλις κλείσει ο k_2 θα περάσει ένα ρεύμα $i(t)$ από την αντίσταση
- Το φορτίο του πυκνωτή θα μειώνεται συνεχώς έως ότου μηδενιστεί
- Η ηλεκτρική ενέργεια του πυκνωτή γίνεται θερμότητα στην R

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΔ

- Μετά το κλείσιμο του διακόπτη k_2 το κύκλωμα θα είναι



ΑΝΑΛΥΣΗ:

- NTK: $v_C(t) = v_R(t) \quad t \geq 0$

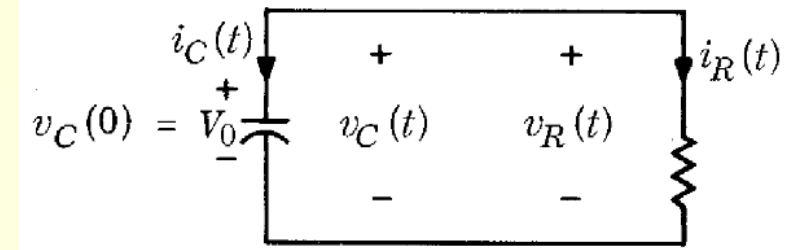
- NPK: $i_C(t) + i_R(t) = 0 \quad t \geq 0$

- ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΛΑΔΟΥ $v_R = Ri_R$

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt} \quad v_C(0) = V_0 \quad v_C(t) = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t') dt$$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΔ

- Το κύκλωμα μπορεί να επιλυθεί:



$$C \frac{dv_C}{dt} = i_C = -i_R = -\frac{v_R}{R} = -\frac{v_C}{R}$$

$$C \frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{R} = 0 \quad t \geq 0$$

$$v_C(0) = V_0$$

- ΛΥΣΗ:

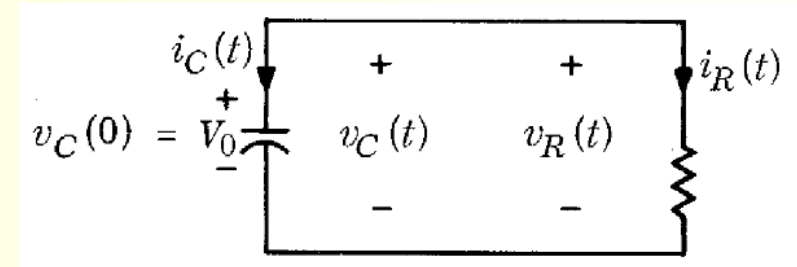
$$v_C(t) = K e^{s_0 t}$$

$$s_0 = -\frac{1}{RC}$$

$$v_C(t) = V_0 e^{-(1/RC)t} \quad t \geq 0$$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΔ

- Το κύκλωμα μπορεί να επιλυθεί πλήρως:



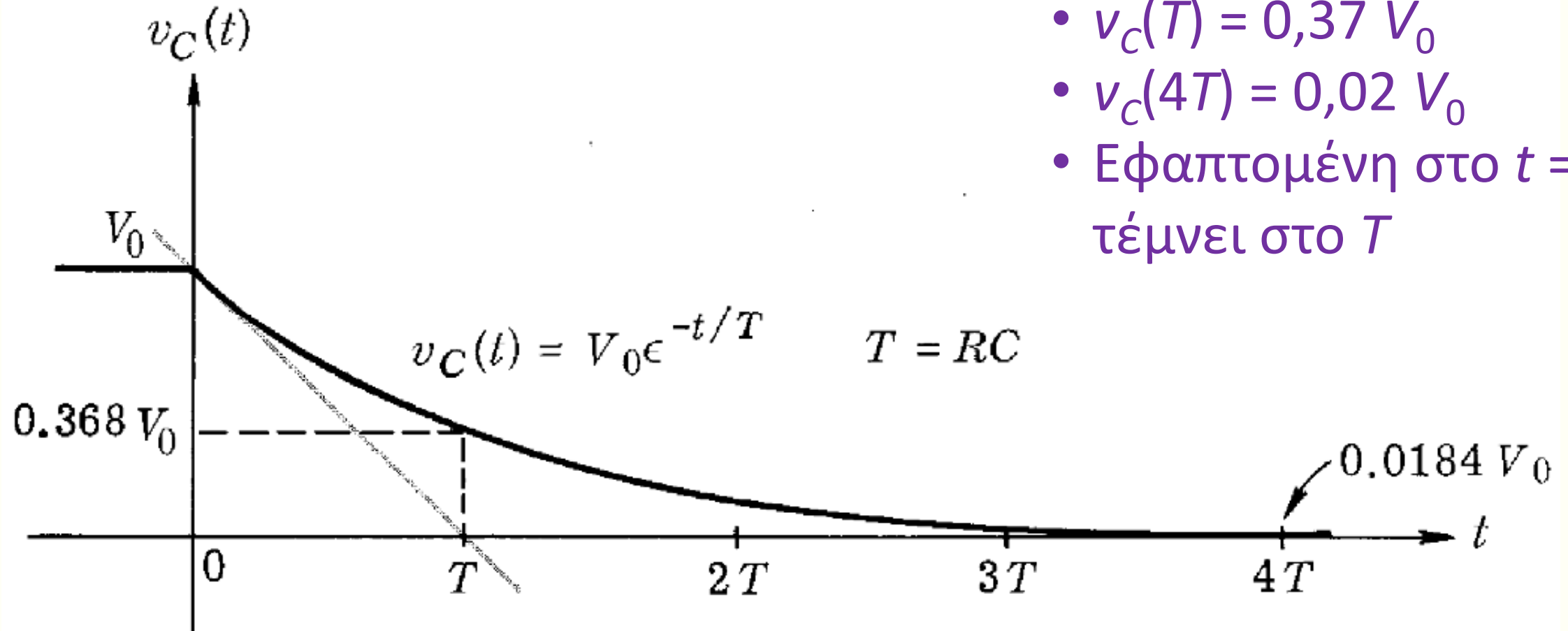
$$i_C(t) = C \frac{dv_C}{dt} = -\frac{V_0}{R} \epsilon^{-(1/RC)t} \quad t \geq 0$$

$$i_R(t) = -i_C(t) = \frac{V_0}{R} \epsilon^{-(1/RC)t} \quad t \geq 0$$

$$v_R(t) = v_C(t) = V_0 \epsilon^{-(1/RC)t} \quad t \geq 0$$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΔ

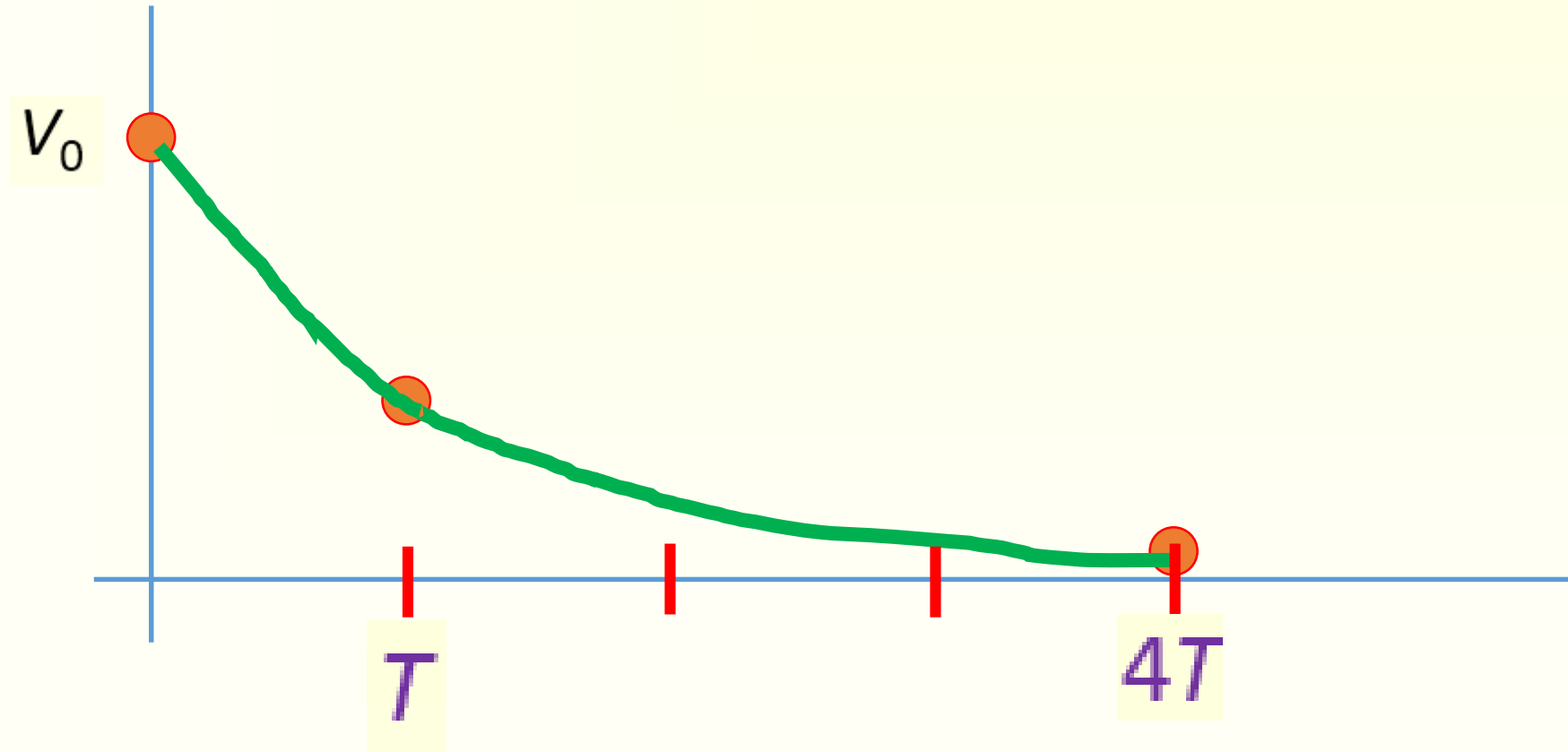
- $v_C(T) = 0,37 V_0$
- $v_C(4T) = 0,02 V_0$
- Εφαπτομένη στο $t = 0$ τέμνει στο T



- Βασική παράμετρος: η **σταθερά χρόνου** (time constant) $T = RC$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΔ

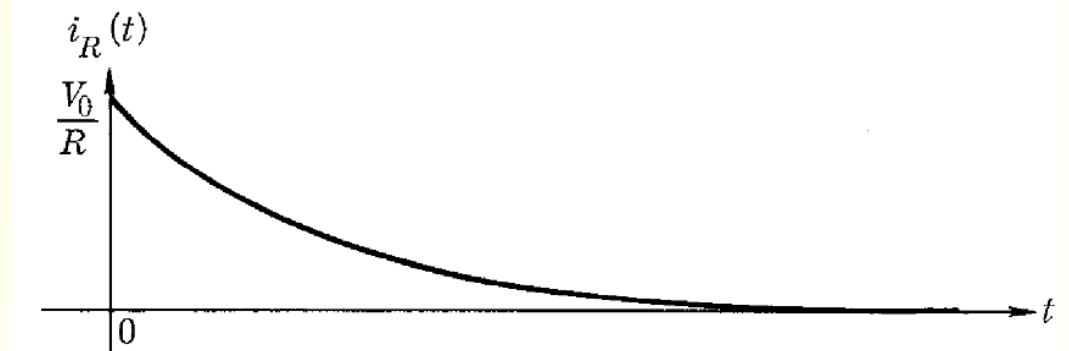
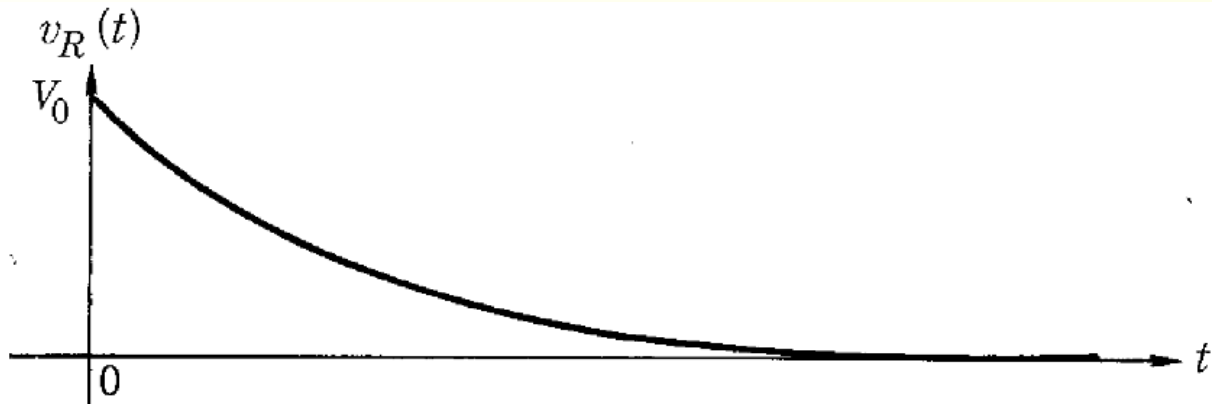
- Με τις πληροφορίες αυτές μπορούμε να κατασκευάσουμε (πρόχειρα) την καμπύλη από τα R , C και V_0



ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΔ

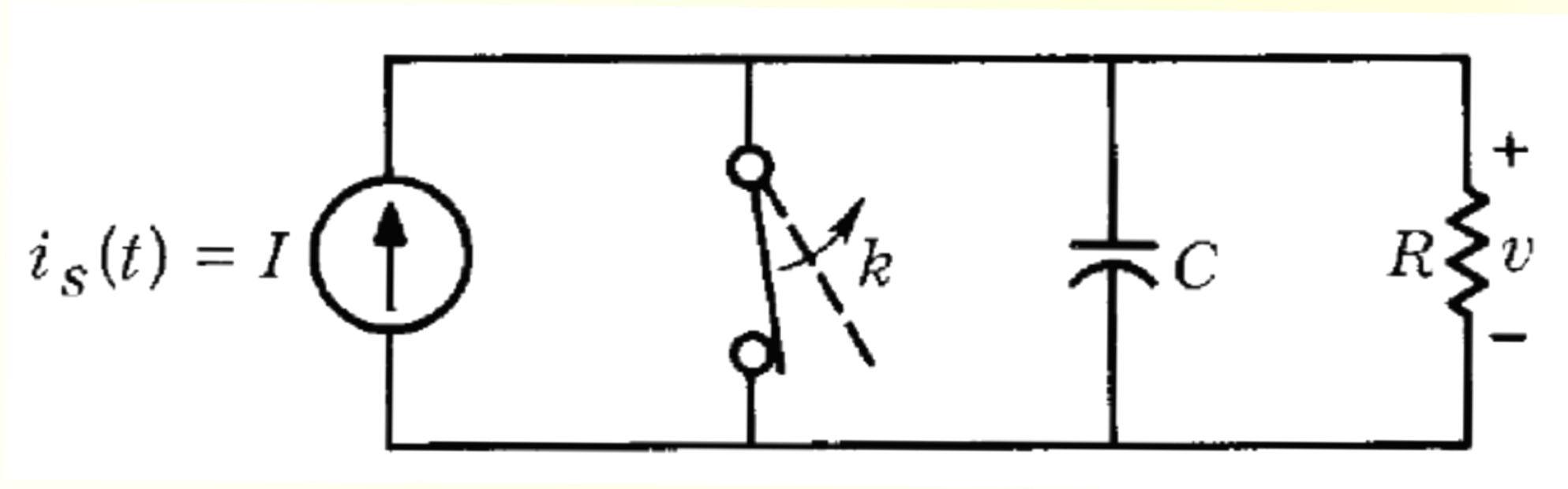
- **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ**

- Η ΑΜΔ τού κυκλώματος RC έχει (αρνητική) εκθετική μορφή



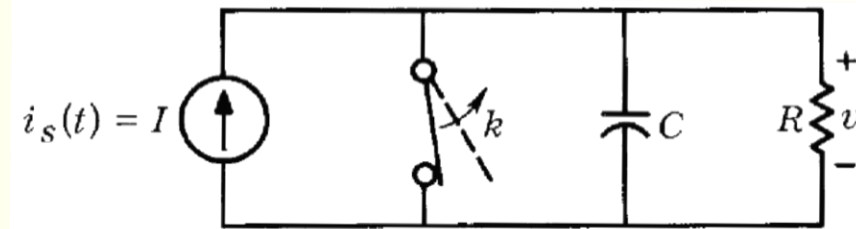
ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΑΜΚ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΜΚ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ



- Ο διακόπτης k είναι κλειστός για πολύ χρόνο και ανοίγει στο $t = 0$
- Μόλις ο διακόπτης ανοίξει στο $t = 0$, το κύκλωμα RC τροφοδοτείται με ρεύμα
- Για απλότητα θα ξεκινήσουμε με βηματική είσοδο $i_s(t) = I, \forall t$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC-ΑΜΚ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ



- **ΠΟΙΟΤΙΚΑ:**

- Ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος, άρα στο $t = 0^+$ θα διατηρήσει την τάση του στα 0 V (λόγω συνέχειας της τάσης πυκνωτή)
- Εφόσον η τάση είναι 0 και η αντίσταση αναγκαστικά θα έχει 0 ρεύμα (Ohm)
- Τι θα συμβεί με αυτές τις συνθήκες; **Όλο το ρεύμα** της πηγής θα περάσει από τον πυκνωτή στο $t = 0^+$ και ο πυκνωτής θα αρχίσει να φορτίζεται
- Εξαιτίας της φόρτισης, η τάση v θα αυξηθεί όπως επίσης και το ρεύμα της αντίστασης
- Μετά την παρέλευση αρκετού χρόνου (άπειρου στη θεωρία), ο πυκνωτής φορτίζεται πλήρως και πρακτικά η τάση του παραμένει από εκεί και πέρα σταθερή και ίση με $v = RI$ (τέλος μεταβατικού σταδίου = μόνιμη κατάσταση)
- Τότε όλο το ρεύμα της πηγής θα περνάει από την αντίσταση και ο πυκνωτής θα συμπεριφέρεται σαν ανοικτό κύκλωμα ενώ στο $t = 0^+$ λειτούργησε στιγμιαία σαν βραχυκύκλωμα

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΚ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ

- Η ανάλυση είναι σχεδόν ίδια όπως και στην ΑΜΔ (αλλάζει μόνο ο ΝΡΚ)

ΑΝΑΛΥΣΗ:

- ΝΤΚ: $v_C(t) = v_R(t) \quad t \geq 0$

- ΝΡΚ: $i_C(t) + i_R(t) = I \quad t \geq 0$

- ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΛΑΔΟΥ $v_R = Ri_R$

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt} \quad v(0) = 0 \quad v_C(t) = 0 + \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t') dt$$

$$C \frac{dv}{dt} + \frac{1}{R} v = i_s(t) = I \quad t \geq 0$$

$$v(0) = 0$$

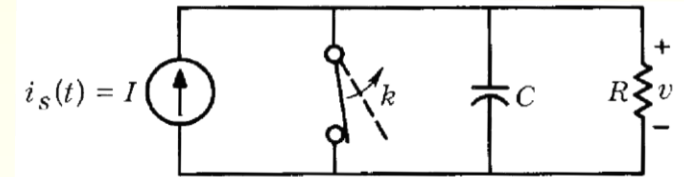
ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΔ

- Η λύση για τη διαφορική είναι το άθροισμα της λύσης τής ομογενούς με τη μερική λύση

$$v = v_h + v_p \quad \left\{ \begin{array}{l} v_h = K_1 \epsilon^{s_0 t} \quad s_0 = -\frac{1}{RC} \\ v_p = RI \end{array} \right.$$

Το RI ικανοποιεί τη διαφορική εξίσωση αλλά καλύτερα να το προσδιορίσουμε ηλεκτρολογικά:

$$v(t) = K_1 \epsilon^{-(1/RC)t} + RI \quad t \geq 0$$

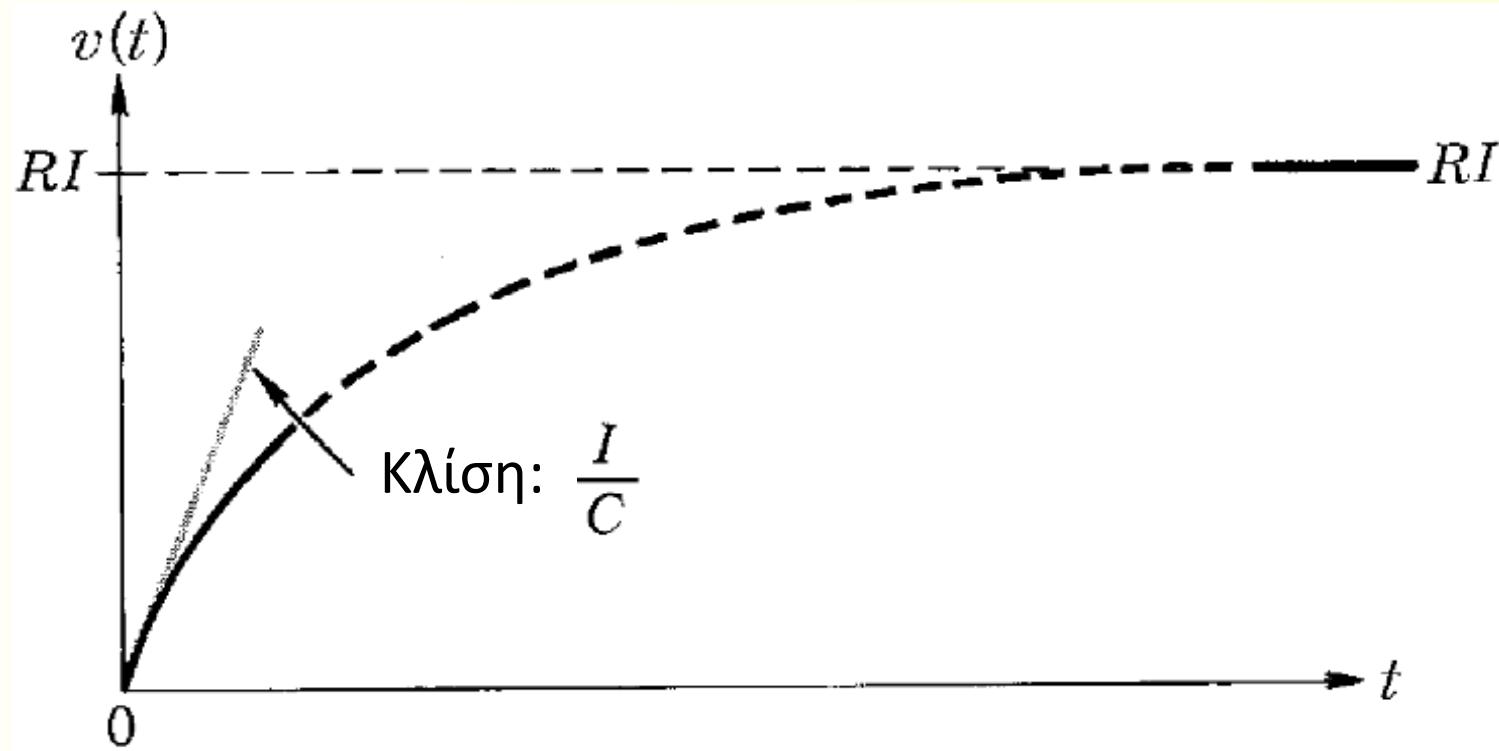


$$v(0) = K_1 + RI = 0$$

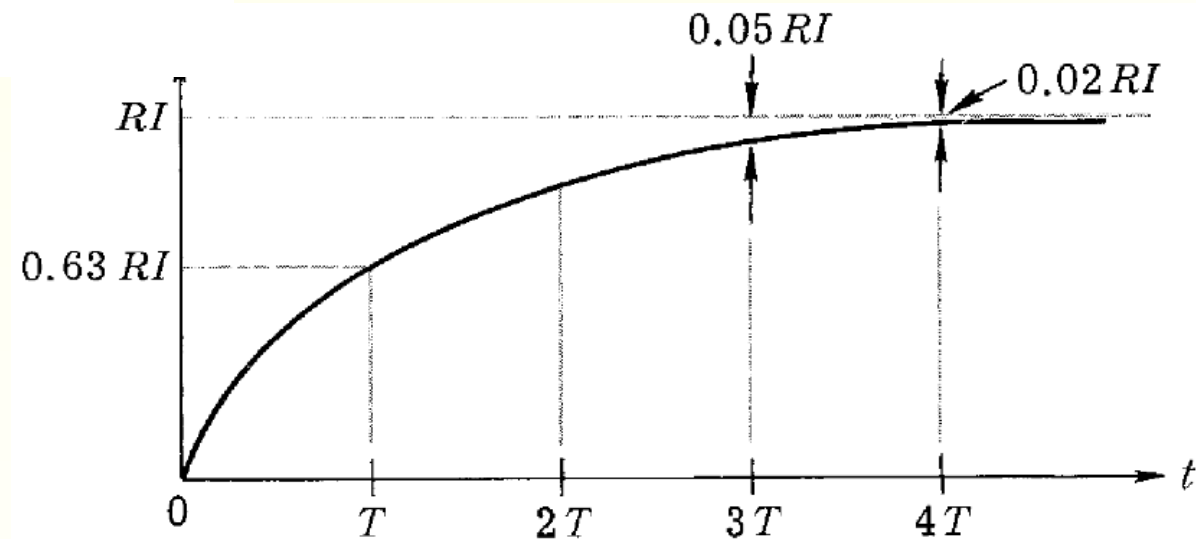
$$K_1 = -RI$$

$$v(t) = RI(1 - \epsilon^{-(1/RC)t}) \quad t \geq 0$$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΚ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ



$$v(t) = RI(1 - e^{-(1/RC)t}) \quad t \geq 0$$



ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΑΜΚ ΣΕ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗ

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΚ ΣΕ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗ

- Η είσοδος του κυκλώματος είναι τώρα

$$i_s(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

↑ ↑ ↙
ΠΛΑΤΟΣ ΓΩΝΙΑΚΗ ΦΑΣΗ
 ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

- Η διαφορική εξίσωση που διέπει την εξέλιξη της τάσης $v(t)$ στα άκρα του πυκνωτή είναι

$$C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{R} v(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad \forall t \geq 0$$

και η λύση της θα δοθεί σαν $v(t) = v_h(t) + v_p(t)$

- Η μερική λύση θα είναι μια ημιτονοειδής συνάρτηση ίδιας συχνότητας αλλά με διαφορετικές τις άλλες παραμέτρους:

$$v_p(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΚ ΣΕ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗ

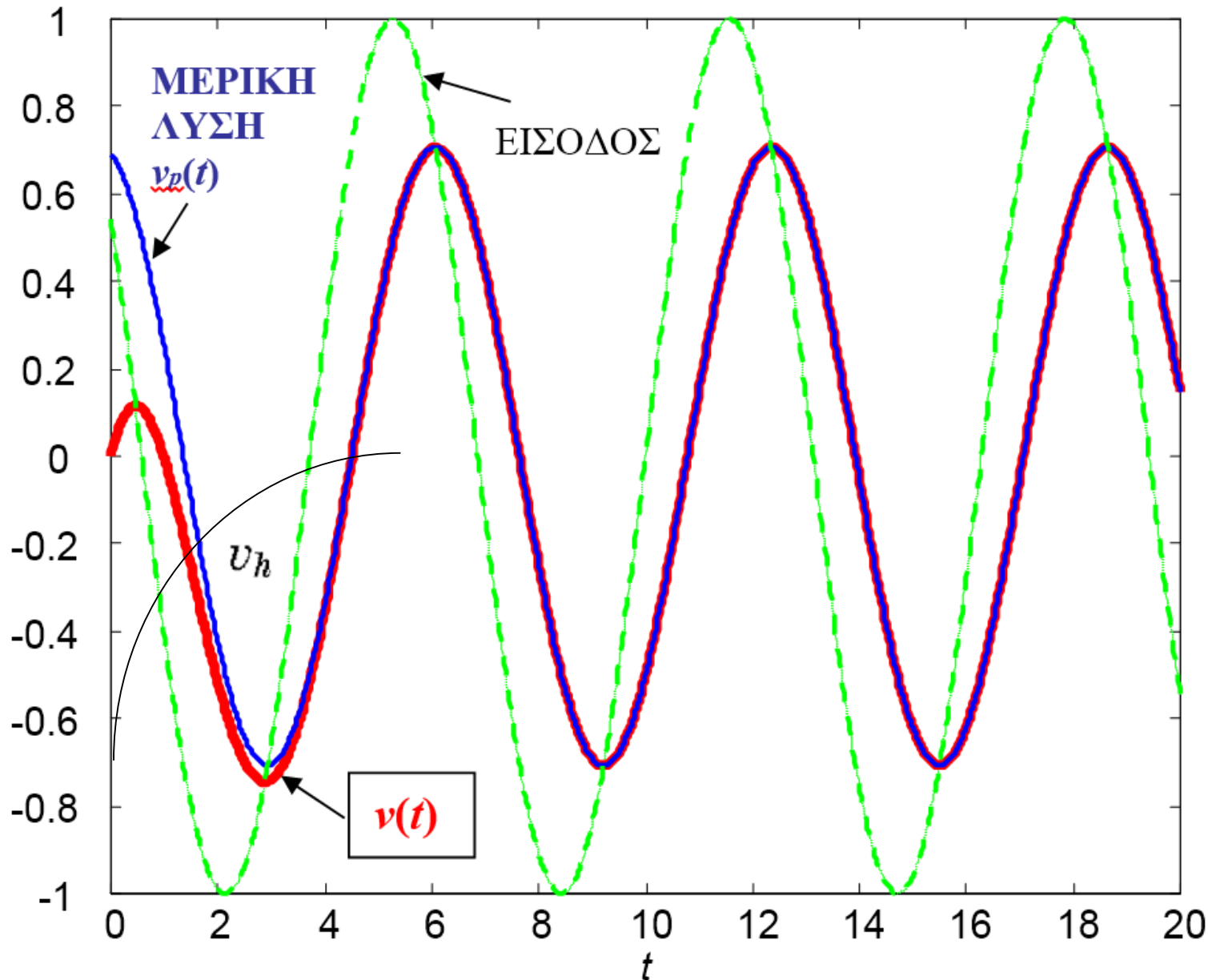
- Προσδιορισμός των A_2 και φ_2 με αντικατάσταση στη διαφ. εξίσωση και αλγεβρικούς χειρισμούς (βλ. http://sml.ece.upatras.gr/images/UploadedFiles/ilektrika-kyklomata_i/RCsin.pdf)

$$\varphi_2 = \varphi_1 - \tan^{-1}(RC\omega)$$

$$A_2 = \frac{A_1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + C^2\omega^2}}$$

$$v(t) = -A_2 \cos \varphi_2 e^{-\frac{1}{RC}t} + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2), \quad t \geq 0$$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΚ ΣΕ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗ



$$v(t) = -A_2 \cos \varphi_2 e^{-\frac{1}{RC}t} + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2), \quad t \geq 0$$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΠΛΗΡΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗ

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΠΛΗΡΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗ

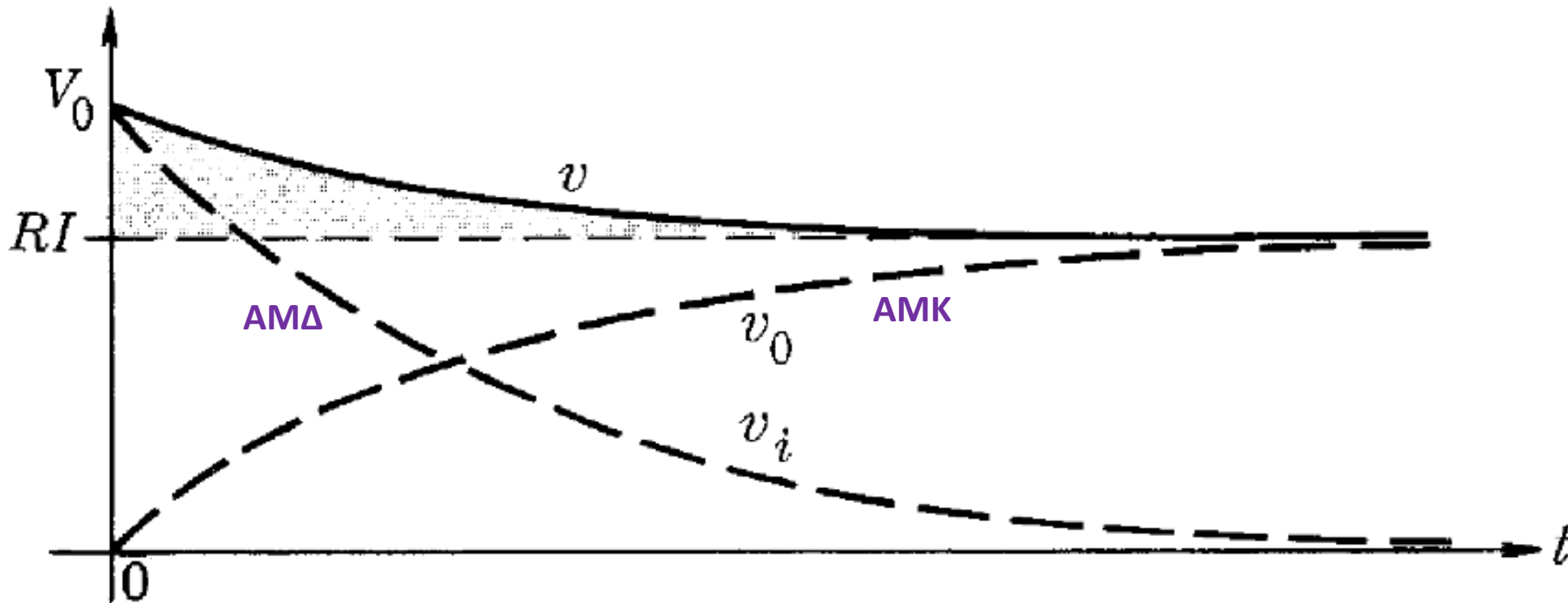
- Πλήρης απόκριση: ΚΑΙ διέγερση ΚΑΙ αρχικές συνθήκες
- Μπορεί να αποδειχθεί πολύ απλά ότι για γραμμικά, χρονικά αμετάβλητα κυκλώματα (και συστήματα) ισχύει:

$$\text{Πλήρης απόκριση} = \text{ΑΜΔ} + \text{ΑΜΚ}$$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΠΛΗΡΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ

- Πλήρης απόκριση = ΑΜΔ + ΑΜΚ

$$v(t) = V_0 e^{-\frac{1}{RC}t} + RI \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right), \quad t \geq 0$$

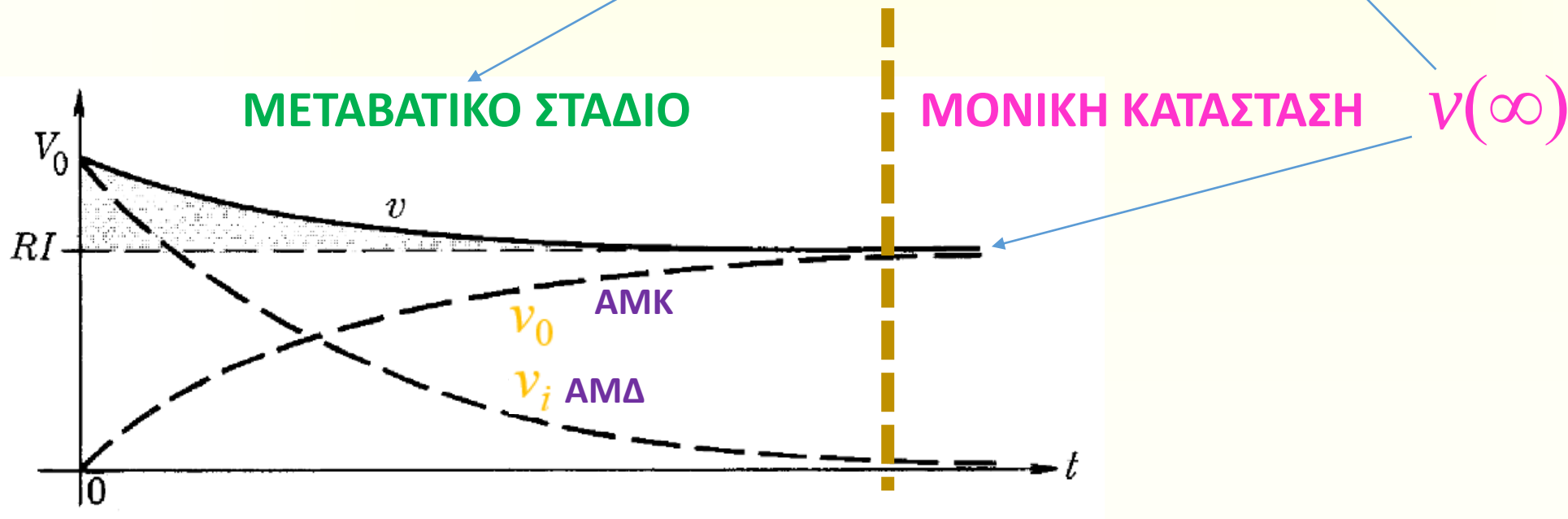


ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΠΛΗΡΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ

- Πλήρης απόκριση: $v(t) = \underbrace{V_0}_{V_i} e^{-\frac{1}{RC}t} + \underbrace{RI}_{V_0} \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right), \quad t \geq 0$

$\Rightarrow$

$$v(t) = (V_0 - RI) e^{-\frac{1}{RC}t} + RI, \quad t \geq 0$$



ΚΥΚΛΩΜΑ RC—ΠΛΗΡΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΕ ΒΗΜΑΤΙΚΗ

- Πλήρης απόκριση σε βηματική: ένας πολύ χρήσιμος τύπος βασισμένος στο μεταβατικό και το μόνιμο στάδιο

$$v(t) = \left[v(0) - v(\infty) \right] e^{-\frac{1}{RC}t} + v(\infty), \quad t \geq 0$$

- Προκύπτουν και η ΑΜΔ και η ΑΜΚ με τις κατάλληλες αντικαταστάσεις [ΑΜΔ: $v(\infty) = 0$ ΑΜΚ: $v(0) = 0$]
- **ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:** Στο μεταβατικό στάδιο συνεισφέρει και η ΑΜΔ και η ΑΜΚ ενώ στη μόνιμη κατάσταση μόνο η ΑΜΚ

ΚΥΚΛΩΜΑ RC

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

ΦΛΑΣ: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RC

- Θεωρούμε ένα φλας που αποτελείται από ένα ειδικό λαμπτήρα και ένα κύκλωμα που τον κάνει να **αναβοσβήνει**
 - ☐ Σε τακτά χρονικά διαστήματα και
 - ☐ Για συγκεκριμένη διάρκεια φωτός

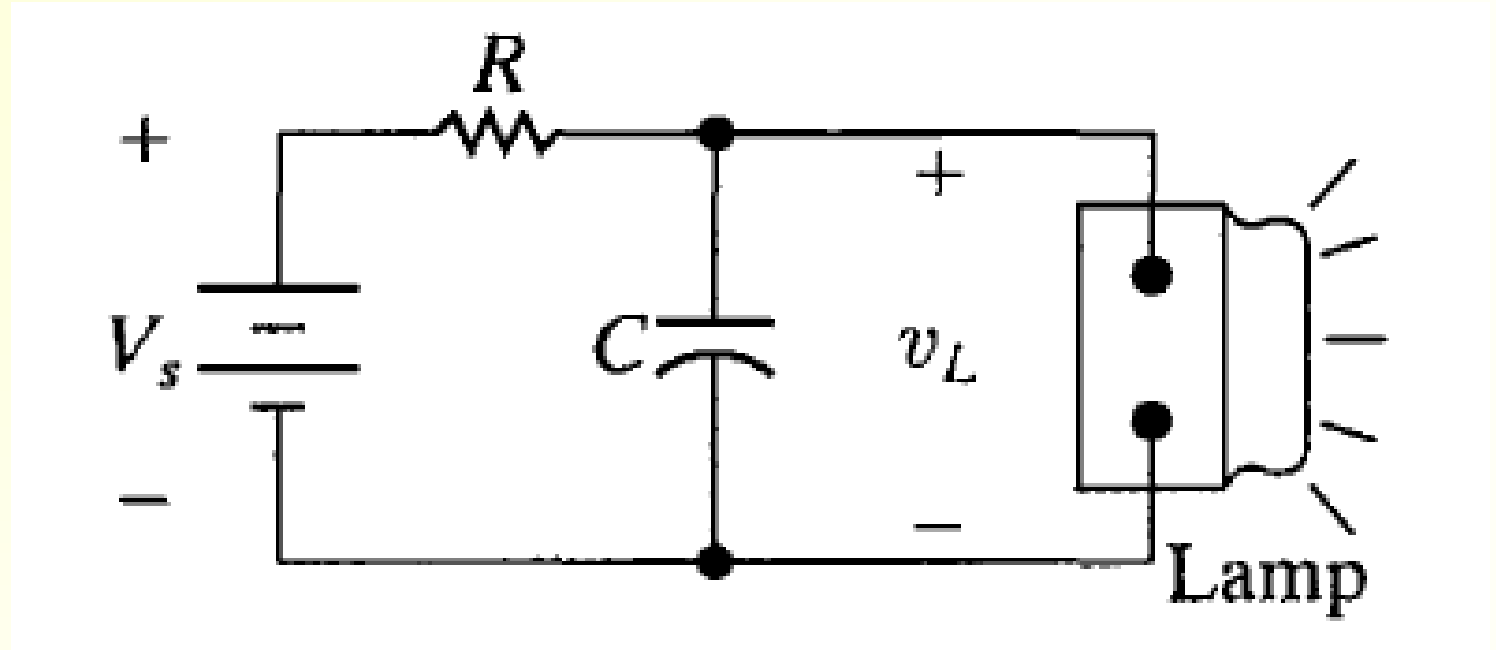
Στην πράξη και οι δυο πιο πάνω παράγοντες μπορούν να ρυθμιστούν σε διάφορες, συνήθως προεπιλεγμένες, τιμές

Εφαρμογές σε δημόσια έργα, αεροδρόμια, κλπ.



ΦΛΑΣ: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RC

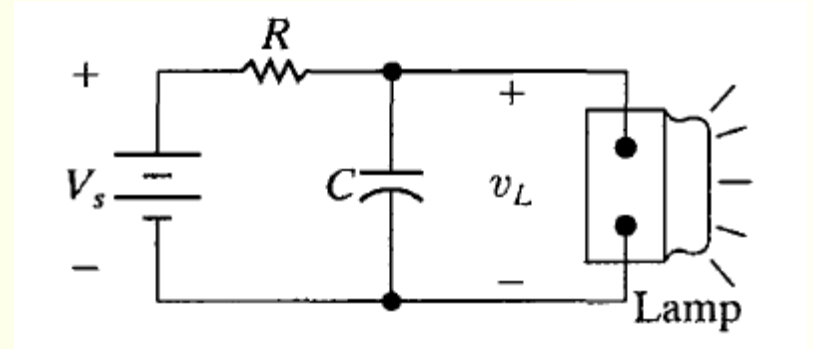
- Θεωρούμε ένα φλας...



- Ο λαμπτήρας φωτίζει (= άγει) όταν η τάση του φτάσει μια τιμή V_{max}
- Όσο άγει είναι ισοδύναμος με μια αντίσταση R_L
- Εξακολουθεί να άγει έως ότου η τάση του πέσει σε μια τιμή V_{min}
- Τότε γίνεται ισοδύναμος με ανοικτό κύκλωμα

ΦΛΑΣ: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RC

- ΠΟΙΟΤΙΚΑ:



- Όσο ο λαμπτήρας δεν άγει (είναι ανοικτό κύκλωμα), η πηγή φορτίζει τον πυκνωτή με απώτερο «στόχο» τα V_s V
- Όμως μόλις η τάση φτάσει την τιμή V_{max} ο λαμπτήρας άγει και ο πυκνωτής εκφορτίζεται με «στόχο» την τάση που «βλέπει»
- Όμως μόλις η τάση φτάσει την τιμή V_{min} ο λαμπτήρας «κόβει» και ο κύκλος επαναλαμβάνεται

ΦΛΑΣ: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RC

- **ΑΝΑΛΥΣΗ:**

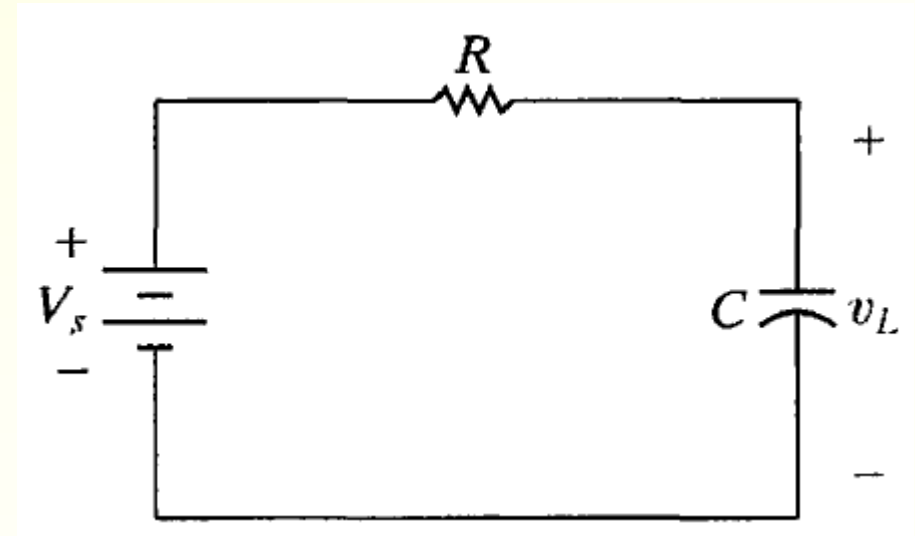
- Υποθέτουμε ότι έχει παρέλθει πολύς χρόνος κατά τον οποίο το κύκλωμα λειτουργεί
- Ορίζουμε σαν $t = 0$ τη στιγμή που ο λαμπτήρας σταματά να άγει, οπότε παριστάνεται σαν ανοικτό κύκλωμα
- Τότε ισχύουν τα εξής για το κύκλωμα RC:

$$v_L(\infty) = V_s$$

$$v_L(0) = V_{\min}$$

$$\tau = RC$$

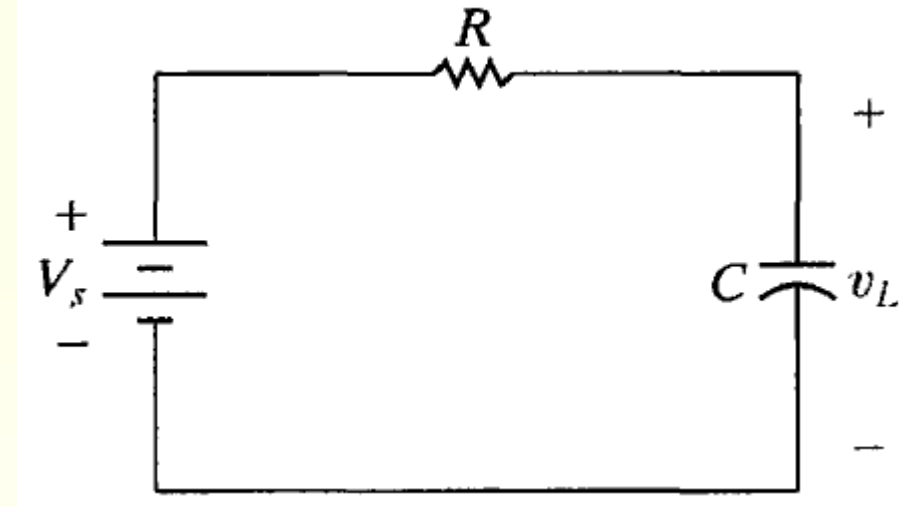
$$v_L(t) = V_s + (V_{\min} - V_s)e^{-t/RC}$$



ΦΛΑΣ: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RC

- Η τάση αυξάνεται και πηγαίνει προς τη V_{max}
- Πόσος χρόνος παύεται έως ότου ο λαμπτήρας είναι έτοιμος να ανάψει;
- Θέτουμε $v_L(t_o) = V_{max}$ και λύνουμε

$$t_o = RC \ln \frac{V_{min} - V_s}{V_{max} - V_s}$$

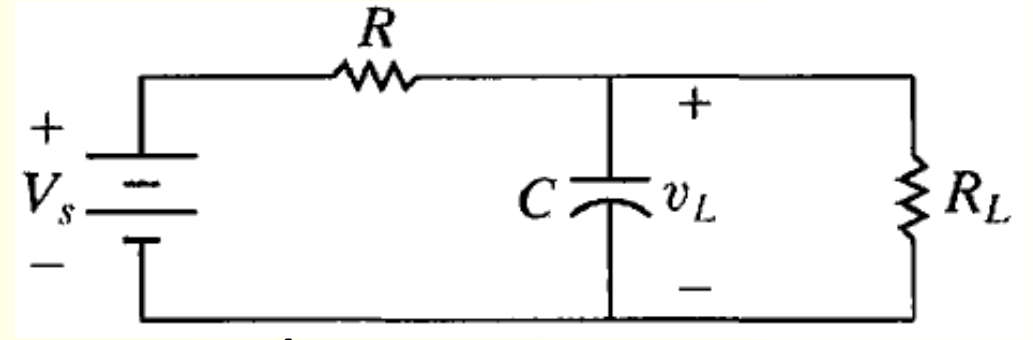


- Μετά από χρόνο t_o ο λαμπτήρας γίνεται αγωγίμος και φωτίζει

ΦΛΑΣ: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RC

- **ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΙΑ ΑΓΩΓΙΜΟ ΛΑΜΠΤΗΡΑ:**

- Το κύκλωμα γίνεται:



- Το βασικό ερώτημα είναι «τι βλέπει ο πυκνωτής;»
- Αυτό είναι ένα κύκλωμα που δεν έχουμε ξαναδεί
- Είτε πρέπει να κάνουμε νέα ανάλυση, είτε να το αναγάγουμε σε κάτι που έχουμε λύσει (το κύκλωμα RC που ξέρουμε)
- Με απλό μετασχηματισμό τής πηγής μπορούμε να φέρουμε το κύκλωμα στη γνωστή μορφή οπότε καλύτερα ας εξερευνήσουμε κάτι εναλλακτικό και πιο δραστικό:
- Ας βρούμε το ισοδύναμο Thevenin τού κυκλώματος που βλέπει ο πυκνωτής και το απλό RC είναι έτοιμο!

ΦΛΑΣ: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RC

- Το ισοδύναμο Thevenin :

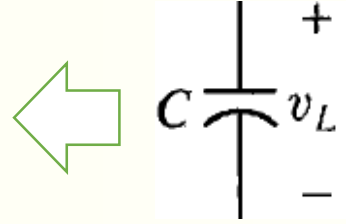
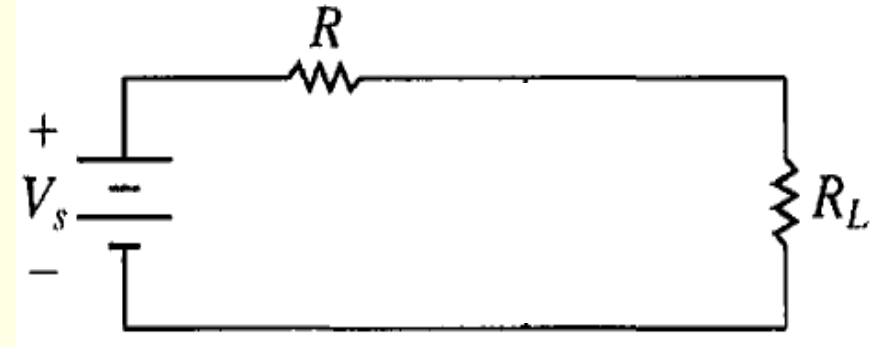
- Τάση Thevenin $V_{Th} = \frac{R_L}{R + R_L} V_s$

- Αντίσταση Thevenin: $\frac{RR_L}{R + R_L}$

- Οπότε:

$$v_L(t) = V_{Th} + (V_{max} - V_{Th})e^{-(t-t_0)/\tau}$$

- με $\tau = \frac{RR_L C}{R + R_L}$



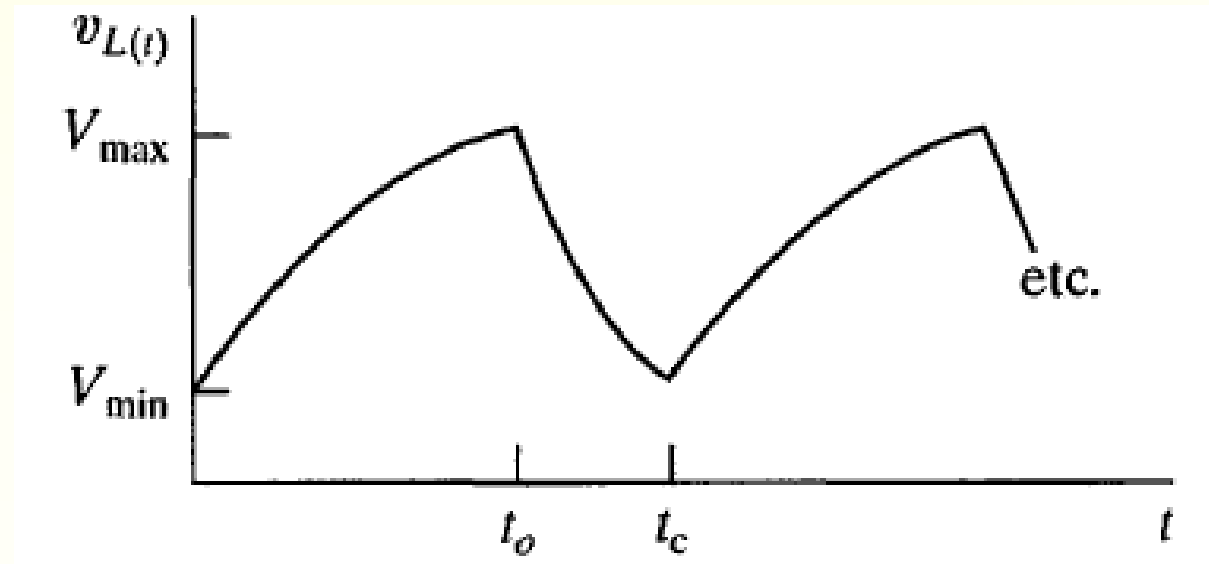
$$v_L(\infty) = V_{Th}$$
$$v_L(\ll 0) = V_{max}$$

ΦΛΑΣ: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RC

- Πόσο χρόνο φωτίζει ο λαμπτήρας;
- Αν καλέσουμε t_c τον χρόνο που κόβει ο λαμπτήρας, τότε η φωτεινή περίοδος ήταν $(t_c - t_o)$ που υπολογίζεται

$$(t_c - t_o) = \frac{RR_L C}{R + R_L} \ln \frac{V_{\max} - V_{Th}}{V_{\min} - V_{Th}}$$

- Η εξέλιξη της τάσης:



ΦΛΑΣ: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RC

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

- 4 μπαταρίες των 1,5 V
- $C = 10 \mu\text{F}$
- $V_{\max} = 4 \text{ V}$, $V_{\min} = 1 \text{ V}$
- $R_L = 20 \text{ k}\Omega$ ή ∞
- **ΣΤΟΧΟΣ:** μέγιστη αναμονή 10 s μεταξύ φωτεινών παλμών

-
- $t_o = 10 \Rightarrow R = 1,091 \text{ M}\Omega$ $t_o = RC \ln \frac{V_{\min} - V_s}{V_{\max} - V_s}$
 - Επιλέγουμε πιο ρεαλιστικά $R = 1 \text{ M}\Omega$
 - Τότε όμως $t_o = 9,16 \text{ s}$ [αυτό ίσως να μην είναι μέσα στις προδιαγραφές που επιβάλλουν συνήθως κάποιο εύρος και μέγιστα ή ελάχιστα]

ΦΛΑΣ: ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RC

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

- Χρόνος φωτεινού σήματος:

- $V_{Th} = 0,11765 \text{ V}$ $V_{Th} = \frac{R_L}{R + R_L} V_s$

- $R_{Th} = 19,61 \text{ k}\Omega$ $\frac{RR_L}{R + R_L}$

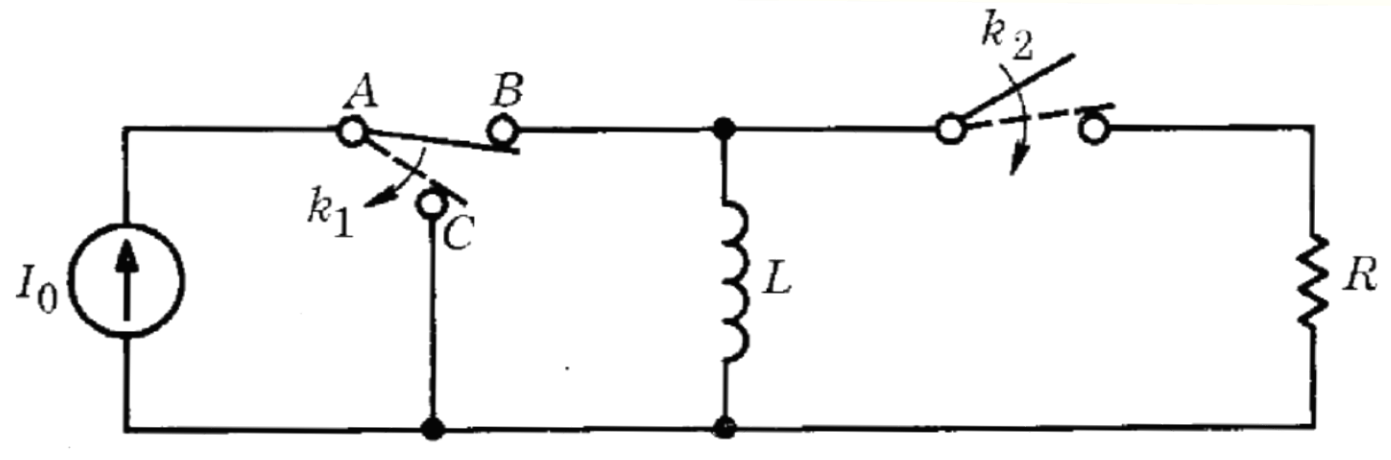
$\Rightarrow$

$$t_c - t_o = 0,45 \text{ s} \quad (t_c - t_o) = \frac{RR_L C}{R + R_L} \ln \frac{V_{\max} - V_{Th}}{V_{\min} - V_{Th}}$$

KYKΛΩΜΑ RL

ΚΥΚΛΩΜΑ RL

- **ΠΟΙΟΤΙΚΑ:**



- Ο διακόπτης k_1 είναι στο B για πολλή ώρα
- Ο διακόπτης k_2 είναι ανοιχτός για πολλή ώρα
- Όσο ο k_1 είναι στο B, ο επαγωγός διαρρέεται από ρεύμα I_0
- Στον χρόνο $t = 0$ ο διακόπτης k_1 μεταβαίνει στο C και ο διακόπτης k_2 κλείνει
- Τι θα συμβεί;
- Ο επαγωγός θα διατηρήσει για μια χρονική στιγμή το ρεύμα του και με τον k_2 κλειστό θα περνάει ένα ρεύμα $i(t)$ από την αντίσταση
- Η ενέργεια του επαγωγού θα μειώνεται συνεχώς έως ότου μηδενιστεί μετατρέπόμενη σε θερμότητα στην R

ΚΥΚΛΩΜΑ RL—ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΜΔ

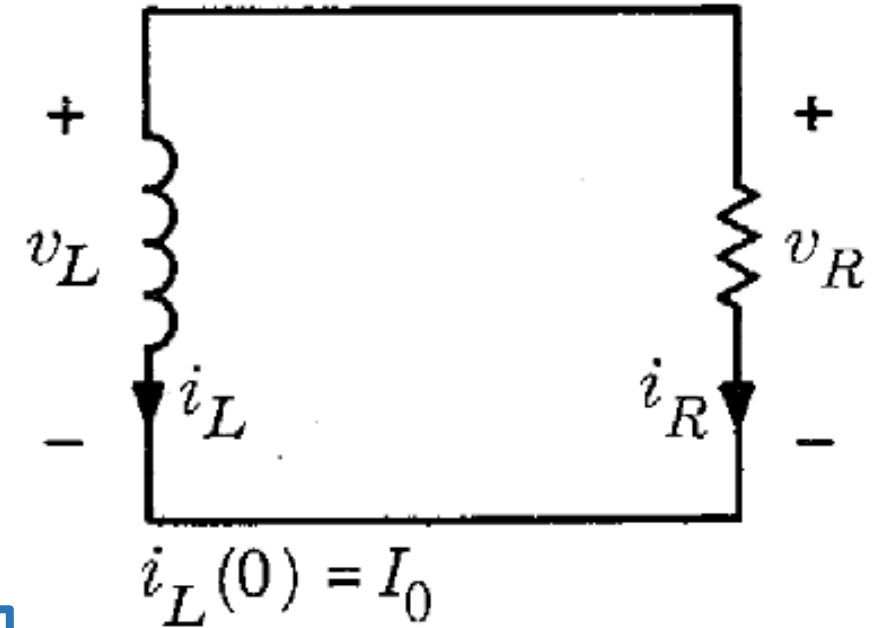
- Μετά το $t = 0$ το κύκλωμα θα είναι
- Η ανάλυση (παρόμοια με του RC) δίνει:

$$L \frac{di_L(t)}{dt} + Ri_L(t) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{R}{L} i_L(t) = 0, \quad i_L(0) = I_0$$

- Με λύση:

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}, \quad t \geq 0$$



Σταθερά χρόνου $T = L/R$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC/RL (ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ)

ΚΥΚΛΩΜΑ RC/RL—ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

- Η απόκριση μηδενικής διέγερσης (ΑΜΔ) ενός κυκλώματος πρώτης τάξης είναι γραμμική ως προς την αρχική κατάσταση
- Η απόκριση μηδενικής κατάστασης (ΑΜΚ) ενός κυκλώματος πρώτης τάξης είναι γραμμική ως προς τη διέγερση

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ [http://sml.ece.upatras.gr/images/UploadedFiles/ilektrika-kyklomata_i/RCgrammikothta.pdf]

1. Τα παραπάνω μπορούν να αποδειχθούν με το ίδιο σκεπτικό και για οποιοδήποτε γραμμικό, χρονικά αμετάβλητο κύκλωμα μεγαλύτερης τάξης
2. Τα παραπάνω ισχύουν και όταν τα στοιχεία τού κυκλώματος είναι χρονικά μεταβαλλόμενα
3. Η **πλήρης απόκριση** (δηλ. μη μηδενική διέγερση και μη μηδενική αρχική κατάσταση) **ΔΕΝ** είναι γραμμική συνάρτηση της διέγερσης

ΚΥΚΛΩΜΑ RC/RL—ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

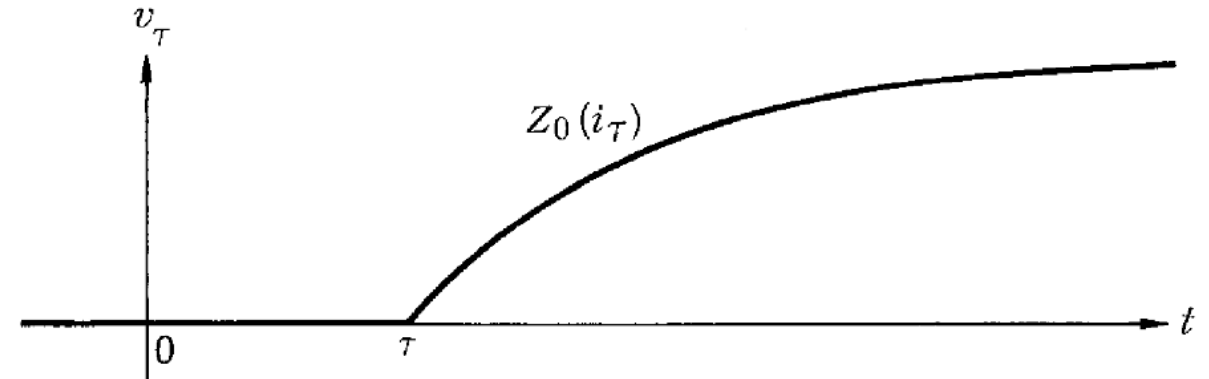
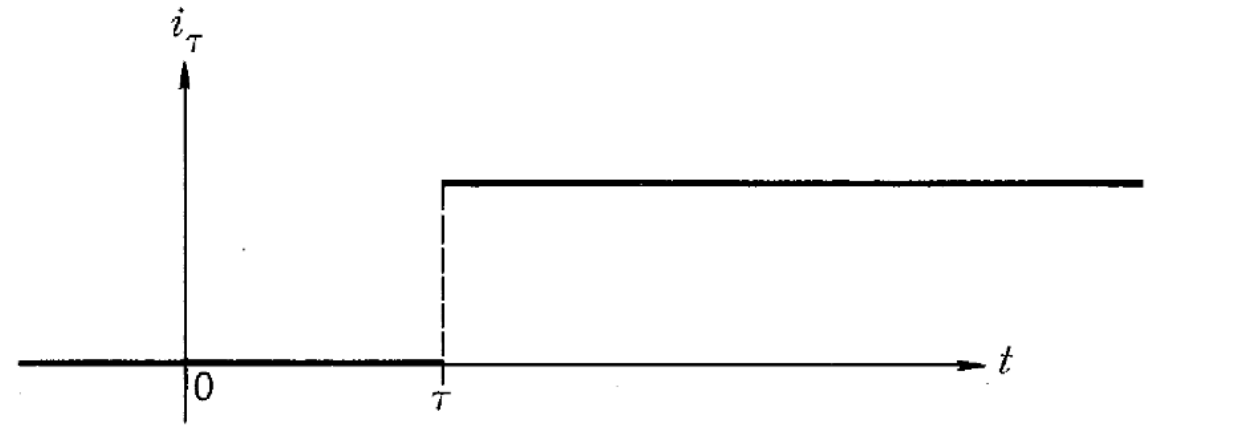
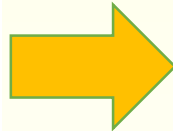
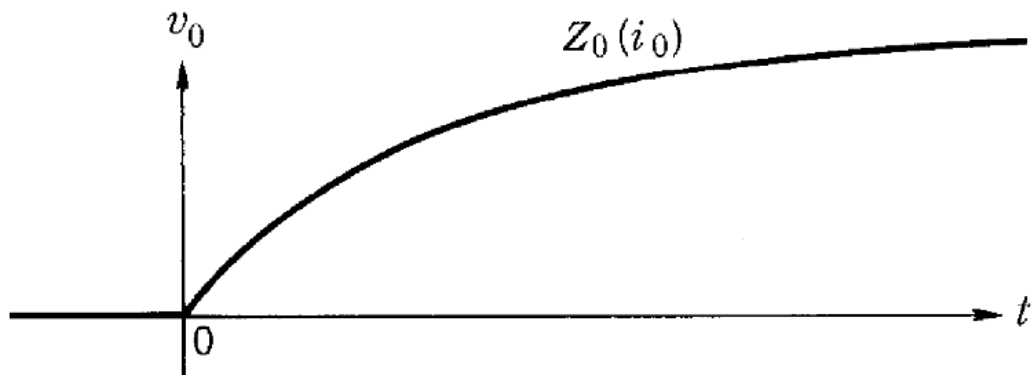
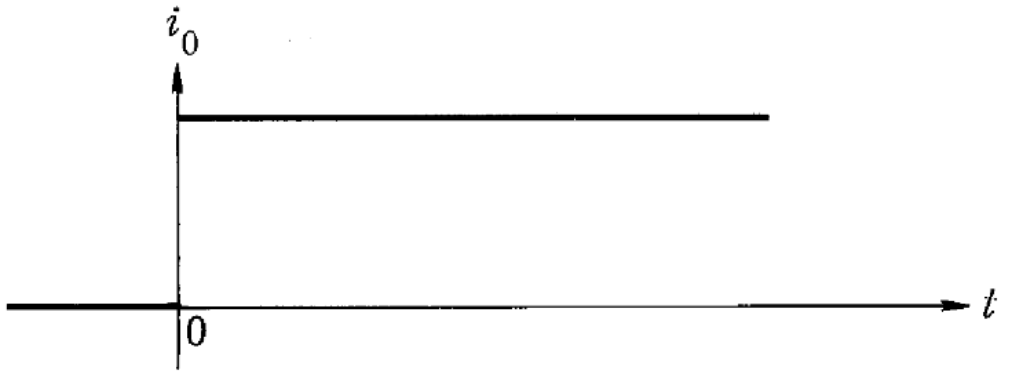
- Όταν η διέγερση σε ένα κύκλωμα πρώτης τάξης μετατοπιστεί χρονικά τότε και η απόκριση μηδενικής κατάστασης (ΑΜΚ) του κυκλώματος θα μετατοπιστεί χρονικά κατά το ίδιο χρονικό διάστημα

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ [http://sml.ece.upatras.gr/images/UploadedFiles/ilektrika-kyklomata_i/RCgrammikohtta.pdf]

1. Το γεγονός αυτό ίσως μπορεί να θεωρηθεί προφανές, όμως η απόδειξή του πρέπει να γίνει με μαθηματικά θεμελιωμένο τρόπο
2. Κάτι παρόμοιο δεν μπορεί να ισχύσει για την πλήρη απόκριση καθώς η φυσική απόκριση δεν μπορεί να «ετεροχρονιστεί»

ΚΥΚΛΩΜΑ RC/RL—ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

Όταν η διέγερση σε ένα κύκλωμα πρώτης τάξης μετατοπιστεί χρονικά τότε και η απόκριση μηδενικής κατάστασης (ΑΜΚ) του κυκλώματος θα μετατοπιστεί χρονικά κατά το ίδιο χρονικό διάστημα



ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ

- Θα προσδιορίσουμε την απόκριση ενός γραμμικού, χρονικά αμετάβλητου κυκλώματος RC σε μια μοναδιαία κρουστική συνάρτηση $\delta(t)$ εφαρμοζόμενη στον χρόνο $t = 0$
- Θα δούμε μόνο την ΑΜΚ-απόκριση μηδενικής κατάστασης
- Όποτε εξετάζουμε κρουστικές αποκρίσεις, θα θεωρούμε ότι το κύκλωμα είναι «σε ηρεμία» όπως λέγεται, εννοώντας την ΑΜΚ (μηδενικές αρχικές συνθήκες)
- **ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ:**
 - $h(t)$: η κρουστική απόκριση
 - $s(t)$: η απόκριση σε βηματική διέγερση $u(t)$
- Θα υπολογίσουμε την απόκριση σε κρουστική με τρεις μεθόδους και από την κάθε μέθοδο θα βγάλουμε πολύτιμα γενικότερα συμπεράσματα

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Ότι ακολουθεί βρίσκεται με πλήρη λεπτομέρεια [εδώ](#)

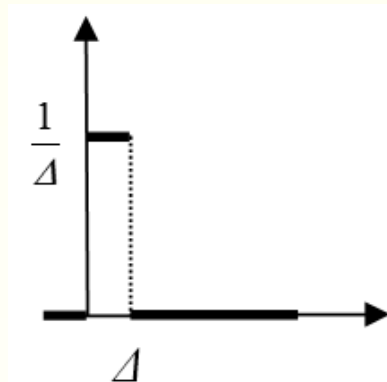
ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 1

- **ΜΕΘΟΔΟΣ 1:** Η προσέγγιση του μηχανικού
- Θεωρούμε παράλληλο RC με είσοδο i_s και απόκριση v
- Τότε, με είσοδο την κρουστική, η απόκριση δίνεται από τη διαφορική εξίσωση

$$C \frac{dv}{dt} + Gv = \delta(t), \quad v(0^-) = 0$$

- $\delta(t)$: Στον χρόνο $t = 0$ ένα απείρως μεγάλο ρεύμα διαρρέει το κύκλωμα για ένα απείρως μικρό διάστημα χρόνου
- Προσεγγίζουμε την κρουστική είσοδο με ένα παλμό p_Δ :

$$p_\Delta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{\Delta}, & 0 < t < \Delta \\ 0, & t > \Delta \end{cases}$$



ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ — ΜΕΘΟΔΟΣ 1

- ΜΕΘΟΔΟΣ 1: Η προσέγγιση του μηχανικού
- Επιλέγουμε το Δ έτσι ώστε να είναι πολύ μικρότερο από τη σταθερά χρόνου RC
- Η λύση τής διαφορικής είναι μια κυματομορφή, έστω $h_{\Delta}(t)$, που ικανοποιεί τις

$$C \frac{dh_{\Delta}}{dt} + Gh_{\Delta} = \frac{1}{\Delta}, \quad 0 < t < \Delta, \quad h_{\Delta}(0) = 0$$

$$C \frac{dh_{\Delta}}{dt} + Gh_{\Delta} = 0, \quad t > \Delta, \quad h_{\Delta}(\Delta) \text{ αρχική}$$

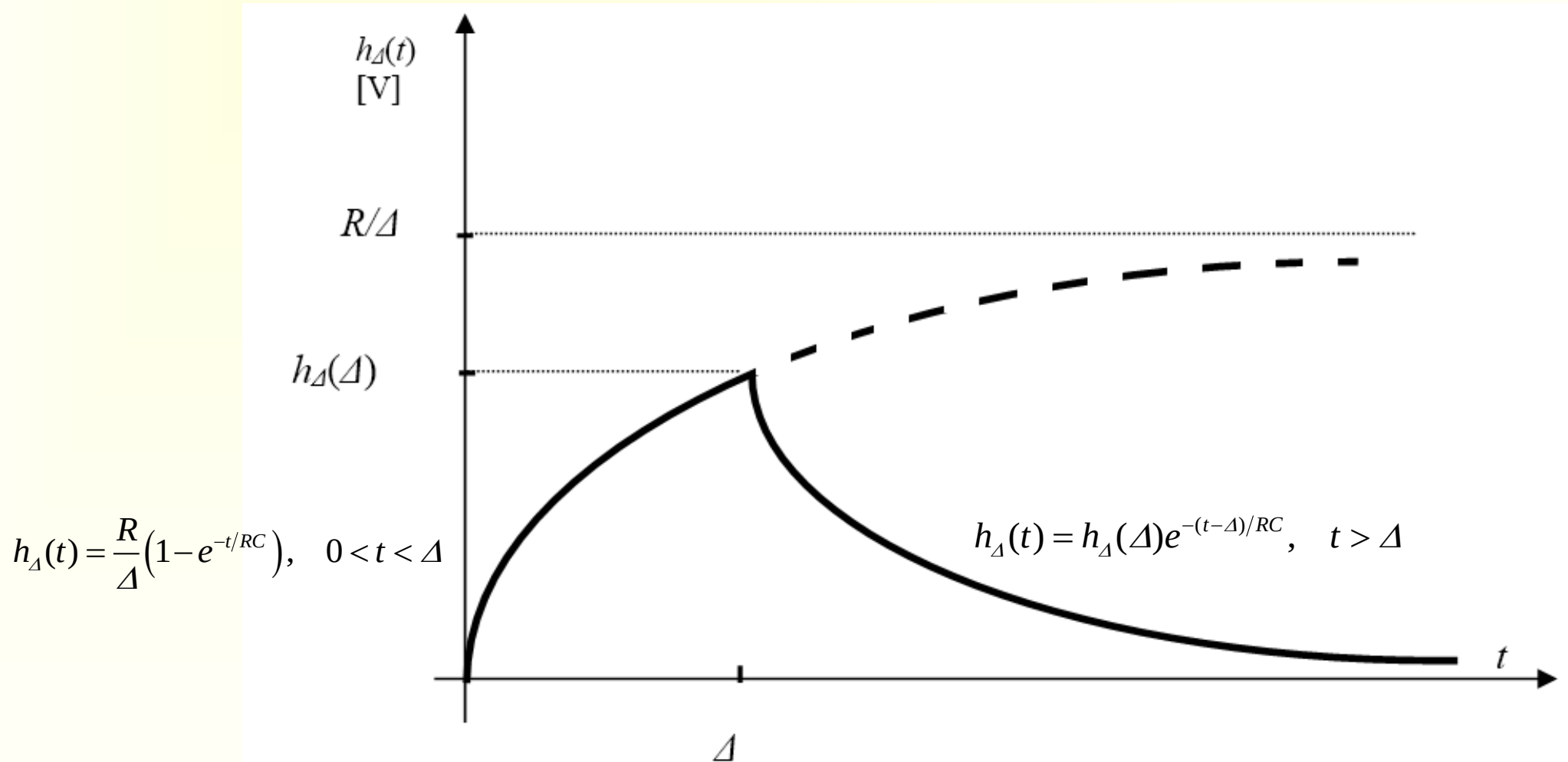
- Οι λύσεις είναι αντίστοιχα

$$h_{\Delta}(t) = \frac{R}{\Delta} \left(1 - e^{-t/RC} \right), \quad 0 < t < \Delta$$

$$h_{\Delta}(t) = h_{\Delta}(\Delta) e^{-(t-\Delta)/RC}, \quad t > \Delta$$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ — ΜΕΘΟΔΟΣ 1

- ΜΕΘΟΔΟΣ 1: Η προσέγγιση του μηχανικού



- Τώρα, θα αφήσουμε το Δ να πάει στο 0

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 1

- ΜΕΘΟΔΟΣ 1: Η προσέγγιση του μηχανικού
- Για να καταλάβουμε τι θα συμβεί καθώς το $\Delta \rightarrow 0$, χρησιμοποιούμε το ανάπτυγμα

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} \dots$$

- και υπολογίζουμε

$$h_{\Delta}(t) = \frac{1}{C} \frac{t}{\Delta} + \left(-\frac{t^2}{2! RC^2 \Delta} \right) + \dots$$

$$h_{\Delta}(\Delta) = \frac{R}{\Delta} \left[\frac{\Delta}{RC} - \frac{1}{2!} \left(\frac{\Delta}{RC} \right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{\Delta}{RC} \right)^3 \pm \dots \right] = \frac{1}{C} \left[1 - \frac{1}{2!} \frac{\Delta}{RC} + \frac{1}{3!} \left(\frac{\Delta}{RC} \right)^2 \pm \dots \right]$$

- Τα παραπάνω μάς πληροφορούν ότι:

1. Στο διάστημα $t \in (0, \Delta)$ η κλίση τής λύσης είναι $1/C\Delta$
2. Η τιμή $h_{\Delta}(\Delta)$ στο $\Delta = 0$ θα είναι $1/C$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 1

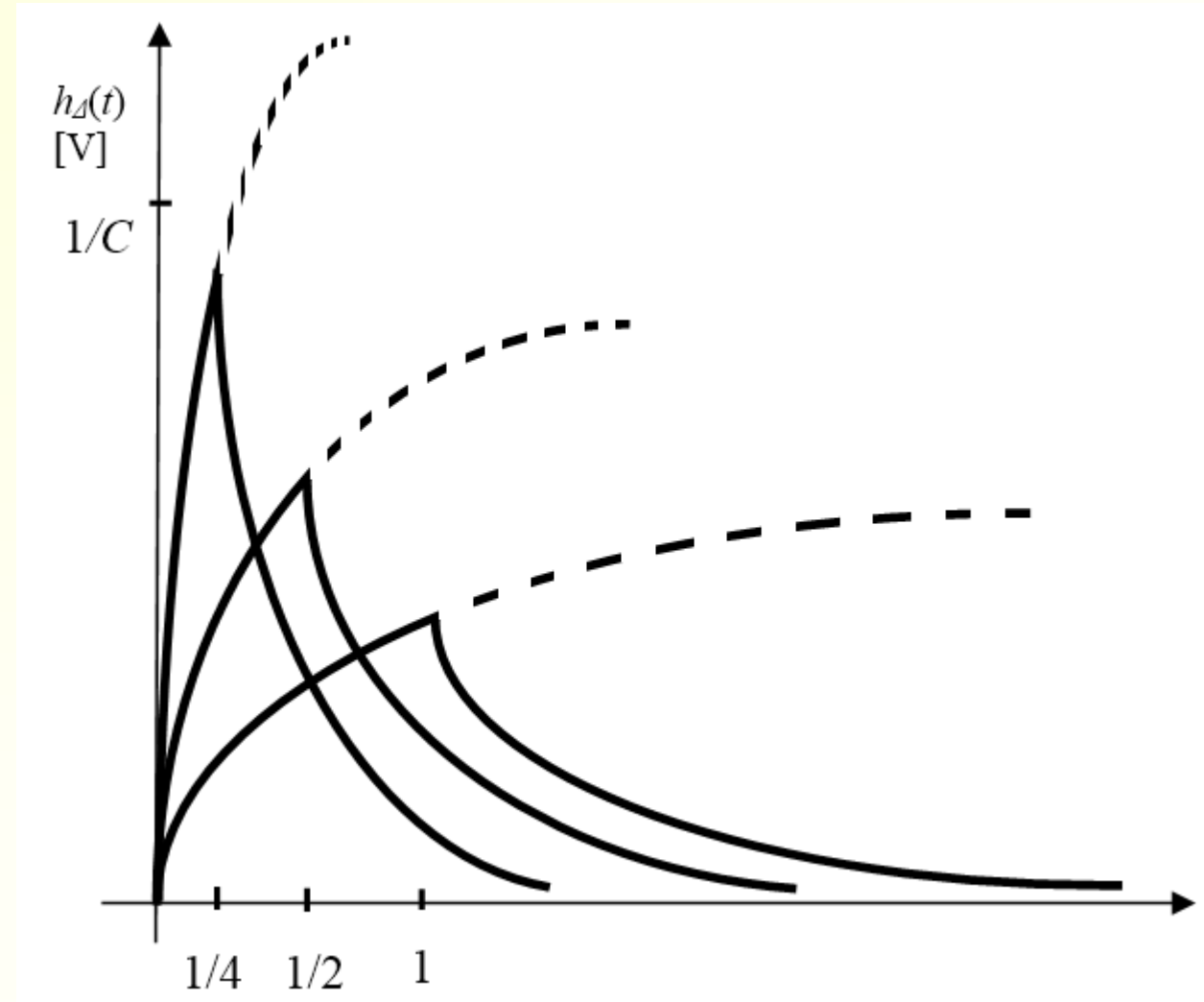
- ΜΕΘΟΔΟΣ 1: Η προσέγγιση του μηχανικού

- Η κλίση $1/C\Delta$ είναι πολύ μεγάλη αφού το Δ είναι πολύ μικρό και γίνεται μεγαλύτερη καθώς $\Delta \rightarrow 0$

- Στο όριο η h_Δ πηδά από το 0 στο $1/C$ όταν $t = 0$

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} h_\Delta(\Delta) = \frac{1}{C}$$

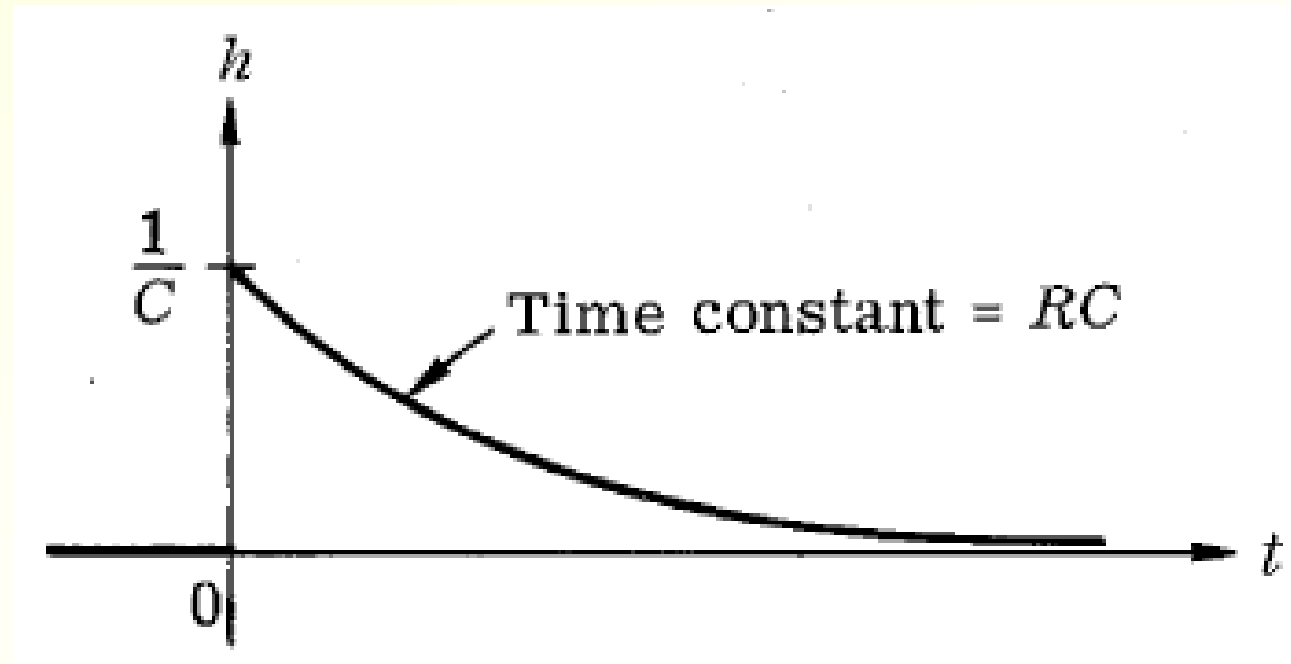
$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} h_\Delta(t) = \frac{1}{C} e^{-t/RC}$$



ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 1

- ΜΕΘΟΔΟΣ 1: Η προσέγγιση του μηχανικού
- ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΤΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RC

$$h(t) = u(t) \frac{1}{C} e^{-t/RC}, \quad \forall t$$



ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 2

- **ΜΕΘΟΔΟΣ 2:** Απευθείας χρήση τής διαφορικής εξίσωσης
- Με είσοδο την κρουστική, η απόκριση δίνεται από τη διαφορική εξίσωση
$$C \frac{dv}{dt} + Gv = \delta(t), \quad v(0^-) = 0$$
- Παρατηρούμε ότι η διέγερση $\delta(t)$ σημαίνει ότι υπάρχει μια απείρως μεγάλη είσοδος στον χρόνο $t = 0$ ενώ από τον χρόνο $t = 0^+$ **δεν υπάρχει καθόλου είσοδος, δηλαδή ΑΜΔ!**
- **Συμπεραίνουμε** ότι το μόνο που χρειάζεται να υπολογίσουμε είναι η αρχική κατάσταση που δημιουργείται με τη στιγμιαία εφαρμογή τής $\delta(t)$ στον χρόνο $t = 0$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 2

- ΜΕΘΟΔΟΣ 2: Απευθείας χρήση της διαφορικής εξίσωσης
- Οι τεχνικές λεπτομέρειες της απόδειξης βρίσκονται [εδώ](#) οπότε είναι καλύτερο να δούμε εδώ πώς μπορεί να υπολογιστεί η άγνωστη αρχική κατάσταση $v(0^+)$
- Για να ανακαλύψουμε τι συνέβη στον χρόνο $t = 0$, δηλαδή στη μοναδική χρονική στιγμή που υπάρχει δραστηριότητα στην είσοδο, απλά ολοκληρώνουμε τη διαφορική εξίσωση από το $t = 0^-$ έως το $t = 0^+$

$$C \frac{dv}{dt} + Gv = \delta(t) \Rightarrow \int_{0^-}^{0^+} \left(C \frac{dv}{dt} + Gv \right) dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt \Rightarrow$$

ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ: Το ρεύμα ΔΕΝ είναι φραγμένο (περιέχει τη δ) οπότε η τάση τού πυκνωτή ΔΕΝ είναι συνεχής συνάρτηση

$$C \left[v(0^+) - v(0^-) \right] + G \int_{0^-}^{0^+} v(t) dt = 1 \Rightarrow Cv(0^+) + 0 = 1 \Rightarrow v(0^+) = \frac{1}{C}$$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 2

- **ΜΕΘΟΔΟΣ 2:** Απευθείας χρήση τής διαφορικής εξίσωσης
- **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ:** Η κρουστική απόκριση $h(t)$ ενός γραμμικού, χρονικά αμετάβλητου κυκλώματος δίνεται από τη λύση τής διαφορικής εξίσωσης

$$C \frac{dv}{dt} + Gv = 0, \quad v(0) = \frac{1}{C}$$

- Τελικά, για το κύκλωμα RC:

$$h(t) = u(t) \frac{1}{C} e^{-t/RC}, \quad \forall t$$

- **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ ΠΡΑΚΤΙΚΟ:** Η κρουστική απόκριση **ενός γραμμικού, χρονικά αμετάβλητου κυκλώματος** μπορεί να προσδιοριστεί μέσω της ΑΜΔ σε μια αρχική κατάσταση που υπολογίζεται ολοκληρώνοντας τη διαφορική εξίσωση από το $t = 0^-$ έως το $t = 0^+$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 3

- **ΜΕΘΟΔΟΣ 3:** Χρήση βασικών ιδιοτήτων
- **ΠΡΟΤΑΣΗ:** *Η απόκριση μηδενικής κατάστασης ενός γραμμικού χρονικά αμετάβλητου κυκλώματος σε κρουστική διέγερση είναι η παράγωγος ως προς τον χρόνο της απόκρισής του σε βηματική διέγερση*
- Για την απόδειξη της πρότασης θα στηριχθούμε σε **τρεις πολύ σημαντικές βασικές ιδιότητες** των γραμμικών, χρονικά αμετάβλητων κυκλωμάτων που αφορούν την απόκρισή τους σε μηδενική κατάσταση και που αναφέρουμε εδώ συνοπτικά:

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 3

- ΜΕΘΟΔΟΣ 3: Χρήση βασικών ιδιοτήτων

1. **Γραμμικότητα ως προς την είσοδο:** Η απόκριση έχει την ιδιότητα της προσθετικότητας και της ομογένειας ως προς την είσοδο
2. **Επαλληλία (ή υπέρθεση):** Η απόκριση σε διεγέρσεις που εφαρμόζονται ταυτόχρονα είναι το άθροισμα των επιμέρους αποκρίσεων σε κάθε διέγερση αν αυτή ενεργούσε μόνη της ξεχωριστά από τις υπόλοιπες
 - ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ (1) + (2): $f(ax_1 + bx_2) = af(x_1) + bf(x_2), \forall a, b \in \mathbb{R}$
3. **Αναλλοίωτο σε χρονική μετατόπιση:** Ας υποθέσουμε ότι το κύκλωμά μας έχει μια συγκεκριμένη απόκριση μηδενικής κατάστασης σε μια διέγερση. Αν τώρα εφαρμόσουμε στο κύκλωμά μας αυτή τη διέγερση όχι σε χρόνο $t = 0$ αλλά με μια χρονική καθυστέρηση T , τότε η απόκριση θα είναι ταυτόσημη με την αρχική αλλά η απόκριση αυτή θα εμφανισθεί ακριβώς μετά από χρόνο T , δηλαδή όταν $t = T$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 3

- ΜΕΘΟΔΟΣ 3: Χρήση βασικών ιδιοτήτων

- Συμβολίζουμε με $\mathbf{Z}(x(.))$ την απόκριση του κυκλώματος σε είσοδο $x(.)$

- Προσεγγίζουμε και πάλι τη δ με παλμική $p_{\Delta}(t) = \frac{1}{\Delta} [u(t) - u(t - \Delta)]$

- Τότε:

- από τον ορισμό του παλμού: $h_{\Delta} = \mathbf{Z}(p_{\Delta}) = \mathbf{Z}\left(\frac{1}{\Delta}u(t) - \frac{1}{\Delta}u(t - \Delta)\right)$
- από την επαλληλία: $= \mathbf{Z}\left(\frac{1}{\Delta}u(t)\right) - \mathbf{Z}\left(\frac{1}{\Delta}u(t - \Delta)\right)$
- από τη γραμμικότητα: $= \frac{1}{\Delta} \mathbf{Z}(u(t)) - \frac{1}{\Delta} \mathbf{Z}(u(t - \Delta))$
- από το αναλλοίωτο χρονικής μετατόπισης: $= \frac{1}{\Delta} s(t) - \frac{1}{\Delta} s(t - \Delta) = \frac{s(t) - s(t - \Delta)}{\Delta}$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 3

- **ΜΕΘΟΔΟΣ 3:** Χρήση βασικών ιδιοτήτων
- και αφήνοντας το Δ να πάει προς το 0, έχουμε ότι

$$h(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} h_{\Delta} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{s(t) - s(t - \Delta)}{\Delta} = \frac{ds(t)}{dt}$$

- **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ:**

Η απόκριση μηδενικής κατάστασης ενός γραμμικού χρονικά αμετάβλητου κυκλώματος σε κρουστική διέγερση είναι η παράγωγος ως προς τον χρόνο της απόκρισής του σε βηματική διέγερση

ΚΥΚΛΩΜΑ RC ΜΕ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ—ΜΕΘΟΔΟΣ 3

- **ΜΕΘΟΔΟΣ 3:** Χρήση βασικών ιδιοτήτων
- Και για του λόγου το αμφαλές:

$$s(t) = u(t) R (1 - e^{-t/RC}), \quad h(t) = \frac{ds(t)}{dt}$$

$\Rightarrow$

$$h(t) = \frac{du(t)}{dt} R (1 - e^{-t/RC}) + u(t) \frac{d}{dt} [R (1 - e^{-t/RC})]$$

ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ:

$$\delta(t) f(t)'' = f(0)$$

$$= \delta(t) R (1 - e^{-t/RC}) + u(t) \frac{1}{C} e^{-t/RC}$$

$$= 0 + \frac{1}{C} u(t) e^{-t/RC} = \frac{1}{C} u(t) e^{-t/RC}$$

ΚΥΚΛΩΜΑ RC

- Για να εκτιμηθεί περισσότερο η πολυπλοκότητα του θέματος:

RC: Όσα δεν είπαμε ([.pdf: 300KB](#))

- Και εντελώς προαιρετικά:

Κύκλωμα ημιανόρθωσης ([.pdf: 210KB](#))