

ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ

ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ I ΚΑΙ II

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ I

- Από το πραγματικό κύκλωμα στο μοντέλο
- Μαθηματική μοντελοποίηση
- Η θεωρία κυκλωμάτων είναι ειδική περίπτωση της θεωρίας του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου και της θεωρίας συστημάτων
- Προσέγγιση βασισμένη στη θεωρία συστημάτων



ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ II

- **Συγκεντρωμένα κυκλώματα**

(μικρό μέγεθος σε σχέση με το ελάχιστο μήκος κύματος, δηλ. τη μέγιστη συχνότητα λειτουργίας)

- Κλάδοι – Κόμβοι
- Βασικές έννοιες: **ρεύμα, τάση, ισχύς**
- Διεύθυνση αναφοράς
- Σύμβαση για την ισχύ
- **Η πλήρης ανάλυση ενός κυκλώματος συνίσταται στον προσδιορισμό όλων των τάσεων κλάδων και ρευμάτων κλάδων**

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

- Γραμμικά
- Μη γραμμικά
- Χρονικά αμετάβλητα
- Χρονικά μεταβαλλόμενα

$\Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow$ **Γραμμικά, χρονικά αμετάβλητα**

NOMOI KIRCHHOFF

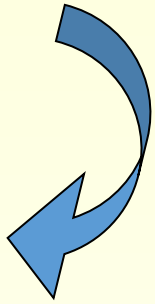
- **Νόμος ρευμάτων του Kirchhoff (KCL)**

Για οποιοδήποτε συγκεντρωμένο κύκλωμα, για οποιονδήποτε από τους κόμβους του, σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, το αλγεβρικό άθροισμα όλων των ρευμάτων κλάδου σε ένα κόμβο είναι μηδέν

- **Νόμος τάσεων του Kirchhoff (KVL)**

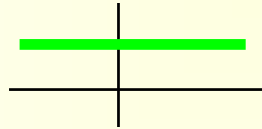
Για οποιοδήποτε συγκεντρωμένο κύκλωμα, για οποιονδήποτε από τους βρόχους του, σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, το αλγεβρικό άθροισμα όλων των τάσεων κλάδου σε ένα βρόχο είναι μηδέν

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

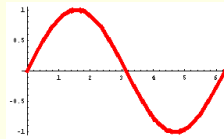
- Πραγματικά στοιχεία
 - Ιδανικά στοιχεία
 - Αντιστάτες
 - + Αντιστάσεις
 - + Πηγές τάσης (ανεξάρτητες, εξαρτημένες)
 - + Πηγές ρεύματος (ανεξάρτητες, εξαρτημένες)
 - Πυκνωτές
 - Επαγωγοί (αυτεπαγωγή, αμοιβαία επαγωγή)
- 
- Μοντελοποίηση

ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΕΣ

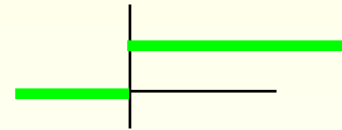
- Σταθερή



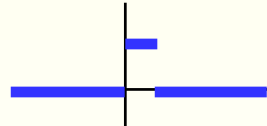
- Ημιτονοειδής



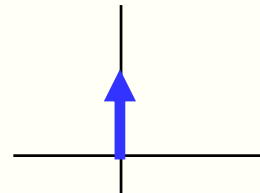
- Μοναδιαία βηματική



- Παλμός

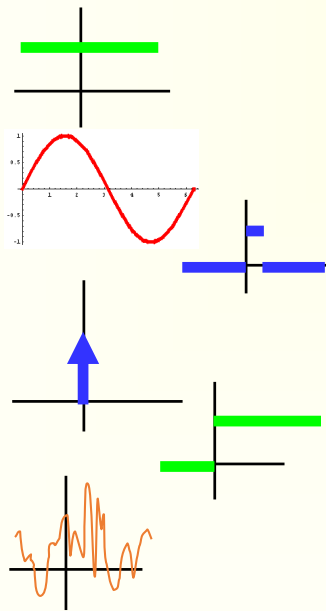


- Μοναδιαία κρουστική



ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

**Προσδιορισμός της εξόδου (απόκρισης)
για συγκεκριμένη είσοδο (διέγερση)**



Είσοδος



Συνδυασμοί
από R, L, C

Έξοδος



ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

«ΕΡΓΑΛΕΙΑ»

- Απλοποιήσεις ομοειδών στοιχείων
- Διαιρέτης τάσης
- Διαιρέτης ρεύματος
- Γέφυρα Wheatstone
- Μετασχηματισμός αστέρα-τρίγωνου (Δ - Y)
- Μετασχηματισμοί πηγών
- Ισοδύναμο Thevenin-Norton
- Υπέρθεση



ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

- Μέθοδος κομβικών τάσεων
- Μέθοδος βροχικών (διανοιγματικών) εντάσεων
- Προσεκτική προετοιμασία
 - επανασχεδιασμός του κυκλώματος, αν χρειάζεται
 - εκτίμηση αριθμού απαραίτητων εξισώσεων για την επίλυση
 - επιλογή μεθόδου

ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΜΕ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ ΑΠΟΘΗΚΕΥΟΥΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ:

- Απλά κυκλώματα με πηγές και ωμικές αντιστάσεις:

Η απόκριση είναι μοναδική, εμφανίζεται **στιγμιαία** («ταυτόχρονα» με την εφαρμογή τής εισόδου/διέγερσης) και υπολογίζεται εύκολα (αλγεβρικό γραμμικό σύστημα)

- Δυναμικά κυκλώματα με επί πλέον στοιχεία που αποθηκεύουν ενέργεια:

Η σχέση τάσης-ρεύματος είναι έμμεση ($q-v$, $\varphi-i$) και η απόκριση είναι πιο πολύπλοκη (απαιτούνται συνήθεις διαφορικές εξισώσεις)

ΑΠΟΚΡΙΣΕΙΣ

▶ Απόκριση μηδενικής διέγερσης (ΑΜΔ):

όταν το κύκλωμα δεν δέχεται καμία διέγερση (είσοδο)

[οφείλεται αποκλειστικά στις αρχικές συνθήκες] λύση ομογενούς διαφ. εξίσωσης

▶ Απόκριση μηδενικής κατάστασης (ΑΜΚ):

απόκριση σε διέγερση όταν το κύκλωμα βρίσκεται αρχικά σε ηρεμία

[οφείλεται αποκλειστικά στην είσοδο, αρχικές συνθήκες μηδέν]

λύση ομογενούς διαφ. εξίσωσης με μηδενικές αρχικές συνθήκες + μερική λύση

▶ Πλήρης απόκριση (ΑΜΔ + ΑΜΚ):

μεταβατική απόκριση



φυσική δυναμική + επίδραση εισόδου

(από αποθηκευμένη ενέργεια)

λύση διαφορικής εξίσωσης

+

μόνιμη απόκριση



+

επίδραση εισόδου

... ΑΠΟΚΡΙΣΕΙΣ

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ (γραμμικά κυκλώματα)

- Η απόκριση μηδενικής διέγερσης είναι γραμμική συνάρτηση της αρχικής κατάστασης
- Η απόκριση μηδενικής κατάστασης είναι γραμμική συνάρτηση της κυματομορφής διέγερσης
- Πλήρης απόκριση: Άθροισμα της απόκρισης μηδενικής διέγερσης και της απόκρισης μηδενικής κατάστασης

... ΑΠΟΚΡΙΣΕΙΣ

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ (γραμμικά + χρονικά αμετάβλητα κυκλώματα)

- Η απόκριση μηδενικής κατάστασης για μετατοπισμένη διέγερση είναι ίση με τη μετατόπιση της απόκρισης μηδενικής κατάστασης για κανονική διέγερση
- Η απόκριση σε κρουστική διέγερση είναι η παράγωγος της απόκρισης σε βηματική διέγερση:

$$h(t) = ds(t)/dt$$

ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΧΡΟΝΙΚΑ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ RC, RL ΚΑΙ RLC

- Αποκρίσεις κυκλωμάτων 1^{ης} τάξης (RC και RL) σε βασικές κυματομορφές
- Αποκρίσεις κυκλωμάτων RLC και 2^{ης} τάξης σε βασικές κυματομορφές

ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΧΡΟΝΙΚΑ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ

- Τελεστές δεκτικότητας και εμπέδησης
- Μέθοδος κομβικών τάσεων
- Μέθοδος βροχικών εντάσεων

- **Απόκριση σε γενική είσοδο**

- Ολοκλήρωμα συνέλιξης

$$v(t) = \int_0^t h(t - \tau) i_s(\tau) d\tau$$

- h : κρουστική απόκριση

ΜΟΝΙΜΗ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ (ΜΗΚ)

- Για ασυμπτωτικά ευσταθή, γραμμικά, χρονικά αμετάβλητα κυκλώματα, η απόκριση στη Μόνιμη Ημιτονοειδή Κατάσταση (ΜΗΚ) είναι η απόκριση σε μια **ημιτονοειδή είσοδο** καθώς ο χρόνος τείνει στο άπειρο, δηλ. στη **μόνιμη κατάσταση**
- Η απόκριση στη ΜΗΚ είναι ανεξάρτητη από την αρχική κατάσταση του κυκλώματος (οι αρχικές συνθήκες έχουν «ξεχαστεί»)
- Η απόκριση στη ΜΗΚ έχει ίδια συχνότητα με τη διεγείρουσα ημιτονοειδή
- Η απόκριση στη ΜΗΚ υπολογίζεται εύκολα με την **τεχνική των φασόρων** (που ορίζουν άμεσα τη μερική λύση της αντίστοιχης διαφορικής εξίσωσης)

ΜΟΝΙΜΗ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

- Σχέση-κλειδί (Μετασχηματισμός στο πεδίο συχνότητας):

$$\mathbf{A} = A_m e^{j\varphi}$$

Φάσορας

$$\text{Re}[\mathbf{A}e^{j\omega t}] = A_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Στρεφόμενο διάνυσμα

- Θεώρημα-κλειδί:

Το αλγεβρικό άθροισμα οποιουδήποτε αριθμού ημιτονοειδών της ίδιας γωνιακής συχνότητας και οποιουδήποτε αριθμού παραγώγων τους οποιασδήποτε τάξης, είναι επίσης ημιτονοειδής της ίδιας γωνιακής συχνότητας

ΜΗΚ: ΕΜΠΕΔΗΣΗ ΚΑΙ ΔΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

- Χαρακτηρισμός και αναπαράσταση στοιχείων στη μόνιμη ημιτονοειδή κατάσταση
- **ΕΜΠΕΔΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ**: ο λόγος του φάσора της τάσης εξόδου προς τον φάσора του ρεύματος εισόδου

$$\mathbf{V} = \{R, j\omega L, 1/j\omega C\} \mathbf{I}$$

- **ΔΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ**: ο λόγος του φάσора του ρεύματος εξόδου προς τον φάσора της τάσης εισόδου

$$\mathbf{I} = \{G, 1/j\omega L, j\omega C\} \mathbf{V}$$

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΣΤΗ ΜΗΚ

 (Απλοποιήσεις) +

- Μέθοδος κομβικών τάσεων στη ΜΗΚ
- Μέθοδος βροχικών εντάσεων στη ΜΗΚ
- **Συνάρτηση δικτύου** (συνάρτηση μεταφοράς):
 - Ο λόγος τού φάσορα εξόδου προς τον φάσορα εισόδου
- Συντονισμός
- Απόκριση συχνότητας (εύρος ζώνης, dB, φίλτρα)

- Ισχύει η αρχή της επαλληλίας για συνδυασμό διεγέρσεων με διαφορετικές συχνότητες

ΠΙΝΑΚΑΣ-

ΣΤΟΙΧΕΙΟ	ΓΕΝΙΚΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ		ΜΟΝΙΜΗ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗ	
R	$v = Ri$	$i = Gv$	$V = RI$	$I = GV$
L	$v = L \frac{di}{dt}$	$i = I_0 + \frac{1}{L} \int_0^t v d\tau$	$V = j\omega LI$	$I = \frac{-j}{L\omega} V$
	$v = L \mathbf{D}i$	$i = I_0 + \frac{1}{L \mathbf{D}} v$		
C	$v = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau$	$i = C \frac{dv}{dt}$	$V = \frac{-j}{C\omega} I$	$I = j\omega CV$
	$v = V_0 + \frac{1}{C \mathbf{D}} i$	$i = C \mathbf{D}v$		

ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΕΠΑΓΩΓΗ

- Σύζευξη πηνίων (αυτεπαγωγή και αμοιβαία επαγωγή)
- Σύμβαση της τελείας
- Τελείες και ρεύματα επιτρέπουν την ανάλυση
- Συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής
- Συντελεστής μαγνητικής σύζευξης
- **Μετασχηματιστές**
 - Ιδανικοί
 - **Με τέλεια σύζευξη**
 - Μη ιδανικοί
 - Πραγματικοί
 - Αυτομετασχηματιστής
 - Ρεύματος
- Ισοδύναμο αστέρα
- Ανάκλαση στο πρωτεύον

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ LAPLACE

1. Τα **μαθηματικά** τού μετασχηματισμού Laplace:
Ορισμός—Ιδιότητες—Θεωρήματα—Ανάλυση σε απλά κλάσματα
2. Χρησιμοποιήσαμε τον μετασχηματισμό Laplace για να ορίσουμε μια **νέα αναπαράσταση των ηλεκτρικών στοιχείων** (γενικευμένη σύνθετη αντίσταση: R , sL , $1/sC$)
3. Διαπιστώσαμε ότι μπορούμε να επιλύσουμε οποιοδήποτε κύκλωμα στο πεδίο συχνότητας χρησιμοποιώντας τις ήδη γνωστές τεχνικές (ΚΤ, ΒΕ, κλπ.)

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ LAPLACE—ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

$$S = \sigma + j\omega$$

ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗ ΣΥΝΘΕΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

ΕΠΙΛΥΣΗ

- ΜL στοιχείων και διεγέρσεων
- Κομβικές Τάσεις
ή Βροχικές Εντάσεις
- Λύση συστήματος
- Αντίστροφος ΜL

ΣΥΝΕΛΙΞΗ: Ολοκλήρωμα και θεώρημα

ΑΝΑΛΥΣΗ

- Συναρτήσεις κυκλώματος: (μηδενικές αρχικές συνθήκες)
 - ☐ Γενικευμένη σύνθετη αντίσταση θύρας
 - ☐ Γενικευμένη σύνθετη αγωγιμότητα θύρας
 - ☐ Γενικευμένη σύνθετη αντίσταση μεταφοράς από i σε j
 - ☐ Γενικευμένη σύνθετη αγωγιμότητα μεταφοράς από i σε j
 - ☐ Συνάρτηση μεταφοράς τάσης
 - ☐ Συνάρτηση μεταφοράς ρεύματος

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ LAPLACE—ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

$$s = \sigma + j\omega$$

ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΗ ΣΥΝΘΕΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

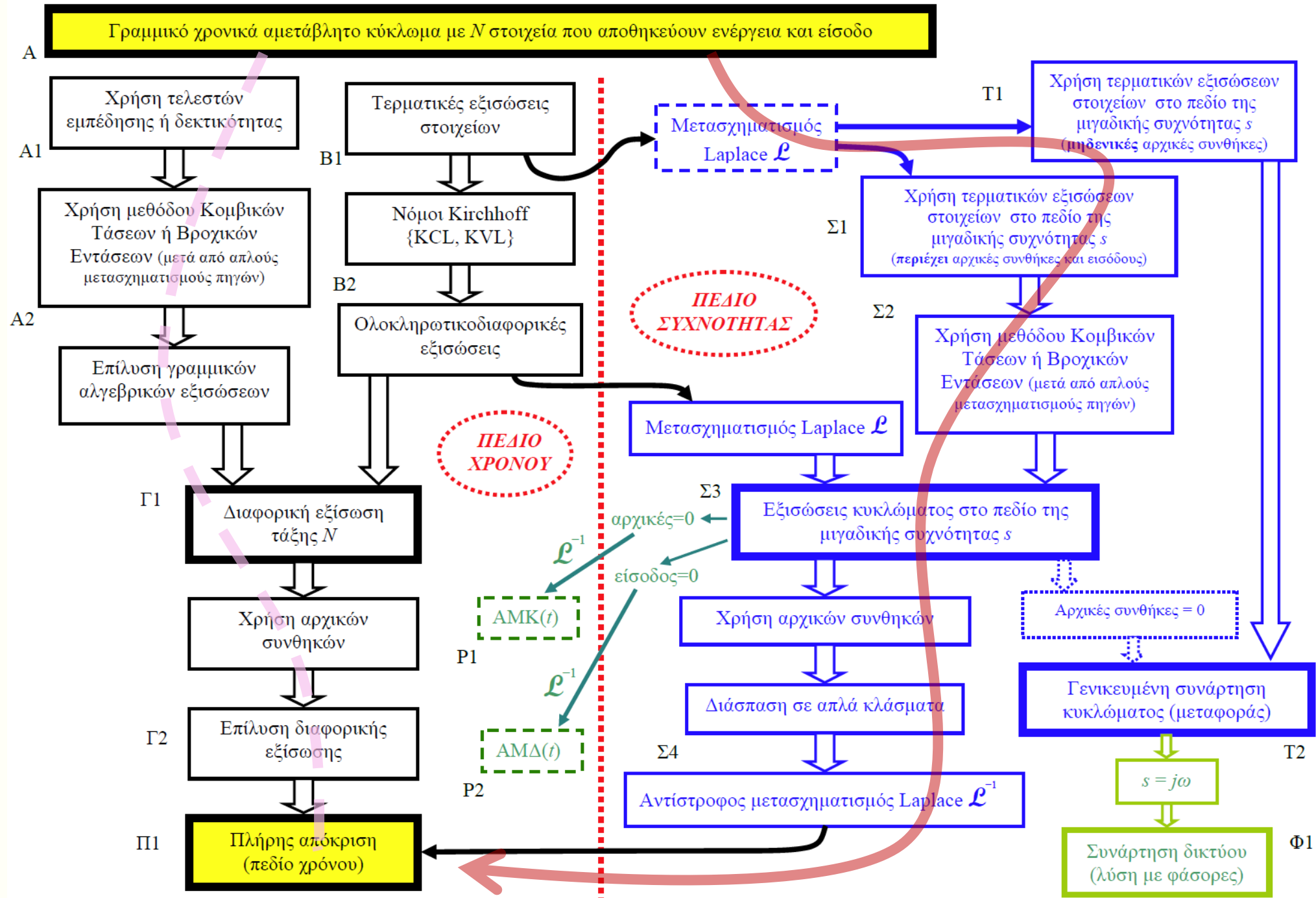


- Πιο γρήγορος
- Πιο αποτελεσματικός
- Για οποιαδήποτε διέγερση



- Μόνο γραμμικά, χρονικά αμετάβλητα κυκλώματα

ROADMAP



ΔΙΘΥΡΑ—ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ

- Απαντήσαμε στην ερώτηση «Γιατί δίθυρα;»
- Ορισμός και περιορισμοί/απαιτήσεις
- Έξι σύνολα παραμέτρων: $\{z, \gamma, h, g, T, t\}$
 - Όλες οι παράμετροι έχουν φυσική ερμηνεία
- Ισοδυναμία μεταξύ συνόλων παραμέτρων (πίνακας)
 - Όμως κάποια σύνολα πιθανόν να μην υπάρχουν
- Ιδιότητες διθύρων: Αμοιβαιότητα, Συμμετρία
- Τερματισμένα δίθυρα (βασικά χαρακτηριστικά, πίνακας)
- Διασυνδέσεις (αλυσίδα, σειρά, παράλληλα, σειρά-παράλληλα, παράλληλα-σειρά)
- Έλεγχοι Brune

ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ

ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ—ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ

