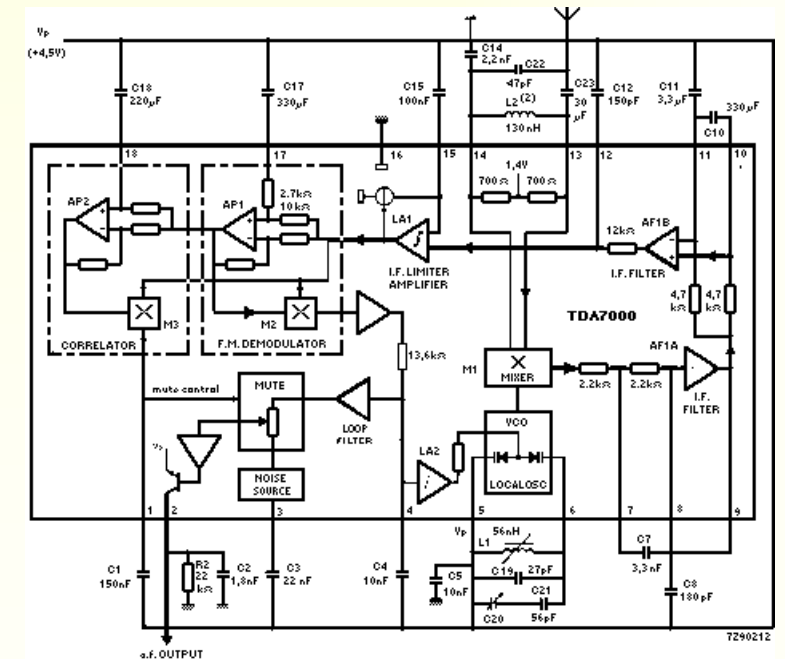
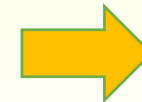
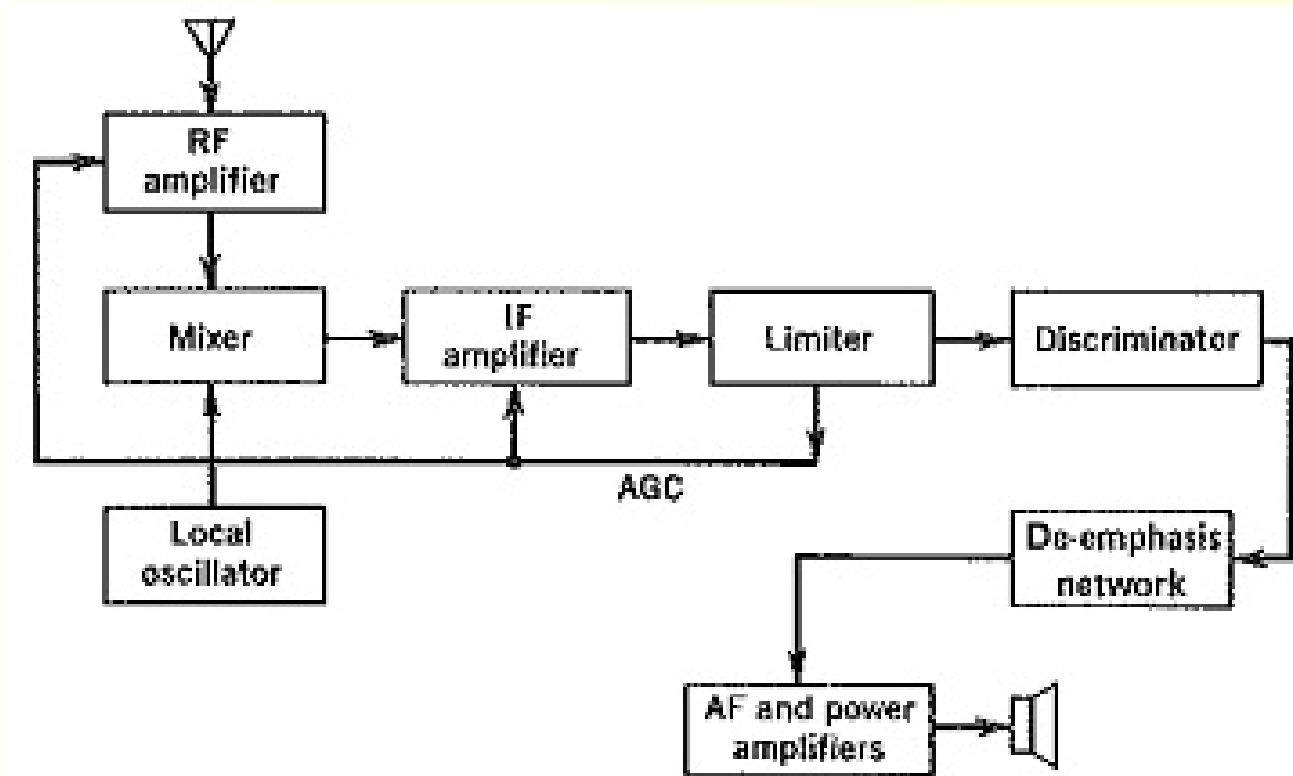


ΔΙΘΥΡΑ
(ΤΕΤΡΑΠΟΛΑ)

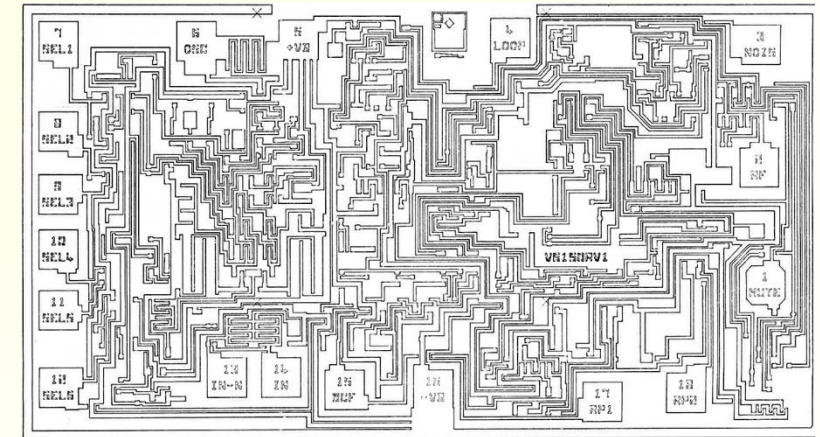
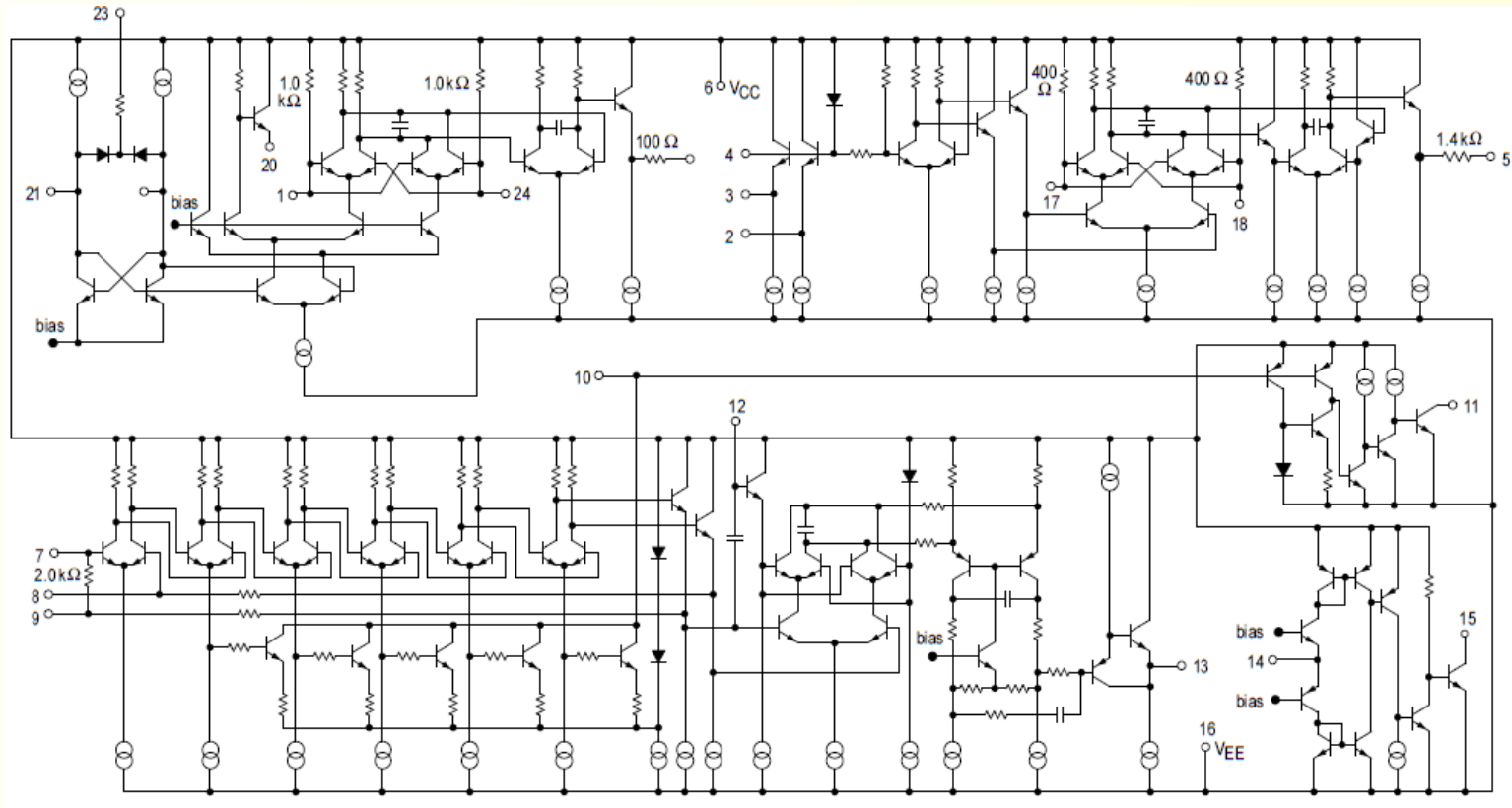
Η ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

- Τα ηλεκτρικά συστήματα διαμορφώνονται σε αλληλοσυνδεόμενα υποσυστήματα (βαθμίδες)
- Π.χ., η αρχιτεκτονική ενός δέκτη:



Η ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

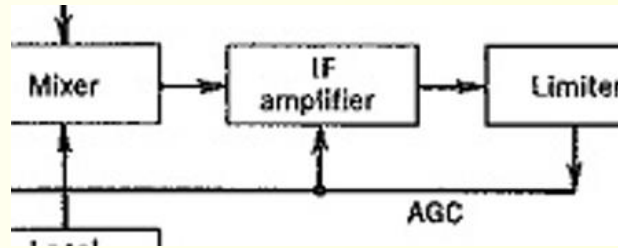
- Σε πλήρη ανάπτυξη:



- Υλοποίηση:



ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΒΑΘΜΙΔΩΝ



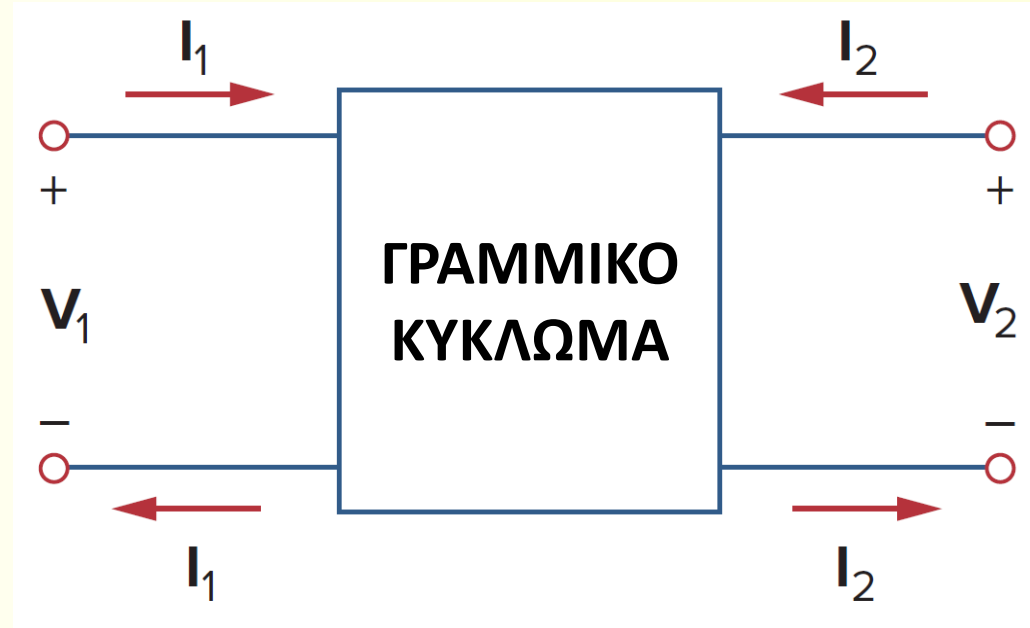
- Για κάθε βαθμίδα απαιτείται μια μινιμαλιστική περιγραφή που:
 - (1) θα ενσωματώνει τα βασικά χαρακτηριστικά
 - (2) θα επιτρέπει εύκολους υπολογισμούς για συνδυασμούς βαθμίδων
- Γίνεται έτσι δυνατό να περιγράψουμε πολύπλοκα κυκλώματα με τον ίδιο μινιμαλιστικό τρόπο
- (Παρόμοια προσέγγιση με το «μαύρο κουτί»)

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΒΑΘΜΙΔΩΝ

- Η ελάχιστη περιγραφή που χρησιμοποιούμε συνίσταται στο να χαρακτηρίσουμε τη μια θύρα σαν **είσοδο** («1») και την άλλη σαν **έξοδο** («2»)
- Ο συνοπτικός **ποσοτικός** χαρακτηρισμός κάθε βαθμίδας είναι:
 - (1) Η τάση και το ρεύμα στην είσοδο και
 - (2) Η τάση και το ρεύμα στην έξοδο
- Για πιο αποτελεσματική περιγραφή και χειρισμό, έχουν τεθεί και κάποιοι κανόνες
- Η κάθε βαθμίδα έχει γίνει έτσι ένα **δίθυρο** (two-port) ή **τετράπολο** (quadripole, four-terminal)

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΒΑΘΜΙΔΩΝ

ΕΙΣΟΔΟΣ



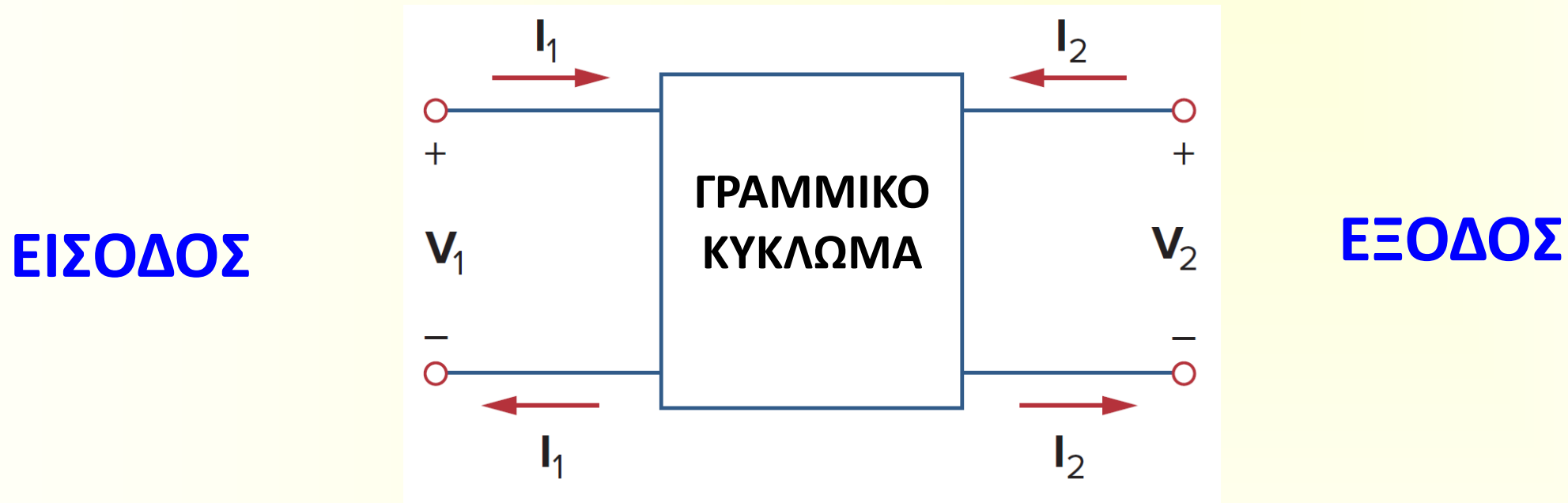
ΠΡΟΣΟΧΗ:

Το ρεύμα εξόδου I_2 **ΠΑΝΤΑ** εισέρχεται στο δίθυρο

ΕΞΟΔΟΣ

- Η βάση περιγραφής τού διθύρου είναι τα μεγέθη: $\{V_1, I_1, V_2, I_2\}$
- Η περιγραφή τού διθύρου θα βασίζεται στις σχέσεις μεταξύ των V_1 , I_1 , V_2 και I_2 (θα απαιτηθούν 4 παράμετροι)
- Όλη η ανάπτυξη του θέματος θα γίνει στο πεδίο τής συχνότητας και για Μόνιμη Ημιτονοειδή Κατάσταση—ΜΗΚ (για απλότητα)
- Ωστόσο, ότι αναφερθεί ισχύει και γενικότερα (πεδίο χρόνου και Laplace)

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΒΑΘΜΙΔΩΝ

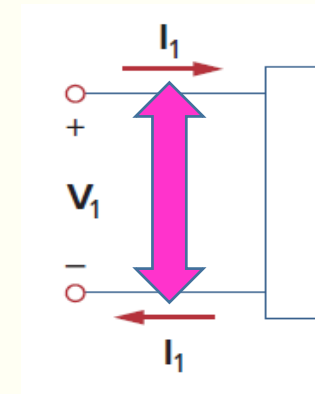
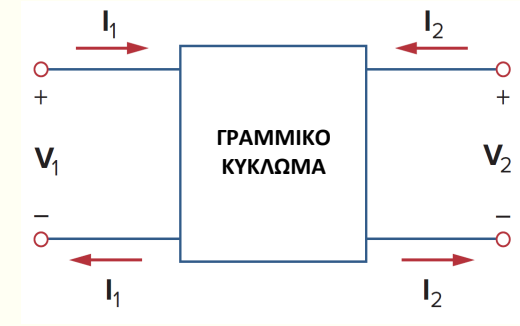


- Η περιγραφή με τις 4 παραμέτρους ισχύει και για βαθμίδες με άγνωστο περιεχόμενο!
- Οι παράμετροι προσδιορίζονται μέσω μετρήσεων

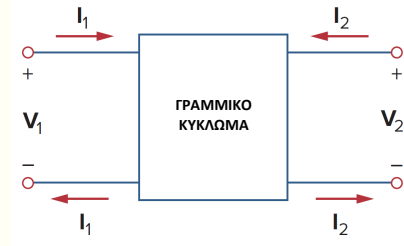
ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΒΑΘΜΙΔΩΝ—ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

1. Δεν υπάρχουν ανεξάρτητες πηγές στο κύκλωμα—
μπορούν όμως να υπάρχουν εξαρτημένες πηγές
2. Δεν υπάρχει αποθηκευμένη ενέργεια στο κύκλωμα
(= μηδενικές αρχικές συνθήκες, απόρροια και του προηγούμενου περιορισμού)
3. Σε κάθε θύρα, το ρεύμα εισόδου ισούται με το
ρεύμα εξόδου από την ίδια θύρα
4. Δεν υπάρχει (απευθείας ή εξωτερική) σύνδεση
μεταξύ τής θύρας εισόδου και τής θύρας εξόδου
(δηλαδή, όχι ανάδραση)
5. Πηγές συνδέονται μόνο στην είσοδο (και τυχόν φορτία
στην έξοδο)



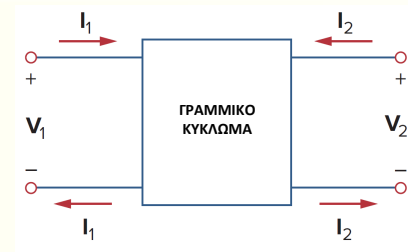
ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΒΑΘΜΙΔΩΝ—ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ



ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ—«Πηγές συνδέονται μόνο στην είσοδο»:

- Αναφέρεται στη σημαντικότετη διαφορά μεταξύ της «θεώρησης κυκλώματος» και της «θεώρησης συστήματος»
- **«Θεώρηση Κυκλώματος»:** Ο σχεδιαστής μιας βαθμίδας/μονάδας εξετάζει όλες τις λεπτομέρειες του κυκλώματος σε βάθος και κάνει πλήρη ανάλυση
- **«Θεώρηση Συστήματος»:** Ο χρήστης της βαθμίδας χρειάζεται μόνο μια συνοπτική περιγραφή της για να την εντάξει στο γενικότερο πλαίσιο/σύστημα που εξετάζει

ΔΙΘΥΡΟ—ΒΑΣΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ

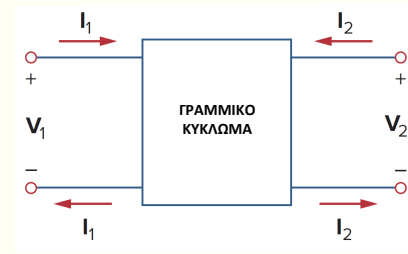


- Για την περιγραφή τού διθύρου απαιτούνται τα μεγέθη:
 $\{V_1, I_1, V_2, I_2\}$
- Υποθέτουμε για ευκολία ότι είναι φάσορες
- Για να θεμελιώσουμε σχέσεις μεταξύ των 4 μεγεθών, μπορούμε να χαρακτηρίσουμε τα δυο μεγέθη σαν ανεξάρτητα και τα άλλα δυο σαν εξαρτημένα
- Για παράδειγμα, αν θεωρήσουμε τα ρεύματα I_1 και I_2 σαν ανεξάρτητες μεταβλητές, τότε οι τάσεις V_1 και V_2 θα είναι οι εξαρτημένες μεταβλητές και θα έχουμε κάτι σαν:

$$V_1 = f_1(I_1, I_2, t)$$

$$V_2 = f_2(I_1, I_2, t)$$

ΔΙΘΥΡΟ—ΒΑΣΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ



- Εφόσον τα μεγέθη είναι 4, μπορούμε να έχουμε 6 συνδυασμούς: $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$
- Αν υπολογίσουμε και τη γραμμικότητα, κάθε συνδυασμός θα καταλήξει σε 4 παραμέτρους που συνδέουν τις ανεξάρτητες και τις εξαρτημένες μεταβλητές, π.χ.

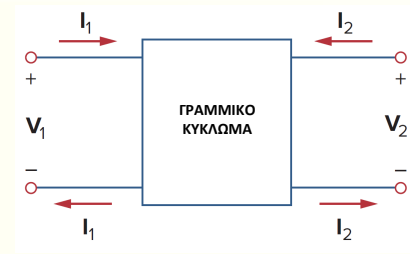
$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2$$

- Ορισμένοι συνδυασμοί έχουν και άμεση πρακτική σημασία γιατί συνδέονται με τη συμπεριφορά σύνθετων στοιχείων

ΔΙΘΥΡΟ—ΟΙ 6 ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ

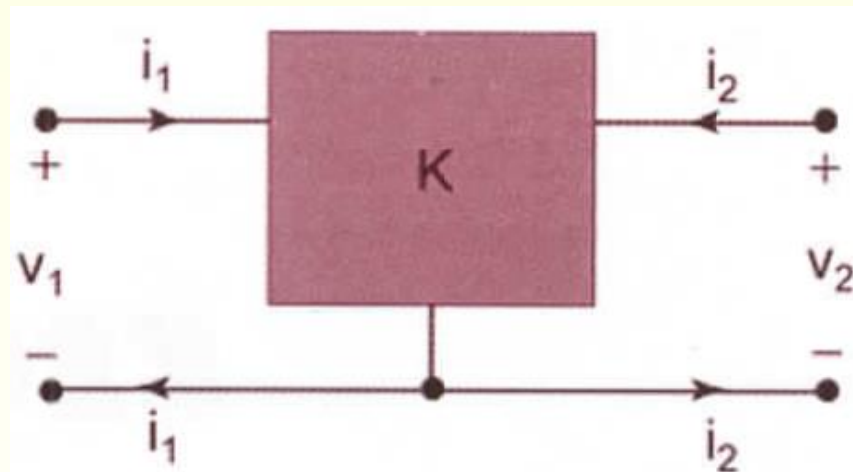
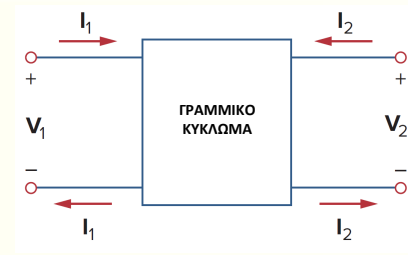
- Οι 6 συνδυασμοί, δηλ. σύνολα παραμέτρων, είναι:



Ανεξάρτητες μεταβλητές	Εξαρτημένες μεταβλητές	Τύποι παραμέτρων
V_1, V_2	I_1, I_2	Σύνθετες αγωγιμότητες βραχυκυκλώματος y – παράμετροι
I_1, I_2	V_1, V_2	Σύνθετες αντιστάσεις ανοικτού κυκλώματος z – παράμετροι
I_1, V_2	V_1, I_2	Υβριδικές παράμετροι h – παράμετροι
V_1, I_2	I_1, V_2	Αντίστροφες υβριδικές παράμετροι g – παράμετροι
V_2, I_2	V_1, I_1	Παράμετροι μεταφοράς T – παράμετροι
V_1, I_1	V_2, I_2	Αντίστροφες παράμετροι μεταφοράς t – παράμετροι

ΔΙΘΥΡΟ—ΟΙ 6 ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ

- Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε όλους τους συνδυασμούς
- Θα συναντήσουμε επίσης και το **κύκλωμα τριών ακροδεκτών** (ή «τρίπολο») όπου οι δυο θύρες έχουν κοινό ακροδέκτη (αρκετά συνηθισμένο στην πράξη)



- Στο κύκλωμα τριών ακροδεκτών προφανώς ικανοποιείται πάντα ο περιορισμός (3) ότι σε κάθε θύρα, το ρεύμα εισόδου ισούται με το ρεύμα εξόδου από την ίδια θύρα

ΔΙΘΥΡΑ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z —ΟΡΙΣΜΟΣ

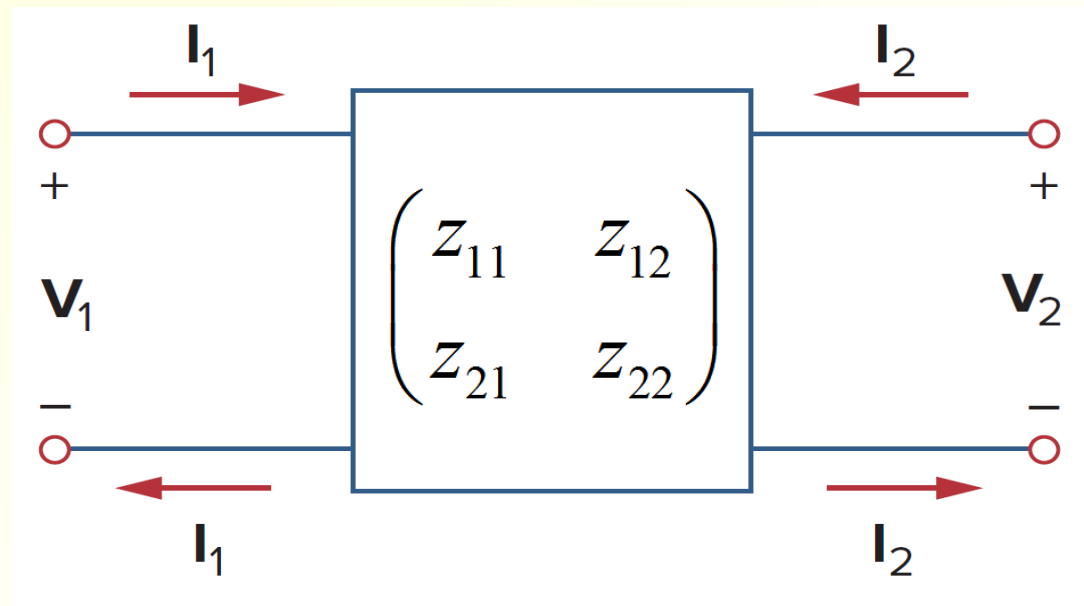
- Επιλέγουμε για ανεξάρτητες μεταβλητές τα ρεύματα I_1 και I_2
- Τότε, οι εξαρτημένες μεταβλητές είναι οι τάσεις V_1 και V_2 , που γράφονται:

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z} \mathbf{I}$$



ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z : Σύνθετες αντιστάσεις ανοικτού κυκλώματος

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z —ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

- Ο υπολογισμός των παραμέτρων z γίνεται με βάση τον ορισμό:

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}0$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}0$$

$$V_1 = z_{11}0 + z_{12}I_2$$

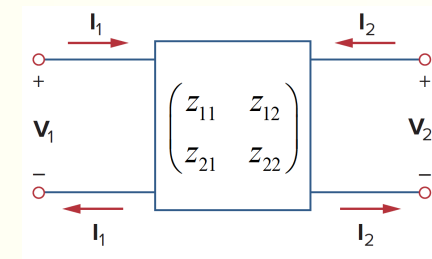
$$V_2 = z_{21}0 + z_{22}I_2$$

$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

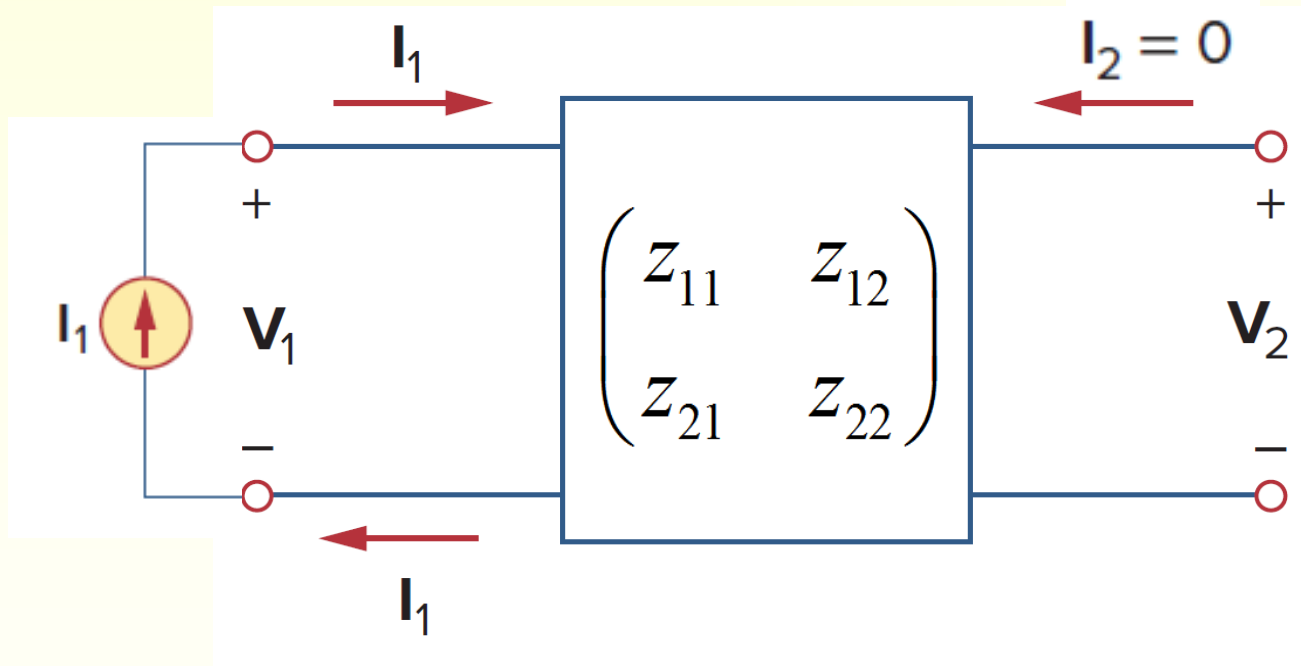
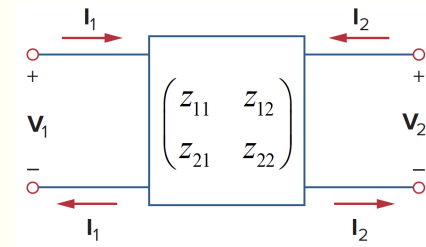
$$z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$



- **Δυο ανεξάρτητα κυκλωματικά προβλήματα!**
- Ο μηδενισμός των ρευμάτων δικαιολογεί την ονομασία «ανοικτού κυκλώματος»
- Οι υπολογισμοί μπορεί να είναι απλοί ή να απαιτήσουν τη χρήση κάποιας γενικής τεχνικής (BE ή KT)

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z —ΦΥΣΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

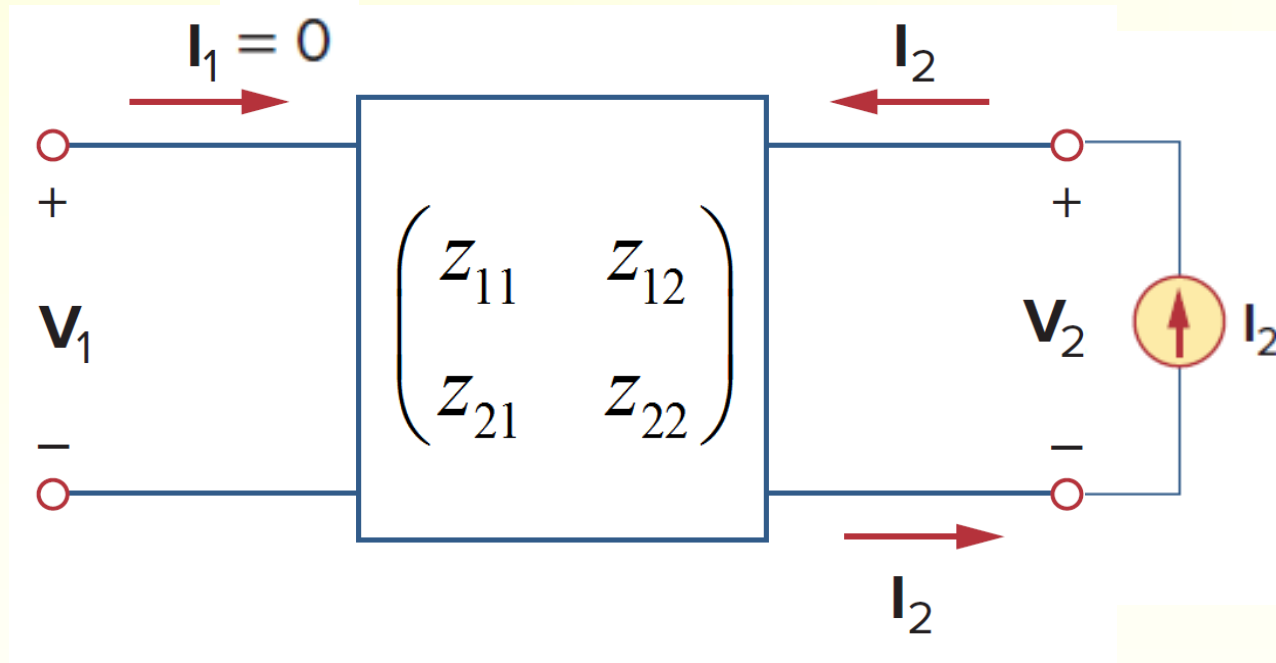
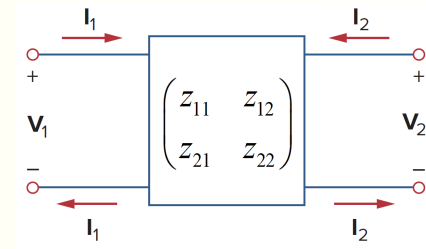
- $I_2 = 0$ σημαίνει ανοικτό κύκλωμα
- Συνδέουμε στο κύκλωμα μια αυθαίρετη πηγή ρεύματος I_1 και υπολογίζουμε (ή μετράμε!) τις τάσεις V_1 και V_2



- και μετά εκτελούμε τις διαιρέσεις

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z —ΦΥΣΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

- $I_1 = 0$ σημαίνει ανοικτό κύκλωμα
- Συνδέουμε στο κύκλωμα μια αυθαίρετη πηγή ρεύματος I_2 και υπολογίζουμε (ή μετράμε!) τις τάσεις V_1 και V_2



- και μετά εκτελούμε τις διαιρέσεις

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΑΣΤΕΡΑΣ

- Θέτουμε $I_2 = 0$, οπότε

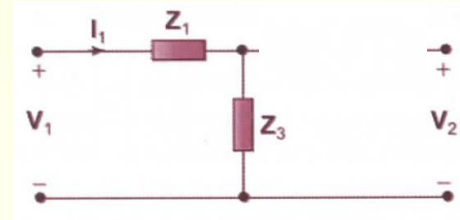
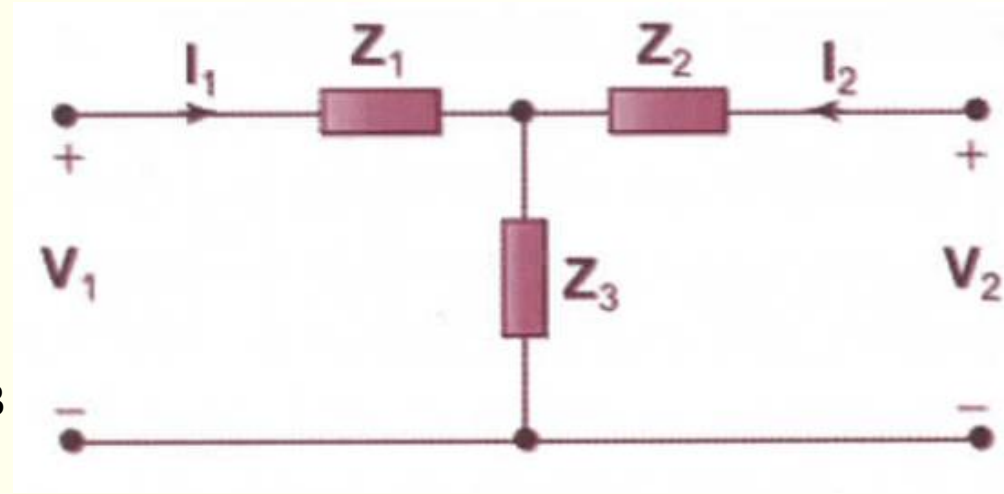
$$I_2 = 0 \Rightarrow V_1 = I_1 (Z_1 + Z_3) \Rightarrow z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = Z_1 + Z_3$$

$$I_2 = 0 \Rightarrow V_2 = I_1 Z_3 \Rightarrow z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = Z_3$$

- Τώρα θέτουμε $I_1 = 0$, οπότε

$$I_1 = 0 \Rightarrow V_2 = I_2 (Z_2 + Z_3) \Rightarrow z_{22} = \frac{V_2}{I_2} = Z_2 + Z_3$$

$$I_1 = 0 \Rightarrow V_1 = I_2 Z_3 \Rightarrow z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = Z_3$$

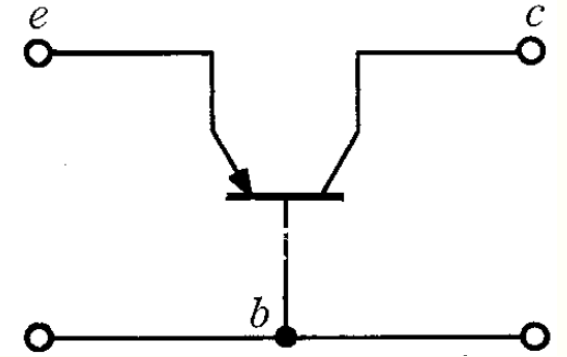
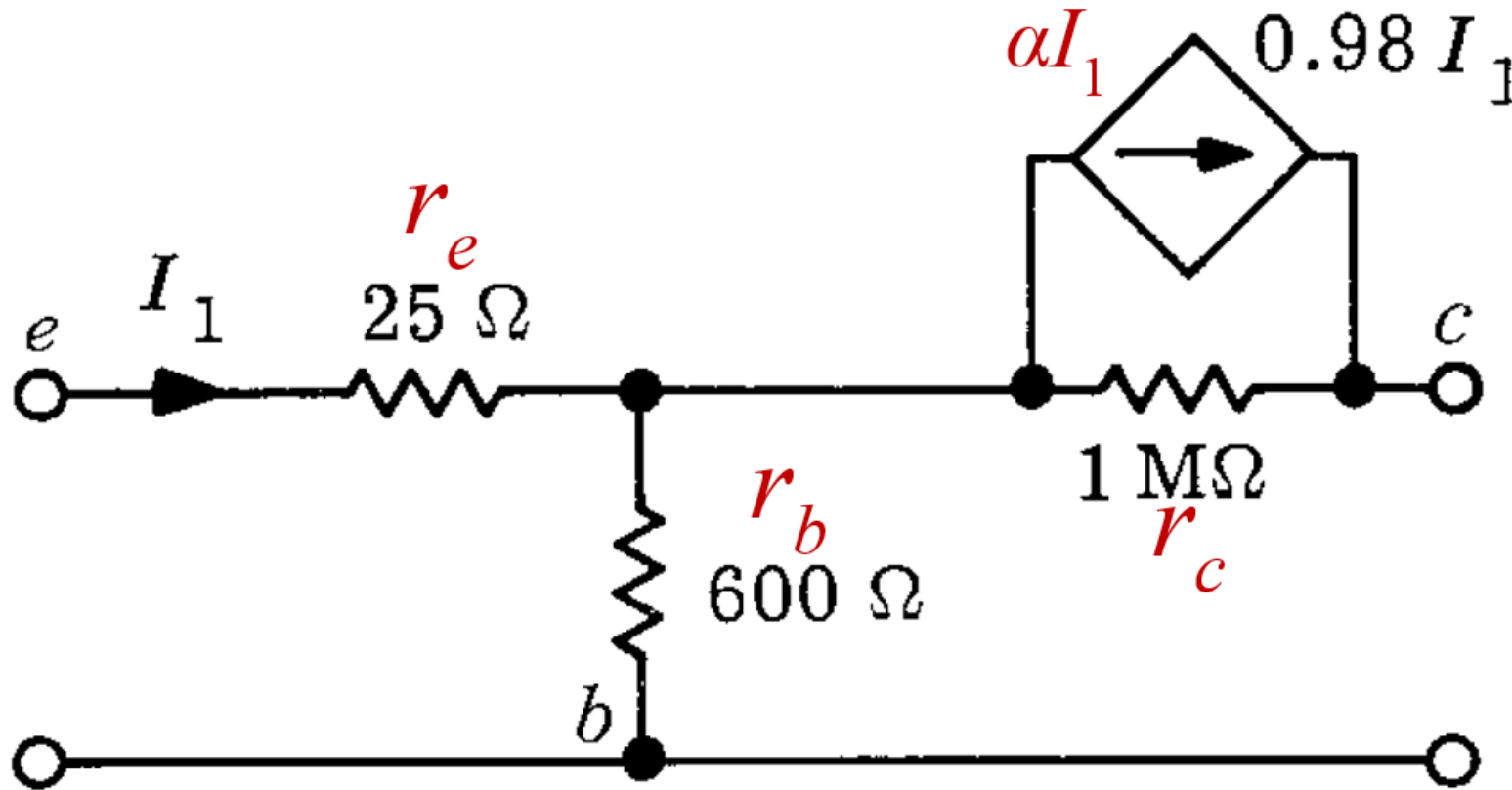


$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_1 + Z_3 & Z_3 \\ Z_3 & Z_2 + Z_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΤΡΑΝΖΙΣΤΟΡ

- Το μοντέλο είναι:



emitter—εκπομπός

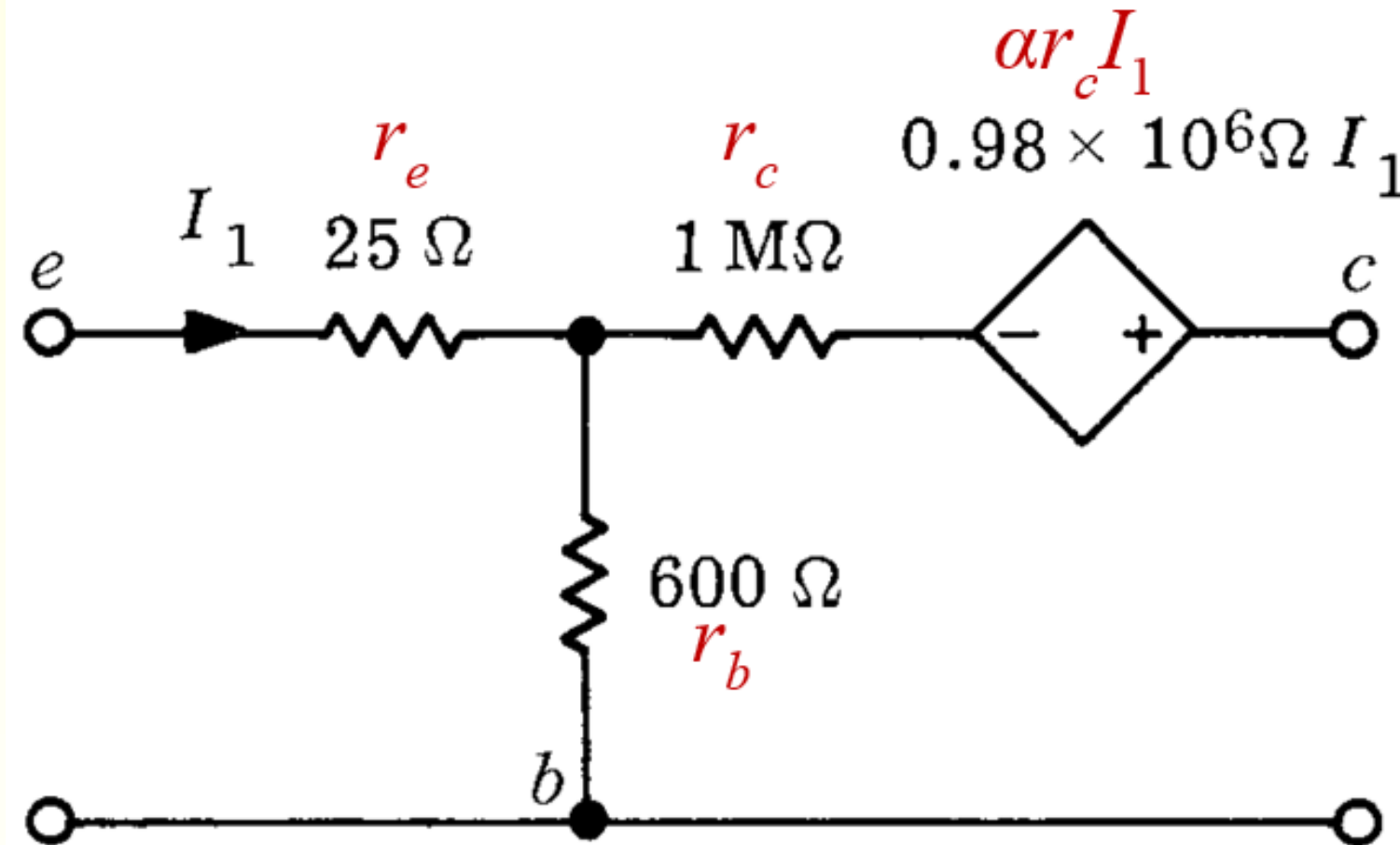
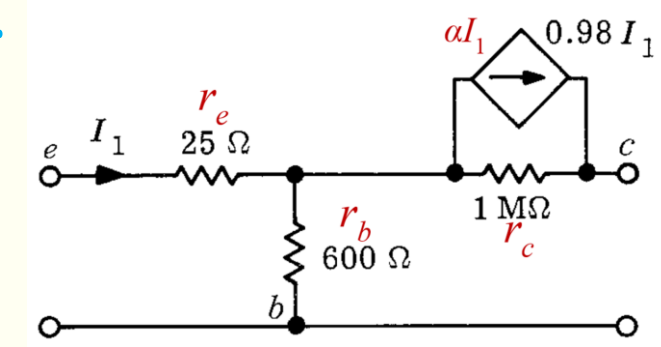
base—βάση

Collector—συλλέκτης

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΤΡΑΝΖΙΣΤΟΡ

- Διαφοροποιούμε ελαφρά το αρχικό μοντέλο:



ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΤΡΑΝΖΙΣΤΟΡ

- Θέτουμε $I_2 = 0$, οπότε

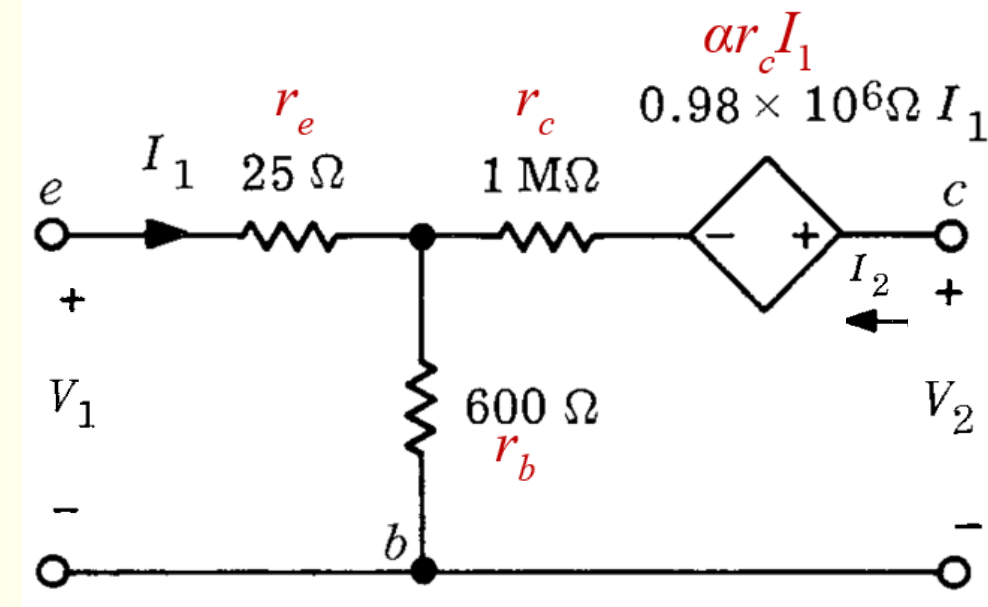
$$I_2 = 0 \Rightarrow V_1 = I_1 (r_e + r_b) \Rightarrow z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = r_e + r_b$$

$$I_2 = 0 \Rightarrow V_2 = I_1 r_b + \alpha r_c I_1 \Rightarrow z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = r_b + \alpha r_c$$

- Τώρα θέτουμε $I_1 = 0$, οπότε

$$I_1 = 0 \Rightarrow V_1 = I_2 r_b \Rightarrow z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = r_b$$

$$I_1 = 0 \Rightarrow V_2 = I_2 (r_b + r_c) \Rightarrow z_{22} = \frac{V_2}{I_2} = r_b + r_c$$

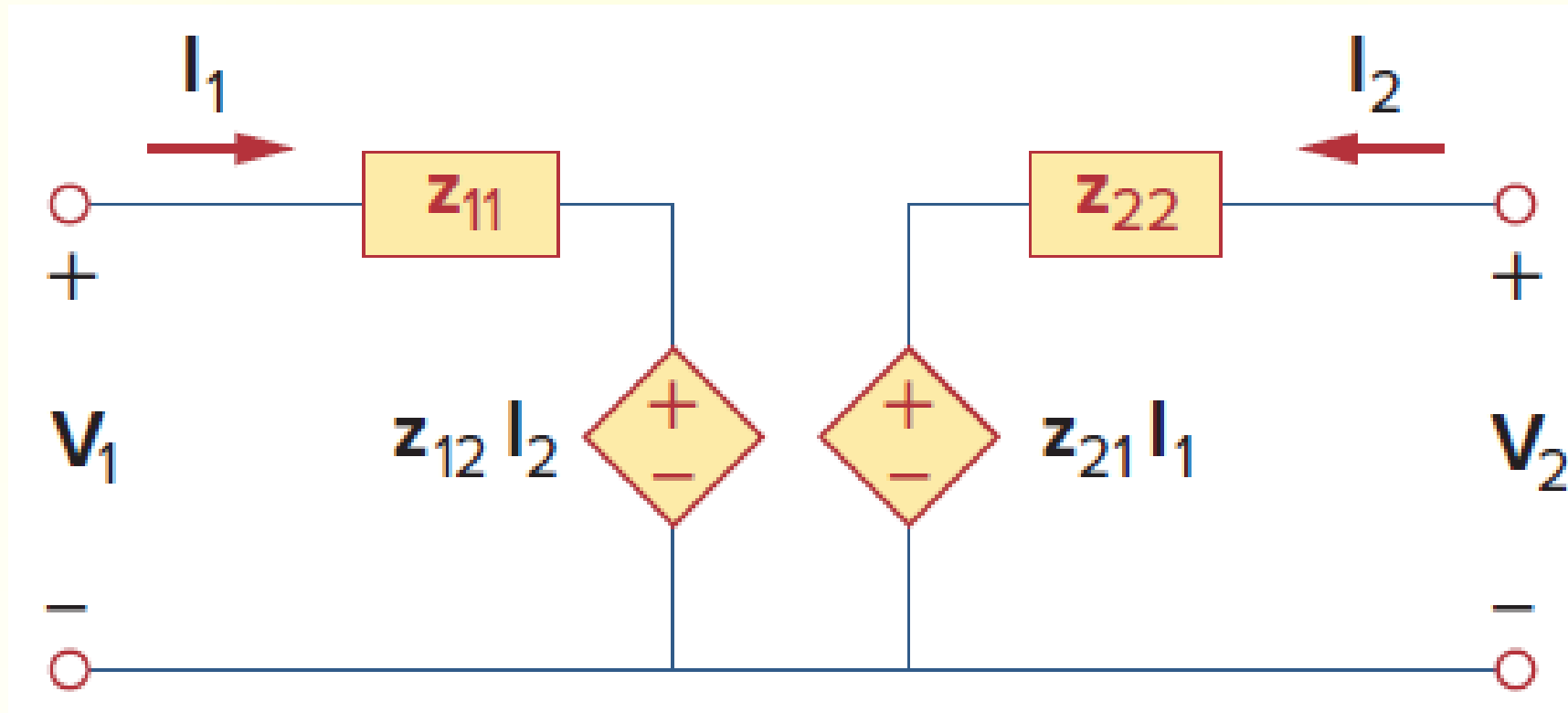
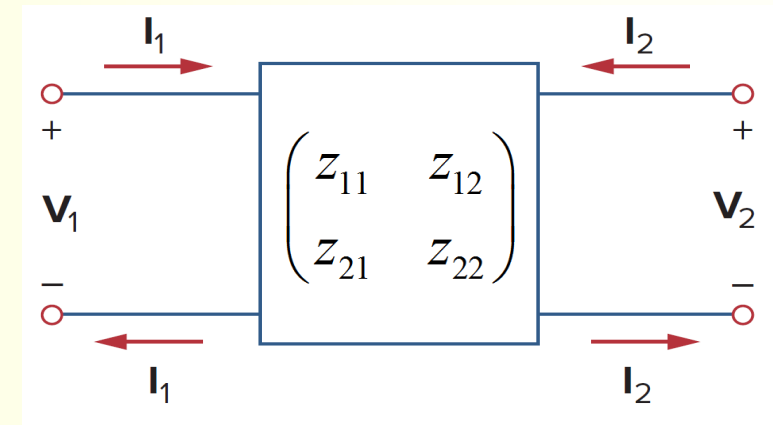


$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_e + r_b & r_b \\ r_b + \alpha r_c & r_b + r_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z

ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΑΠΟΨΗ

- Γενικό ισοδύναμο:



ΔΙΘΥΡΑ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ y

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ y —ΟΡΙΣΜΟΣ

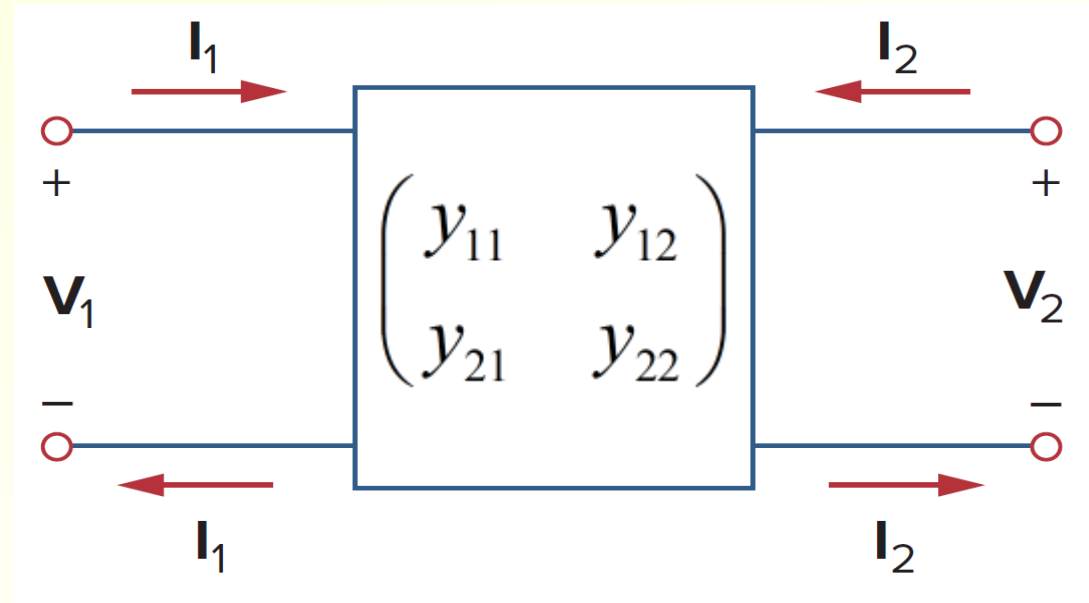
- Επιλέγουμε για ανεξάρτητες μεταβλητές τις τάσεις V_1 και V_2
- Τότε, οι εξαρτημένες μεταβλητές είναι τα ρεύματα I_1 και I_2 , που γράφονται:

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \mathbf{V}$$



ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ y : Σύνθετες αγωγιμότητες βραχυκυκλώματος

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ y —ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

- Ο υπολογισμός των παραμέτρων y γίνεται με βάση τον ορισμό:

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}0$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}0$$

$$I_1 = y_{11}0 + y_{12}V_2$$

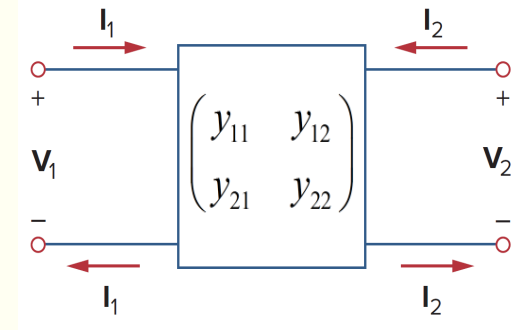
$$I_2 = y_{21}0 + y_{22}V_2$$

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$$

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

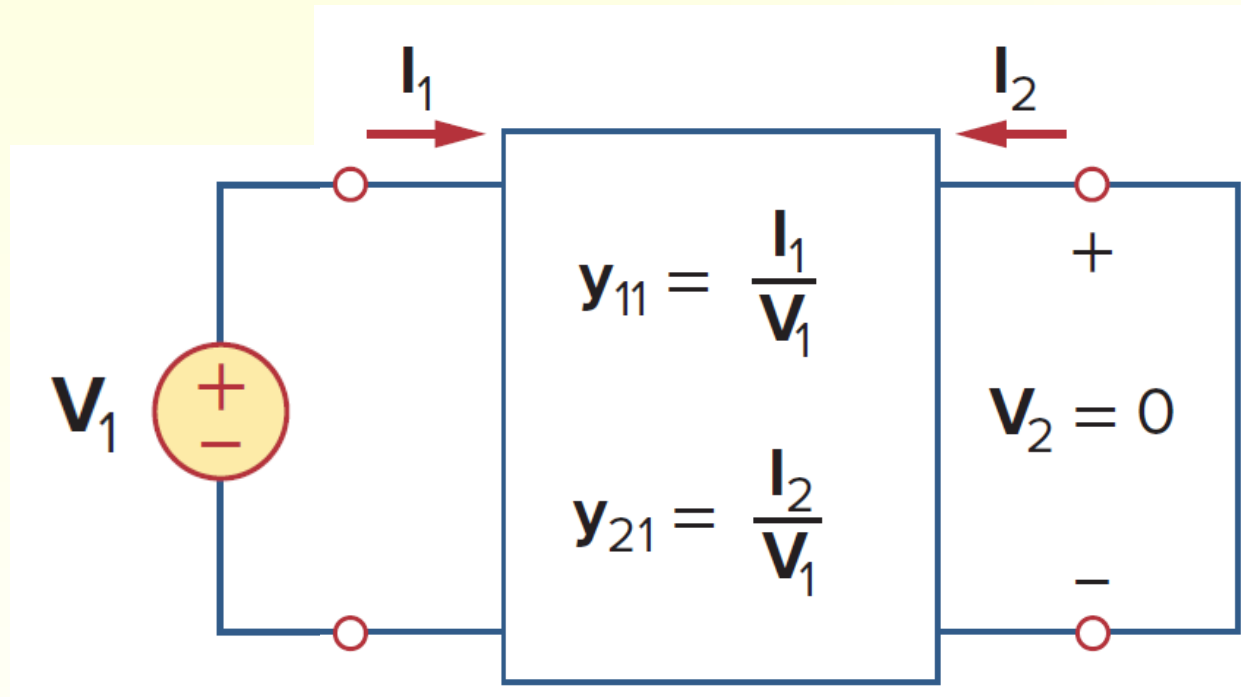
$$y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0}$$



- Δυο ανεξάρτητα κυκλωματικά προβλήματα!**
- Ο μηδενισμός των τάσεων δικαιολογεί την ονομασία «βραχυκυκλώματος»
- Οι υπολογισμοί μπορεί να είναι απλοί ή να απαιτήσουν τη χρήση κάποιας γενικής τεχνικής (BE ή KT)

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ y —ΦΥΣΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

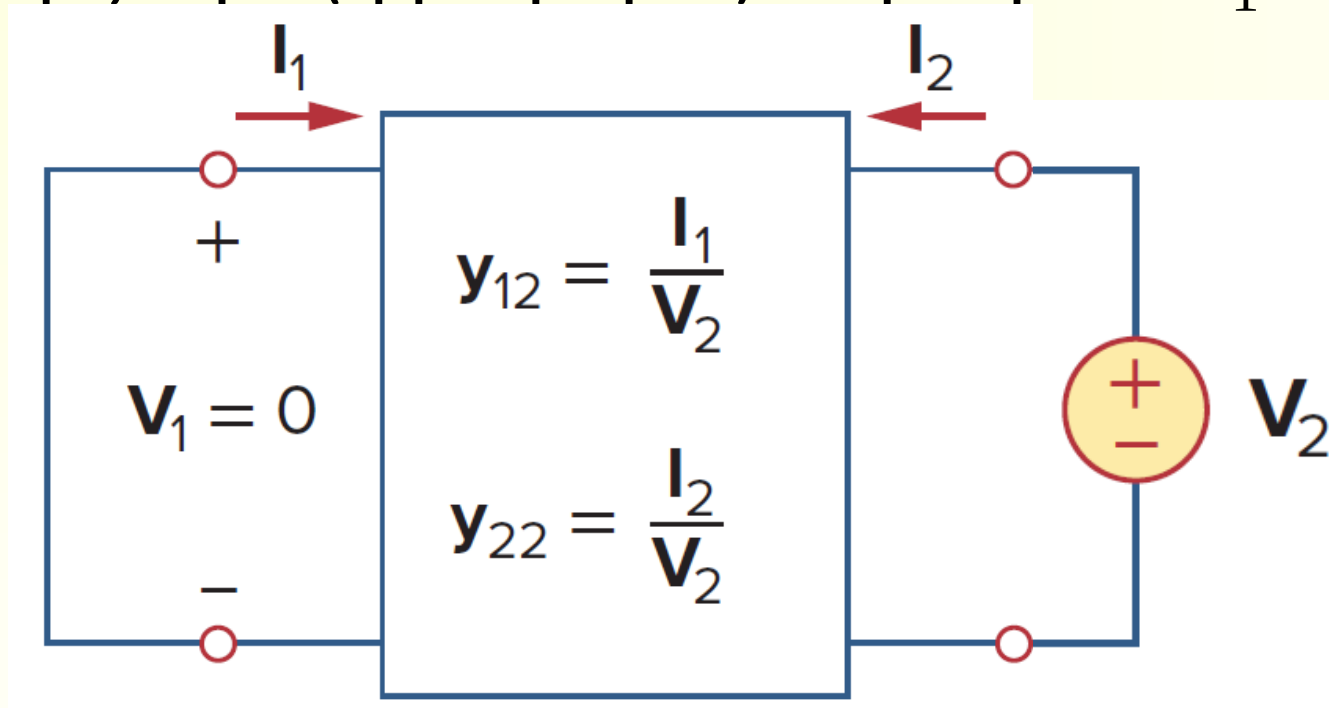
- $V_2 = 0$ σημαίνει βραχυκύκλωμα στην έξοδο
- Συνδέουμε στο κύκλωμα μια αυθαίρετη πηγή τάσης V_1 και υπολογίζουμε (ή μετράμε!) τα ρεύματα I_1 και I_2



- και μετά εκτελούμε τις διαιρέσεις

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ y —ΦΥΣΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

- $V_1 = 0$ σημαίνει βραχυκύκλωμα στην είσοδο
- Συνδέουμε στο κύκλωμα μια αυθαίρετη πηγή τάσης V_2 και υπολογίζουμε (ή μετράμε!) τα ρεύματα I_1 και I_2



- και μετά εκτελούμε τις διαιρέσεις

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ y —ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΤΡΙΓΩΝΟ

- Θέτουμε $V_2 = 0$, οπότε

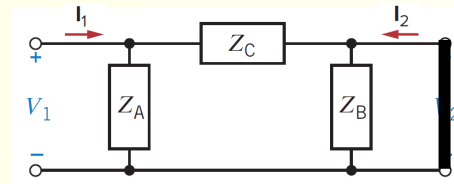
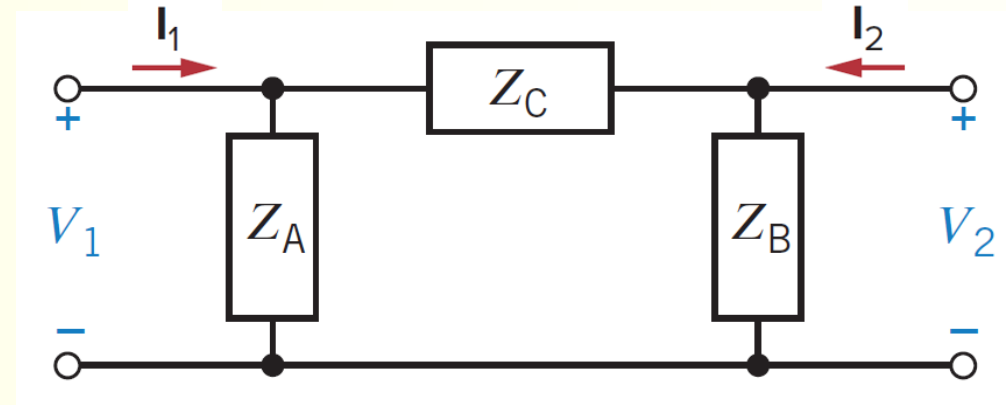
$$V_2 = 0 \Rightarrow I_1 = V_1 (Y_A + Y_C) \Rightarrow y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = Y_A + Y_C$$

$$V_2 = 0 \Rightarrow I_2 = V_1 (-Y_C) \Rightarrow y_{21} = \frac{I_2}{V_1} = -Y_C$$

- Τώρα θέτουμε $V_1 = 0$, οπότε

$$V_1 = 0 \Rightarrow I_2 = V_2 (Y_B + Y_C) \Rightarrow y_{22} = \frac{I_2}{V_2} = Y_B + Y_C$$

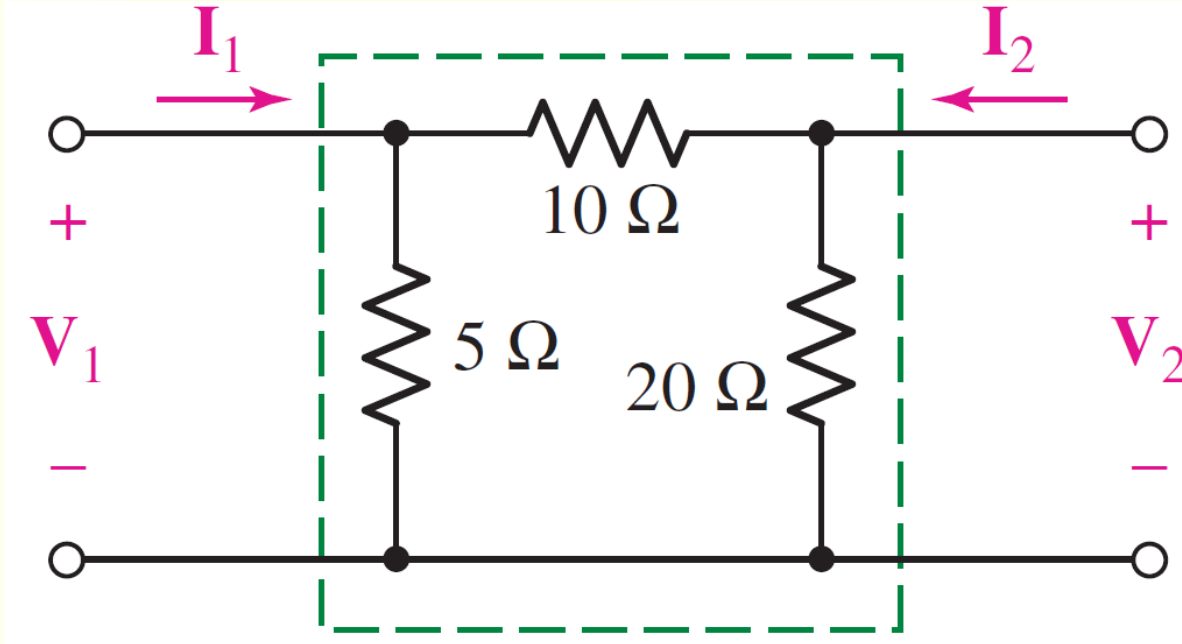
$$V_1 = 0 \Rightarrow I_1 = -V_2 Y_C \Rightarrow y_{12} = \frac{I_1}{V_2} = -Y_C$$



$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_A + Y_C & -Y_C \\ -Y_C & Y_B + Y_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ y —ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-ΤΡΙΓΩΝΟ



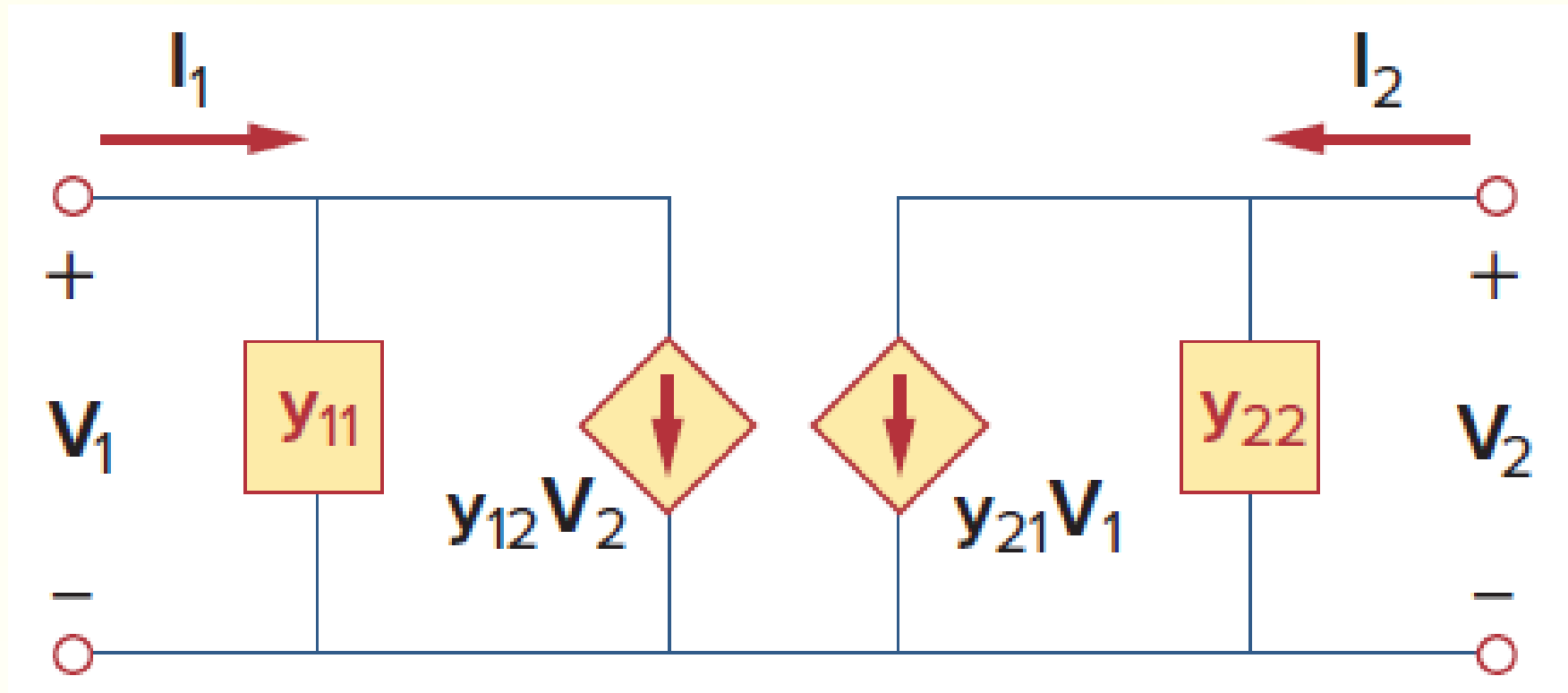
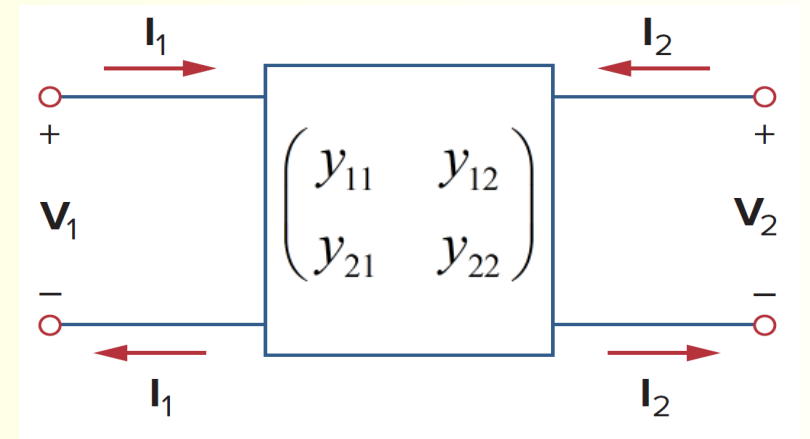
$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} + \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{20} + \frac{1}{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3 & -0,1 \\ -0,1 & 0,15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ y

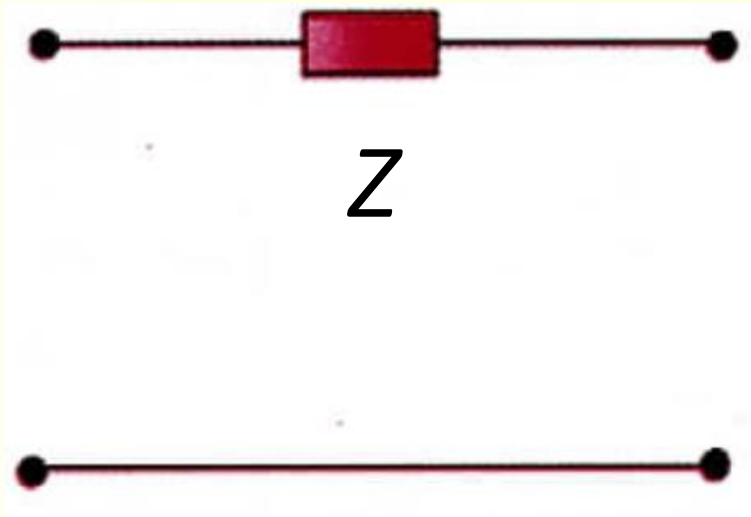
ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΑΠΟΨΗ

- Γενικό ισοδύναμο:



ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z ΚΑΙ y

- Οι παράμετροι ενός διθύρου δεν υπάρχουν πάντα (με την έννοια ότι μπορεί να απειρίζονται):



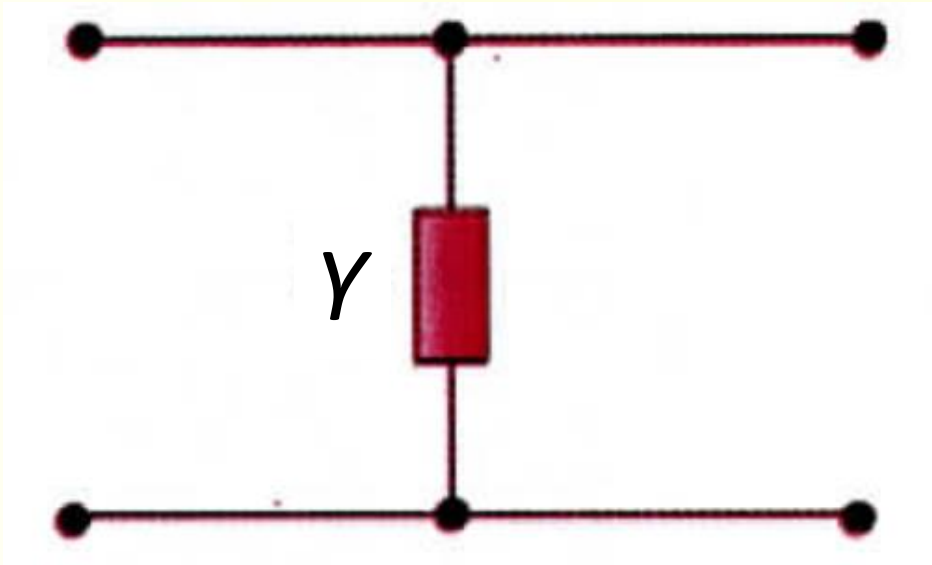
Τρίγωνο με μηδενικές Y_A και Y_B

$$Z = \begin{pmatrix} \infty & \infty \\ \infty & \infty \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{Z} & -\frac{1}{Z} \\ -\frac{1}{Z} & \frac{1}{Z} \end{pmatrix}$$

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ z ΚΑΙ y

- Οι παράμετροι ενός διθύρου δεν υπάρχουν πάντα (με την έννοια ότι μπορεί να απειρίζονται):



Αστέρας με μηδενικές Z_1 και Z_2

$$Y = \begin{pmatrix} \infty & \infty \\ \infty & \infty \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{pmatrix} \frac{1}{Y} & \frac{1}{Y} \\ \frac{1}{Y} & \frac{1}{Y} \end{pmatrix}$$

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

- Υπάρχει περίπτωση να είναι αδύνατη (με την έννοια του απειρισμού) η αναπαράσταση ενός κυκλώματος σαν δίθυρο για κάποιο ή κάποια σύνολα παραμέτρων

ΔΙΘΥΡΑ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ h

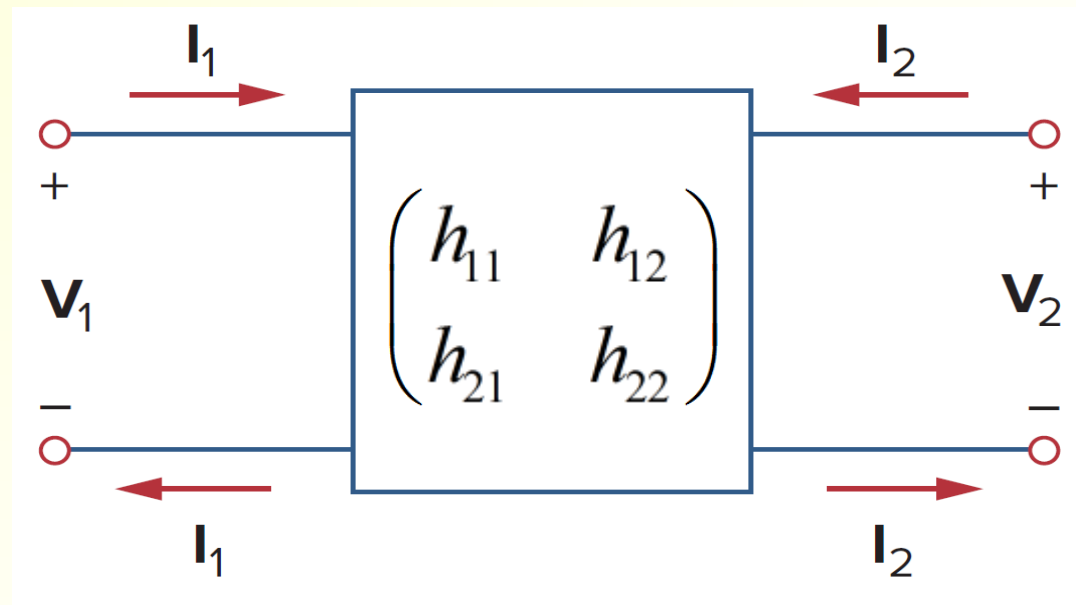
ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ h —ΟΡΙΣΜΟΣ

- Επιλέγουμε για ανεξάρτητες μεταβλητές τα I_1 και V_2
- Τότε, οι εξαρτημένες μεταβλητές είναι τα V_1 και I_2 , που γράφονται:

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \mathbf{H} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$



ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ h : Υβριδικές (hybrid)

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ h —ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

- Ο υπολογισμός των παραμέτρων h γίνεται με βάση τον ορισμό:

$$\begin{aligned} V_1 &= h_{11}I_1 + h_{12}0 \\ I_2 &= h_{21}I_1 + h_{22}0 \end{aligned}$$

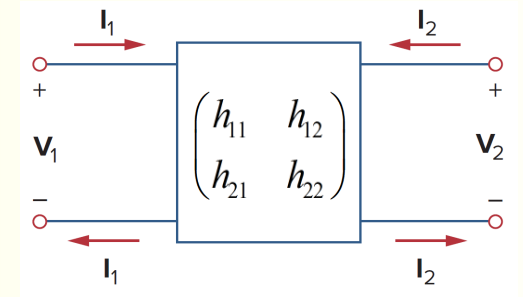
$$\begin{aligned} V_1 &= h_{11}0 + h_{12}V_2 \\ I_2 &= h_{21}0 + h_{22}V_2 \end{aligned}$$

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0}$$

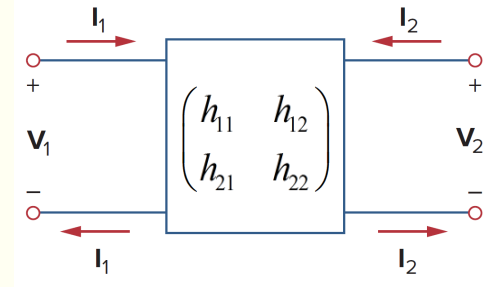
$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0}$$



- Δυο ανεξάρτητα κυκλωματικά προβλήματα!**
- Οι υπολογισμοί μπορεί να είναι απλοί ή να απαιτήσουν τη χρήση κάποιας γενικής τεχνικής (ΒΕ ή ΚΤ)

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ h —ΟΝΟΜΑΣΙΕΣ

- Οι υβριδικές παράμετροι h έχουν συγκεκριμένα ονόματα:



h_{11} : Σύνθετη αντίσταση εισόδου με βραχυκυκλωμένη έξοδο

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

h_{21} : Ορθό* κέρδος ρεύματος με βραχυκυκλωμένη έξοδο

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0}$$

h_{12} : Ανάστροφο* κέρδος τάσης με ανοιχτοκυκλωμένη είσοδο

h_{22} : Σύνθετη αγωγιμότητα εξόδου με ανοιχτοκυκλωμένη είσοδο

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0}$$

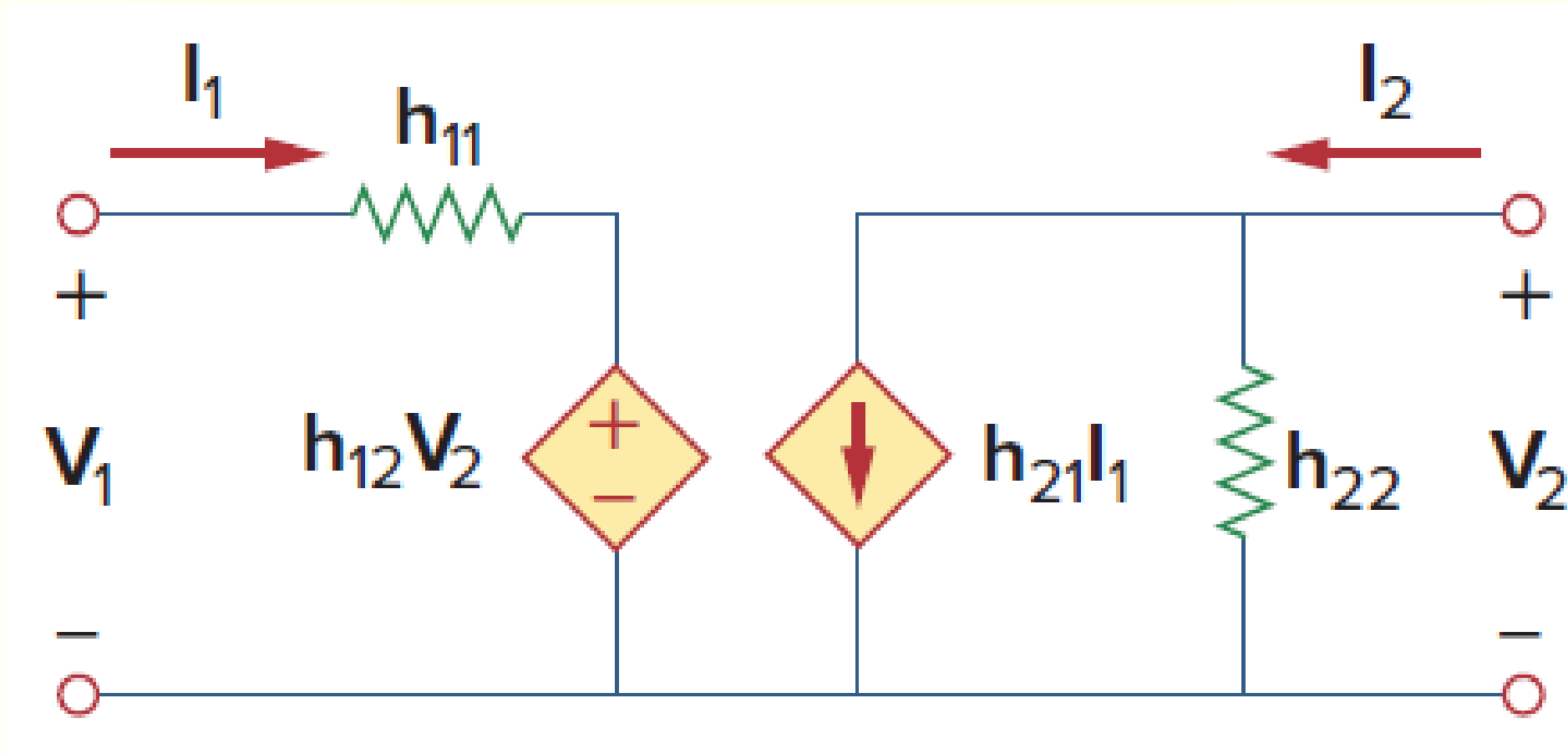
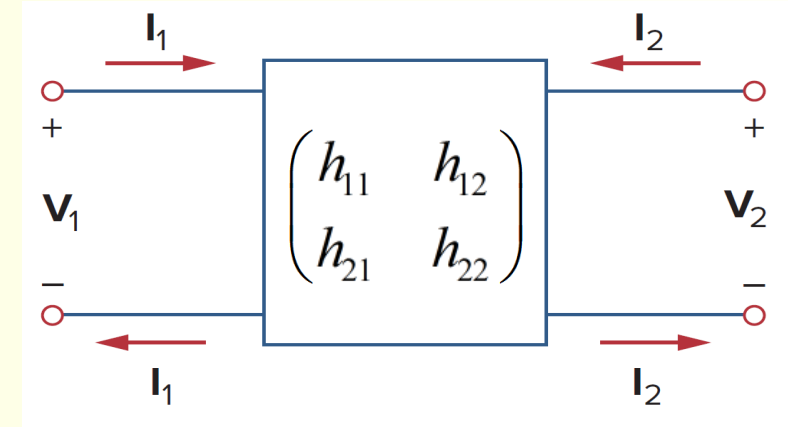
$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0}$$

***: Ορθό** επειδή είναι λόγος Έξοδος/Είσοδο και
Ανάστροφο επειδή είναι λόγος Είσοδος/Εξοδο

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ h

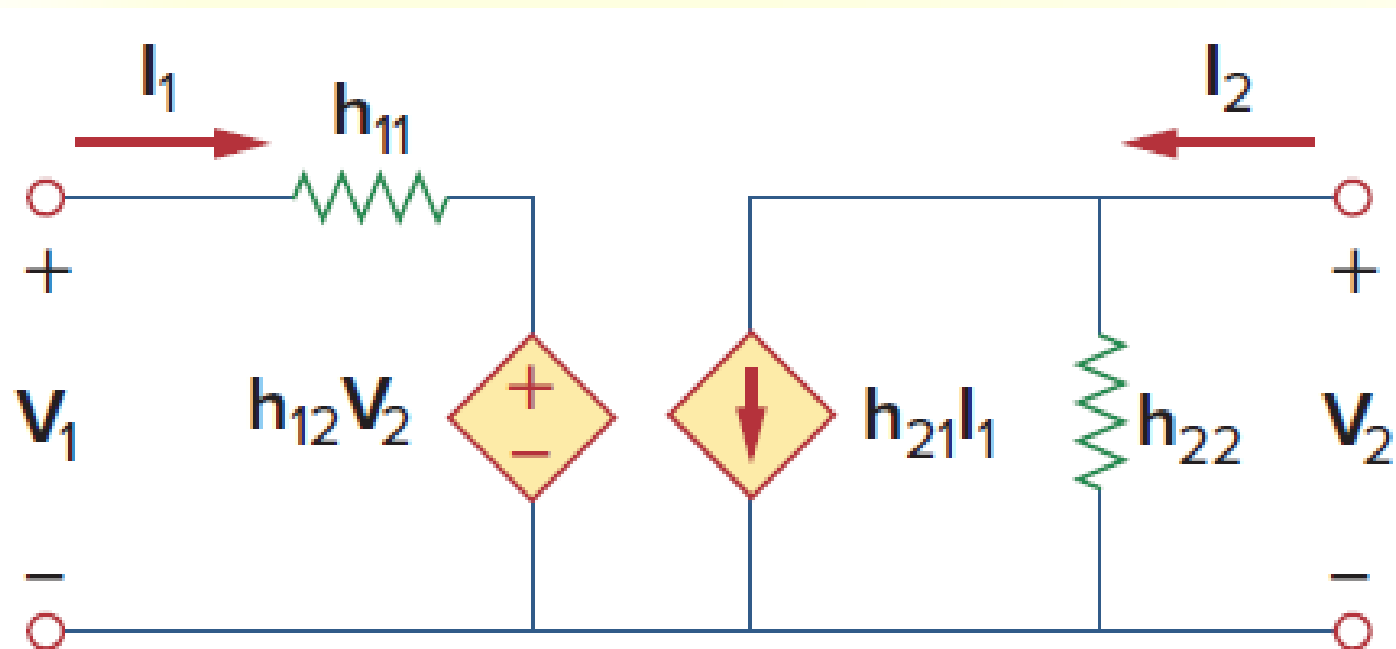
ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΑΠΟΨΗ

- Γενικό ισοδύναμο:



ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ h —ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ



h_{11} : Σύνθετη αντίσταση εισόδου με βραχυκυκλωμένη έξοδο

h_{12} : Ανάστροφο κέρδος τάσης με ανοιχτοκυκλωμένη είσοδο

h_{21} : Ορθό κέρδος ρεύματος με βραχυκυκλωμένη έξοδο

h_{22} : Σύνθετη αγωγιμότητα εξόδου με ανοιχτοκυκλωμένη είσοδο

- Κλασικό (= παλαιό) μοντέλο για τρανζίστορ
- Οι παράμετροι h στο τρανζίστορ μετριοούνται πολύ εύκολα

ΔΙΘΥΡΑ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ g

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ g —ΟΡΙΣΜΟΣ

- Επιλέγουμε για ανεξάρτητες μεταβλητές τα V_1 και I_2
- Τότε, οι εξαρτημένες μεταβλητές είναι τα I_1 και V_2 , που γράφονται:

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2$$

$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{G} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ g : Αντίστροφες υβριδικές

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ g —ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

- Ο υπολογισμός των παραμέτρων g γίνεται με βάση τον ορισμό:

$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{I_2=0}$$

$$g_{21} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_2=0}$$

$$g_{12} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_1=0}$$

$$g_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_1=0}$$

- **Δυο ανεξάρτητα κυκλωματικά προβλήματα!**
- Οι υπολογισμοί μπορεί να είναι απλοί ή να απαιτήσουν τη χρήση κάποιας γενικής τεχνικής (ΒΕ ή ΚΤ)

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ g —ΟΝΟΜΑΣΙΕΣ

- Οι αντίστροφες υβριδικές παράμετροι g έχουν συγκεκριμένα ονόματα:

g_{11} : Σύνθετη αγωγιμότητα εισόδου με ανοιχτοκυκλωμένη έξοδο

g_{12} : Ανάστροφο κέρδος ρεύματος με βραχυκυκλωμένη είσοδο

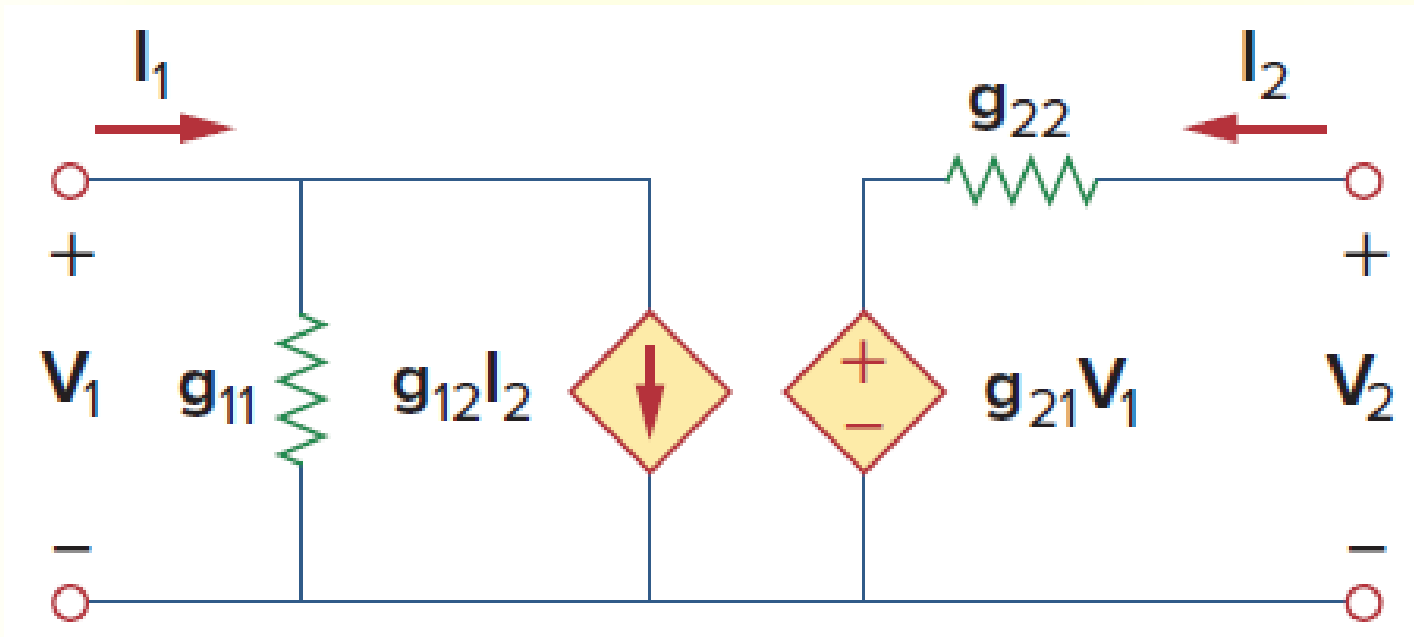
g_{21} : Ορθό κέρδος τάσης με ανοιχτοκυκλωμένη έξοδο

g_{22} : Σύνθετη αντίσταση εξόδου με βραχυκυκλωμένη είσοδο

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ g —ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΑΠΟΨΗ

- Γενικό ισοδύναμο:



g_{11} : Σύνθετη αγωγιμότητα εισόδου με ανοιχτοκυκλωμένη έξοδο

g_{12} : Ανάστροφο κέρδος ρεύματος με βραχυκυκλωμένη είσοδο

g_{21} : Ορθό κέρδος τάσης με ανοιχτοκυκλωμένη έξοδο

g_{22} : Σύνθετη αντίσταση εξόδου με βραχυκυκλωμένη είσοδο

ΔΙΘΥΡΑ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T—ΟΡΙΣΜΟΣ

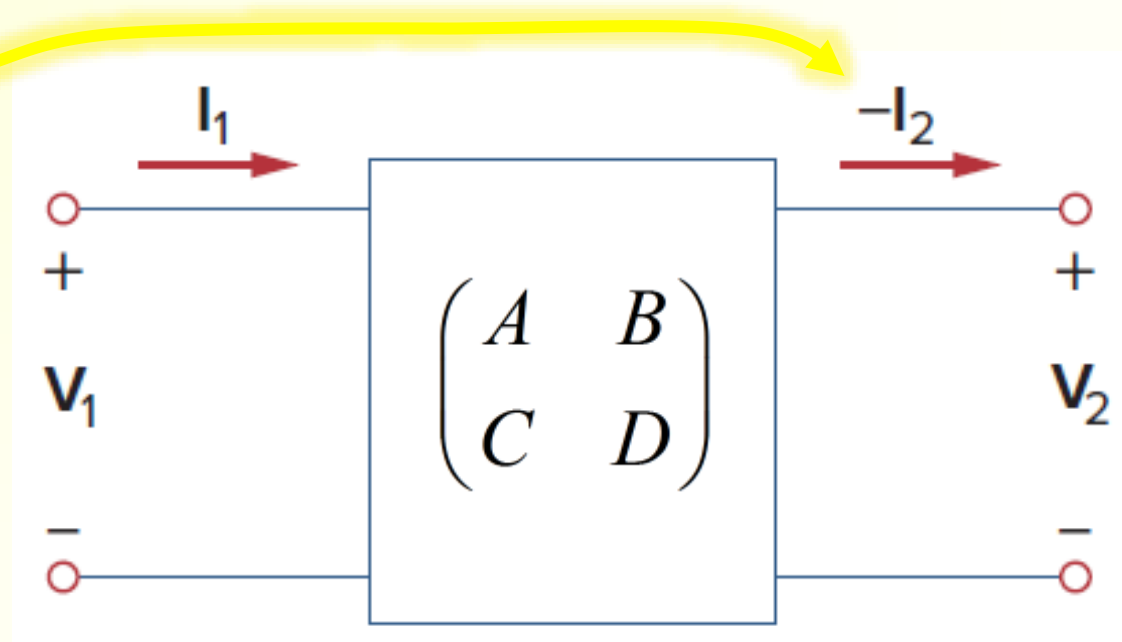
- Επιλέγουμε για ανεξάρτητες μεταβλητές τα V_2 και I_2
- Τότε, οι εξαρτημένες μεταβλητές είναι οι τα V_1 και I_1 , που γράφονται: **ΠΡΟΣΟΧΗ!!**

$$V_1 = AV_2 - BI_2$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$



ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T: Μεταφοράς Transmission

Υπάρχει σημαντικότερος λόγος για το $-I_2$ που θα φανεί στη συνέχεια

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T—ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

- Ο υπολογισμός των παραμέτρων T γίνεται με βάση τον ορισμό:

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$
$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

$$B = - \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$
$$D = - \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ!!

- **Δυο ανεξάρτητα κυκλωματικά προβλήματα!**
- Οι υπολογισμοί μπορεί να είναι απλοί ή να απαιτήσουν τη χρήση κάποιας γενικής τεχνικής (BE ή KT)

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T

• ΠΡΟΕΙΔΟΠΟΙΗΣΗ:

- Πολλά βιβλία και πολλοί συμβολίζουν τις παραμέτρους μεταφοράς με a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} αντί για A , B , C , D

$$a_{11} = A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

$$a_{12} = B = - \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

$$a_{21} = C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

$$a_{22} = D = - \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T—ΟΝΟΜΑΣΙΕΣ

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \quad B = - \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$
$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \quad D = - \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

- Οι παράμετροι μεταφοράς T είναι:

A: Ανάστροφο κέρδος (ή απλά λόγος) τάσεων με ανοιχτοκυκλωμένη έξοδο

B: Αρνητική σύνθετη αντίσταση μεταφοράς με βραχυκυκλωμένη έξοδο [Ω]

C: Σύνθετη αγωγιμότητα μεταφοράς με ανοιχτοκυκλωμένη έξοδο [S]

D: Αρνητικό ανάστροφο κέρδος (ή απλά λόγος) ρευμάτων με βραχυκυκλωμένη έξοδο

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

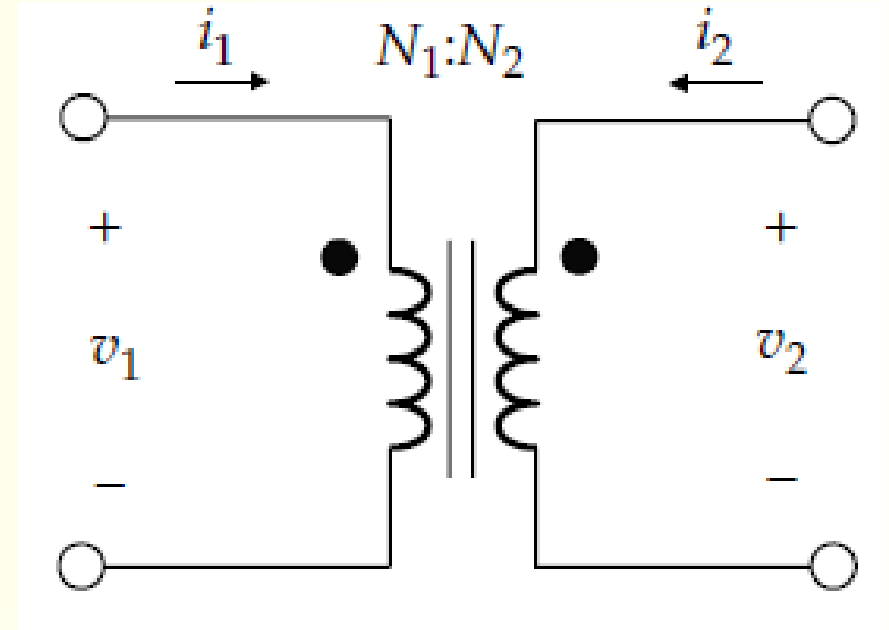
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

- Ο ιδανικός μετασχηματιστής:

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1, \quad I_2 = -\frac{N_1}{N_2} I_1 \quad \Rightarrow$$

$$V_1 = \frac{N_1}{N_2} V_2, \quad I_1 = -\frac{N_2}{N_1} I_2 \quad \Rightarrow$$

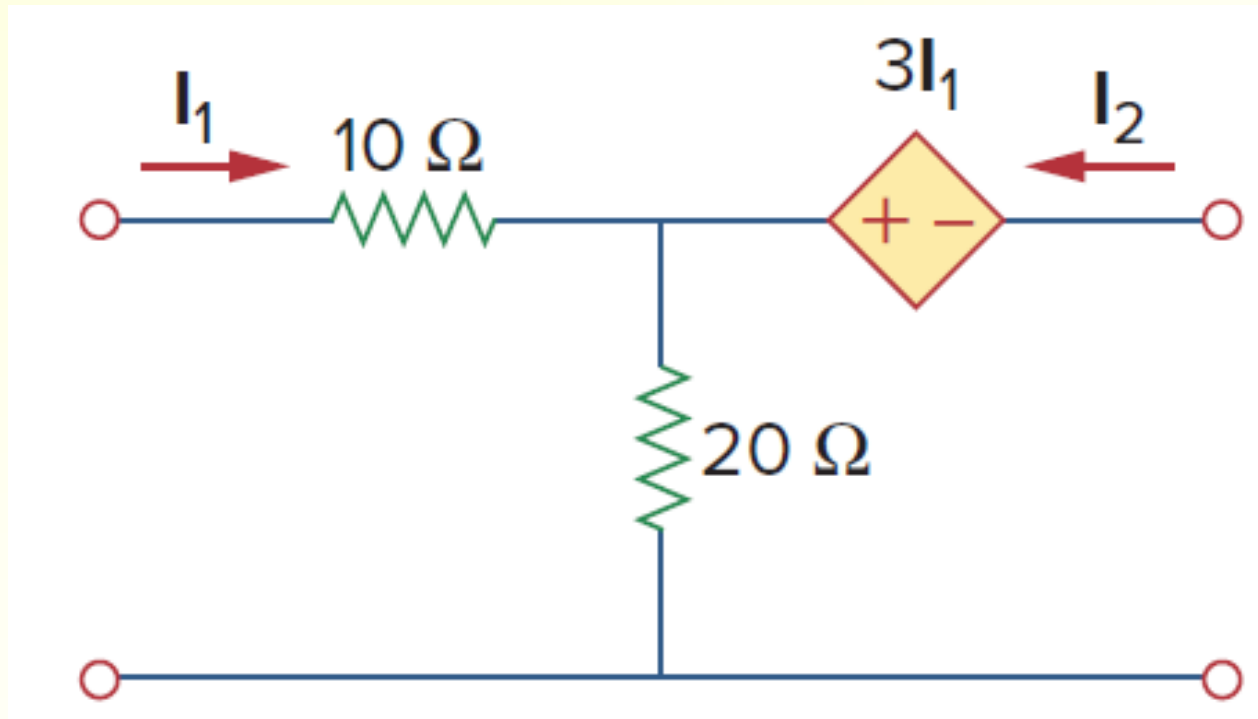
$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{N_1}{N_2} & 0 \\ 0 & \frac{N_2}{N_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$



ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

- Να υπολογιστούν οι παράμετροι μεταφοράς για το κύκλωμα:



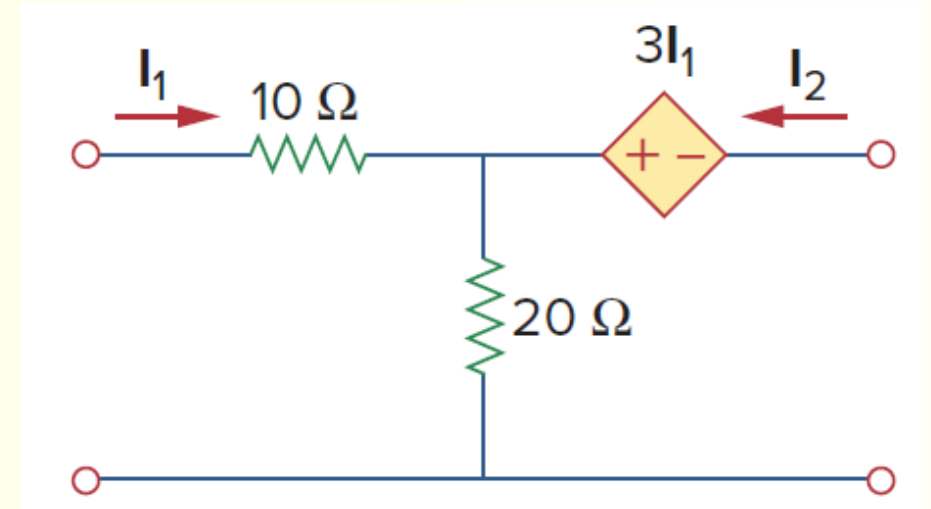
ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

- Ξεκινάμε από τους ορισμούς:

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \quad B = - \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$
$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \quad D = - \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

- Και κάνουμε ότι μάς λένε:



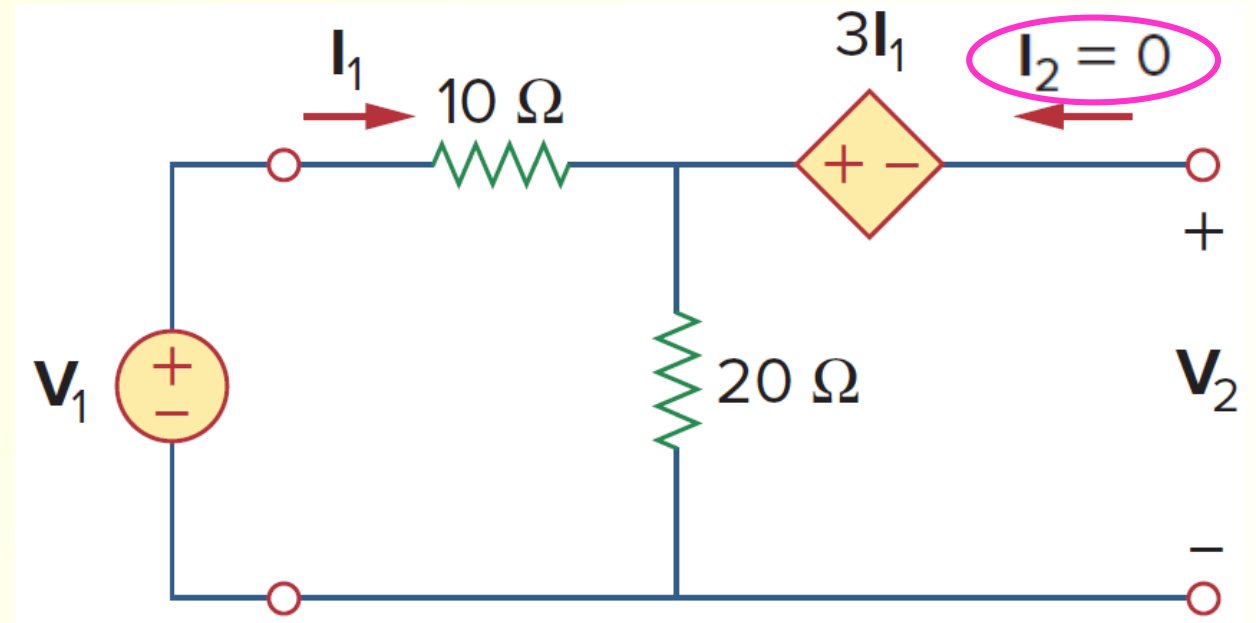
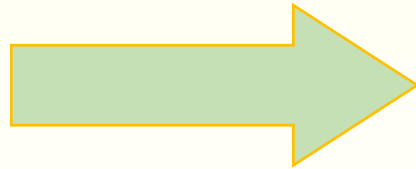
ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}, \quad C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

$$V_1 = (10 + 20)I_1 = 30I_1$$

$$V_2 = 20I_1 - 3I_1 = 17I_1$$



$$A = \frac{V_1}{V_2} = \frac{30I_1}{17I_1} = 1.765$$

$$C = \frac{I_1}{V_2} = \frac{I_1}{17I_1} = 0.0588 \text{ S}$$

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

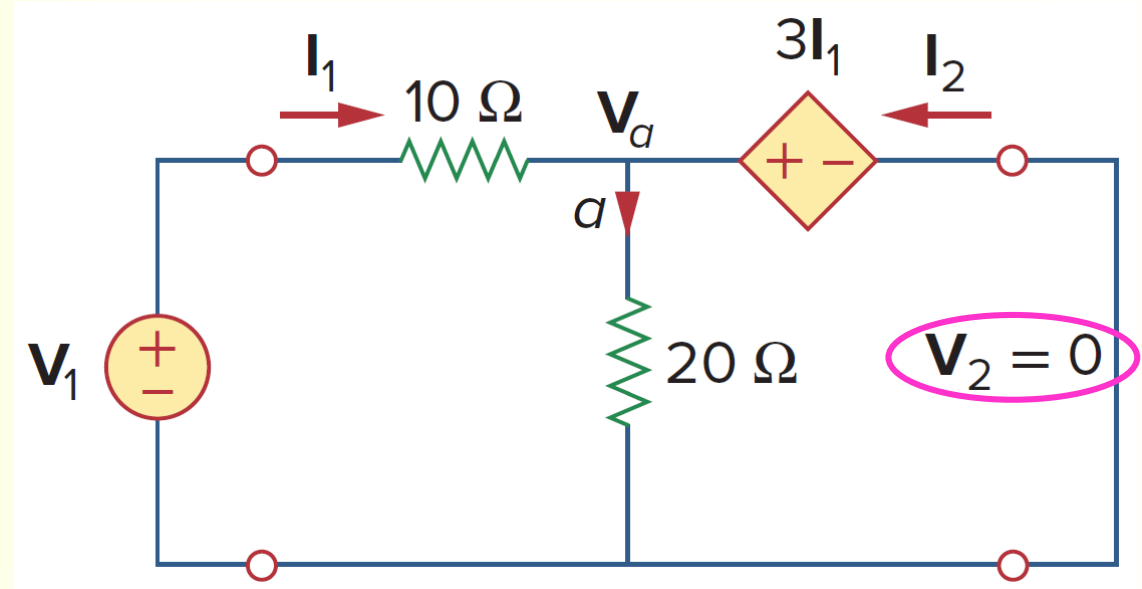
$$B = -\left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0}, \quad D = -\left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

$$\frac{V_1 - V_a}{10} - \frac{V_a}{20} + I_2 = 0$$

$$V_a = 3I_1$$

$$I_1 = (V_1 - V_a)/10$$

$$V_1 = 13I_1$$



$$I_1 - \frac{3I_1}{20} + I_2 = 0 \Rightarrow \frac{17}{20} I_1 = -I_2$$

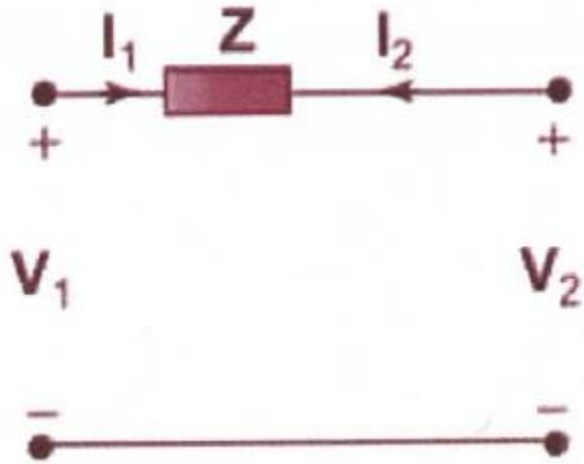


$$\mathbf{B} = -\frac{V_1}{I_2} = \frac{-13I_1}{(-17/20)I_1} = 15.29 \, \Omega$$

$$\mathbf{D} = -\frac{I_1}{I_2} = \frac{20}{17} = 1.176$$

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3



$$I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = -I_2 = 0$$

$$-V_1 + I_1 Z + V_2 = 0 \Rightarrow V_1 = V_2$$

$$A = \frac{V_1}{V_2} = 1, \quad C = \frac{I_1}{V_2} = 0$$

$$V_2 = 0 \Rightarrow I_2 = -I_1$$

$$-V_1 + I_1 Z = 0 \Rightarrow$$

$$-V_1 = I_2 Z$$

$$B = -\frac{V_1}{I_2} = Z, \quad D = -\frac{I_1}{I_2} = 1$$

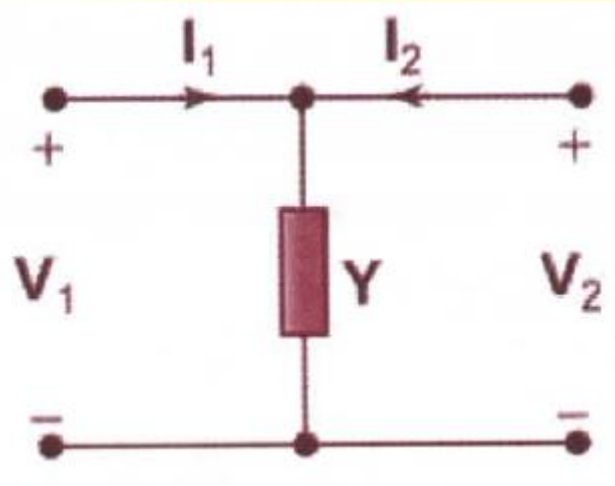
$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}, \quad C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

$$B = -\left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0}, \quad D = -\left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ T—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4



$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0}, \quad C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0}$$

$$B = -\left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0}, \quad D = -\left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}$$

$$I_2 = 0 \Rightarrow V_2 = \frac{I_1}{Y}$$

$$V_1 = V_2$$

$$A = \frac{V_1}{V_2} = 1, \quad C = \frac{I_1}{V_2} = Y$$

$$V_2 = 0 \Rightarrow V_1 = 0$$

$$-V_1 + \frac{I_1 + I_2}{Y} = 0$$

$$\Rightarrow I_1 = -I_2$$

$$B = -\frac{V_1}{I_2} = 0, \quad D = -\frac{I_1}{I_2} = 1$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

ΔΙΘΥΡΑ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ t

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ t —ΟΡΙΣΜΟΣ

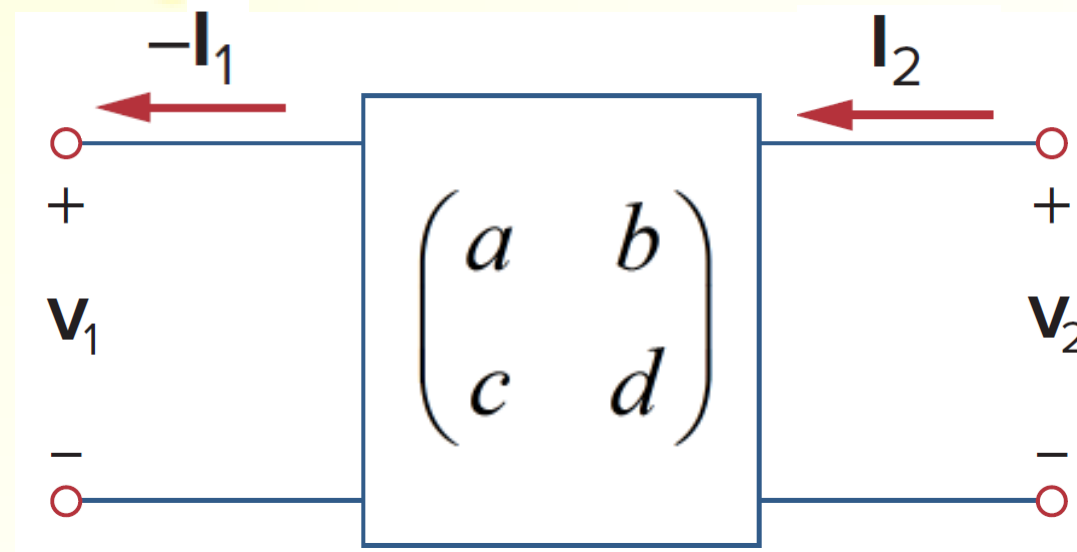
- Επιλέγουμε για ανεξάρτητες μεταβλητές τα V_1 και I_1
- Τότε, οι εξαρτημένες μεταβλητές είναι οι τα V_2 και I_2 , που γράφονται: **ΠΡΟΣΟΧΗ!!**

$$V_2 = aV_1 - bI_1$$

$$I_2 = cV_1 - dI_1$$

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{t} \begin{pmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{pmatrix}$$



ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ t : Αντίστροφες μεταφοράς
Inverse Transmission

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ t —ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

- Ο υπολογισμός των παραμέτρων t γίνεται με βάση τον ορισμό:

$$a = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_1=0}$$

$$c = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{I_1=0}$$

$$b = - \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{V_1=0}$$

$$d = - \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_1=0}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ!!

- **Δυο ανεξάρτητα κυκλωματικά προβλήματα!**
- Οι υπολογισμοί μπορεί να είναι απλοί ή να απαιτήσουν τη χρήση κάποιας γενικής τεχνικής (BE ή KT)

ΔΙΘΥΡΟ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ t

• ΠΡΟΕΙΔΟΠΟΙΗΣΗ:

- Πολλά βιβλία και πολλοί συμβολίζουν τις αντίστροφες παραμέτρους μεταφοράς με b_{11} , b_{12} , b_{21} , b_{22} αντί για a , b , c , d

$$b_{11} = a = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_1=0} \quad b_{12} = b = - \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{V_1=0}$$

$$b_{21} = c = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{I_1=0} \quad b_{22} = d = - \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_1=0}$$

ΔΙΘΥΡΑ

ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ
ΣΥΝΟΛΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

- Ξεκινώντας από ένα οποιοδήποτε σύνολο παραμέτρων μπορούμε με λίγη άλγεβρα να αναδιατάξουμε τις ανεξάρτητες και εξαρτημένες μεταβλητές
- Θεμελιώνονται λοιπόν σχέσεις που μπορούν από ένα δεδομένο σύνολο παραμέτρων να μάς δώσουν ένα άλλο

ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

- Για παράδειγμα, ας ξεκινήσουμε από τις παραμέτρους μεταφοράς:

$$\begin{array}{l} V_1 = AV_2 - BI_2 \\ I_1 = CV_2 - DI_2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} I_1 = CV_2 - DI_2 \Rightarrow V_2 = \frac{1}{C}(I_1 + DI_2) \\ V_1 = AV_2 - BI_2 \Rightarrow V_1 = \frac{A}{C}I_1 + \frac{AD}{C}I_2 - BI_2 \end{array}$$

- Και διαπιστώνουμε ότι

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{C} \begin{pmatrix} A & AD - BC \\ 1 & D \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{C} \begin{pmatrix} A & AD - BC \\ 1 & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

- Φυσικά, μπορούμε να βρούμε και την αντίστροφη σχέση:

$$\mathbf{T} = \frac{1}{z_{21}} \begin{pmatrix} z_{11} & z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21} \\ 1 & z_{22} \end{pmatrix}$$

- Με την ίδια απλή διαδικασία μπορούμε να βρούμε όλες τις σχέσεις ισοδυναμίας
- Όλες οι ισοδυναμίες (ή τουλάχιστον οι πιο πολύ χρησιμοποιούμενες) μπορούν να βρεθούν σε πίνακες που παρέχουν τα βιβλία κυκλωμάτων και άλλες πηγές
- Φυσικά, είναι δυνατόν να μην υπάρχει μια ισοδυναμία, π.χ. υπολογίστε τις παραμέτρους z του ιδανικού μετασχηματιστή από τις T που βρήκαμε πιο πάνω (μετά σκεφτείτε γιατί αποτύχατε)

ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Conversion of two-port parameters.

	z		y		h		g		T		t	
z	z_{11}	z_{12}	$\frac{y_{22}}{\Delta_y}$	$-\frac{y_{12}}{\Delta_y}$	$\frac{\Delta_h}{h_{22}}$	$\frac{h_{12}}{h_{22}}$	$\frac{1}{g_{11}}$	$-\frac{g_{12}}{g_{11}}$	$\frac{A}{C}$	$\frac{\Delta_T}{C}$	$\frac{d}{c}$	$\frac{1}{c}$
	z_{21}	z_{22}	$-\frac{y_{21}}{\Delta_y}$	$\frac{y_{11}}{\Delta_y}$	$-\frac{h_{21}}{h_{22}}$	$\frac{1}{h_{22}}$	$\frac{g_{21}}{g_{11}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{11}}$	$\frac{1}{C}$	$\frac{D}{C}$	$\frac{\Delta_t}{c}$	$\frac{a}{c}$
y	$\frac{z_{22}}{\Delta_z}$	$-\frac{z_{12}}{\Delta_z}$	y_{11}	y_{12}	$\frac{1}{h_{11}}$	$-\frac{h_{12}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{22}}$	$\frac{g_{12}}{g_{22}}$	$\frac{D}{B}$	$-\frac{\Delta_T}{B}$	$\frac{a}{b}$	$-\frac{1}{b}$
	$-\frac{z_{21}}{\Delta_z}$	$\frac{z_{11}}{\Delta_z}$	y_{21}	y_{22}	$\frac{h_{21}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_h}{h_{11}}$	$-\frac{g_{21}}{g_{22}}$	$\frac{1}{g_{22}}$	$-\frac{1}{B}$	$\frac{A}{B}$	$-\frac{\Delta_t}{b}$	$\frac{d}{b}$
h	$\frac{\Delta_z}{z_{22}}$	$\frac{z_{12}}{z_{22}}$	$\frac{1}{y_{11}}$	$-\frac{y_{12}}{y_{11}}$	h_{11}	h_{12}	$\frac{g_{22}}{\Delta_g}$	$-\frac{g_{12}}{\Delta_g}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{\Delta_T}{D}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{1}{a}$
	$-\frac{z_{21}}{z_{22}}$	$\frac{1}{z_{22}}$	$\frac{y_{21}}{y_{11}}$	$\frac{\Delta_y}{y_{11}}$	h_{21}	h_{22}	$-\frac{g_{21}}{\Delta_g}$	$\frac{g_{11}}{\Delta_g}$	$-\frac{1}{D}$	$\frac{C}{D}$	$\frac{\Delta_t}{a}$	$\frac{c}{a}$
g	$\frac{1}{z_{11}}$	$-\frac{z_{12}}{z_{11}}$	$\frac{\Delta_y}{y_{22}}$	$\frac{y_{12}}{y_{22}}$	$\frac{h_{22}}{\Delta_h}$	$-\frac{h_{12}}{\Delta_h}$	g_{11}	g_{12}	$\frac{C}{A}$	$-\frac{\Delta_T}{A}$	$\frac{c}{d}$	$-\frac{1}{d}$
	$\frac{z_{21}}{z_{11}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{11}}$	$-\frac{y_{21}}{y_{22}}$	$\frac{1}{y_{22}}$	$-\frac{h_{21}}{\Delta_h}$	$\frac{h_{11}}{\Delta_h}$	g_{21}	g_{22}	$\frac{1}{A}$	$\frac{B}{A}$	$\frac{\Delta_t}{d}$	$-\frac{b}{d}$
T	$\frac{z_{11}}{z_{21}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{21}}$	$\frac{y_{22}}{y_{21}}$	$-\frac{1}{y_{21}}$	$-\frac{\Delta_h}{h_{21}}$	$-\frac{h_{11}}{h_{21}}$	$\frac{1}{g_{21}}$	$\frac{g_{22}}{g_{21}}$	A	B	$\frac{d}{\Delta_t}$	$\frac{b}{\Delta_t}$
	$\frac{1}{z_{21}}$	$\frac{z_{22}}{z_{21}}$	$-\frac{\Delta_y}{y_{21}}$	$-\frac{y_{11}}{y_{21}}$	$-\frac{h_{22}}{h_{21}}$	$-\frac{1}{h_{21}}$	$\frac{g_{11}}{g_{21}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{21}}$	C	D	$\frac{c}{\Delta_t}$	$\frac{a}{\Delta_t}$
t	$\frac{z_{22}}{z_{12}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{12}}$	$-\frac{y_{11}}{y_{12}}$	$-\frac{1}{y_{12}}$	$\frac{1}{h_{12}}$	$\frac{h_{11}}{h_{12}}$	$-\frac{\Delta_g}{g_{12}}$	$-\frac{g_{22}}{g_{12}}$	$\frac{D}{\Delta_T}$	$\frac{B}{\Delta_T}$	a	b
	$\frac{1}{z_{12}}$	$\frac{z_{11}}{z_{12}}$	$-\frac{\Delta_y}{y_{12}}$	$-\frac{y_{22}}{y_{12}}$	$\frac{h_{22}}{h_{12}}$	$\frac{\Delta_h}{h_{12}}$	$-\frac{g_{11}}{g_{12}}$	$-\frac{1}{g_{12}}$	$\frac{C}{\Delta_T}$	$\frac{A}{\Delta_T}$	c	d

$$\begin{aligned} \Delta_z &= z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}, & \Delta_h &= h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}, & \Delta_T &= AD - BC \\ \Delta_y &= y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}, & \Delta_g &= g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}, & \Delta_t &= ad - bc \end{aligned}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ:
Οι πίνακες
μπορεί να έχουν
τυπογραφικά
λάθη

ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Πιο συνοπτικά, ισχύουν τα εξής:

$$Z = Y^{-1}$$

$$Y = Z^{-1}$$

$$H = G^{-1}$$

$$G = H^{-1}$$

$$T \neq t^{-1}$$

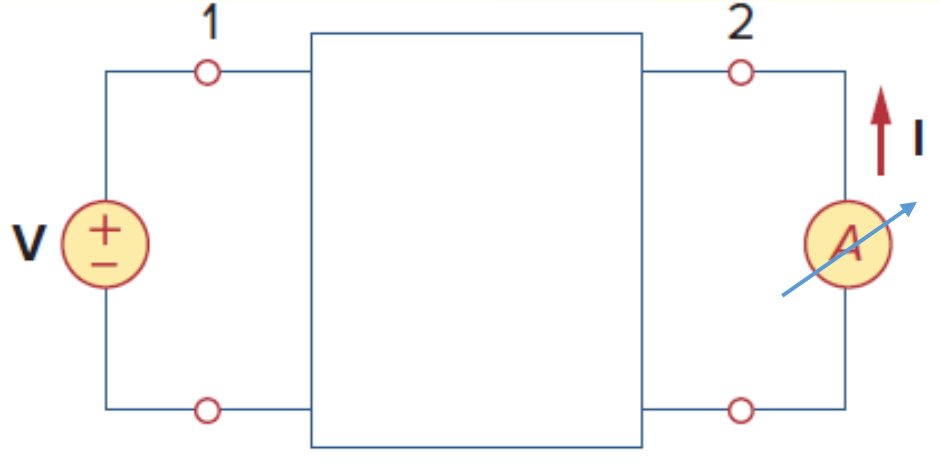
ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΔΙΘΥΡΩΝ

(ΚΥΚΛΩΜΑΤΙΚΗ)

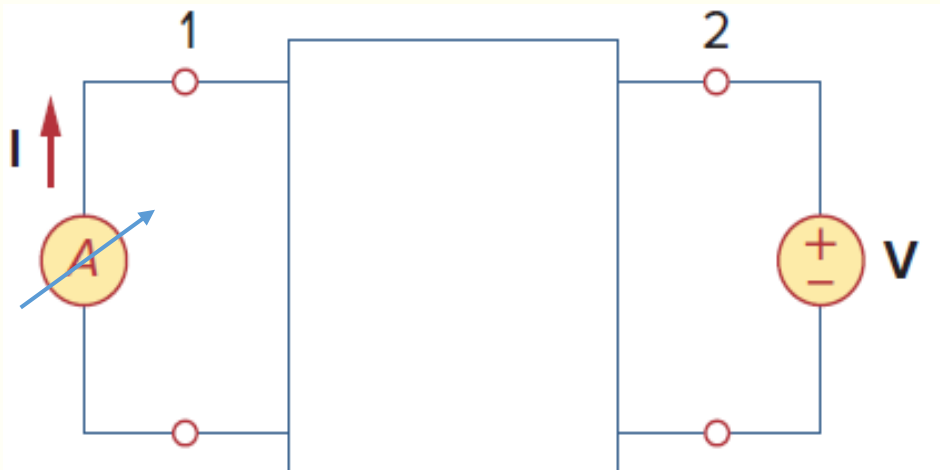
ΑΜΟΙΒΑΙΟΤΗΤΑ, ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΔΙΘΥΡΑ

- Εφαρμόζουμε μια τάση στην είσοδο ενός διθύρου και μετράμε το ρεύμα που διαρρέει τη βραχυκυκλωμένη του έξοδο



- Εφαρμόζουμε την ίδια τάση στην έξοδο τού διθύρου και μετράμε το ρεύμα που διαρρέει τη βραχυκυκλωμένη του είσοδο



Αν το ρεύμα I είναι ίδιο και στις δυο περιπτώσεις, τότε αποκαλούμε το δίθυρο

αμοιβαίο (reciprocal)

ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΔΙΘΥΡΑ

- Η αμοιβαιότητα μπορεί να επεκταθεί και σε γενικά κυκλώματα με μηδενικές αρχικές συνθήκες όπου θα μιλάμε για ζεύγος θυρών και ισότητα των ρευμάτων βραχυκύκλωσής τους (π.χ.) όταν εναλλαχθεί η ίδια τάση διέγερσης (φυσικά, αυτό πρέπει να ισχύει για κάθε ζεύγος θυρών)
- Τα παθητικά δίθυρα είναι πάντα αμοιβαία
- Η παρουσία εξαρτημένων πηγών καθιστά γενικά ένα δίθυρο μη αμοιβαίο
- Αλλά αυτό είναι ικανή συνθήκη μόνο: για κατάλληλες διατάξεις ή τιμές στους συντελεστές εξάρτησης, μπορεί ένα δίθυρο με εξαρτημένες πηγές να είναι αμοιβαίο

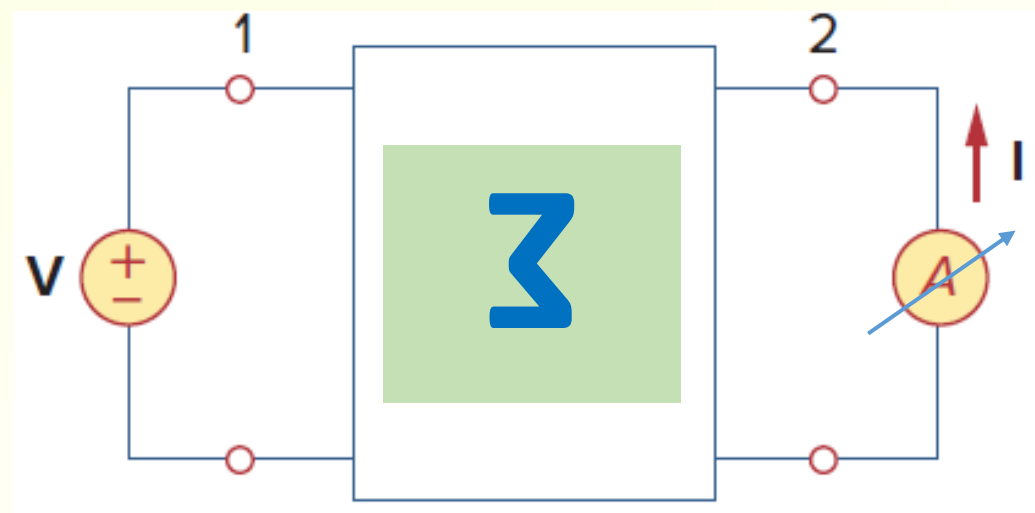
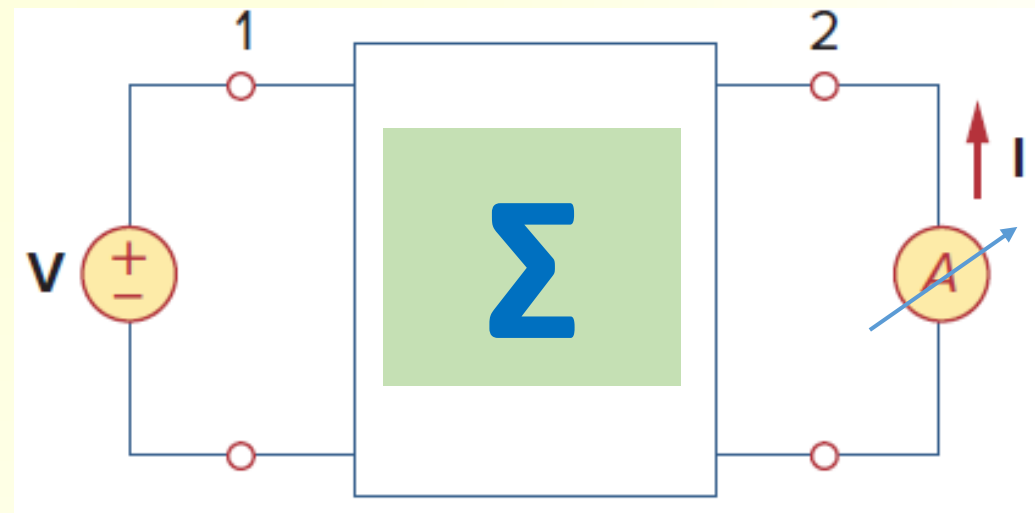
ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΣΥΝΘΗΚΕΣ

- Η αμοιβαιότητα επιβάλλει τις εξής (ισοδύναμες) συνθήκες στα σύνολα των παραμέτρων τού διθύρου:

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ	ΣΥΝΘΗΚΗ	ΣΧΟΛΙΑ
Σύνθετης αντίστασης z	$z_{12} = z_{21}$	Ο πίνακας $\mathbf{Z}$ είναι συμμετρικός
Σύνθετης αγωγιμότητας y	$y_{12} = y_{21}$	Ο πίνακας $\mathbf{Y}$ είναι συμμετρικός
Υβριδικές h	$h_{12} = -h_{21}$	Ο πίνακας $\mathbf{H}$ είναι αντισυμμετρικός
Αντίστροφες υβριδικές g	$g_{12} = -g_{21}$	Ο πίνακας $\mathbf{G}$ είναι αντισυμμετρικός
Μεταφοράς T	$AD - BC = 1$	Η ορίζουσα του πίνακα $\mathbf{T}$ είναι ίση με τη μονάδα
Αντίστροφες μεταφοράς t	$ad - bc = 1$	Η ορίζουσα του πίνακα $\mathbf{t}$ είναι ίση με τη μονάδα

ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΔΙΘΥΡΑ

- Εφαρμόζουμε μια τάση στην είσοδο ενός **αμοιβαίου** διθύρου και μετράμε το ρεύμα που διαρρέει τη βραχυκυκλωμένη του έξοδο
- Αντιστρέφουμε το δίθυρο και με τη νέα σύνδεση εφαρμόζουμε την ίδια τάση στη (νέα) είσοδο του διθύρου και μετράμε το ρεύμα που διαρρέει τη βραχυκυκλωμένη του (νέα) έξοδο



Αν το ρεύμα I είναι ίδιο και στις δυο περιπτώσεις, τότε αποκαλούμε το δίθυρο **συμμετρικό** (symmetric)

ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΔΙΘΥΡΑ

- Δηλαδή, σε ένα συμμετρικό δίθυρο, δεν είμαστε σε θέση να διακρίνουμε ηλεκτρικά την είσοδο από την έξοδο
- ΠΡΟΣΟΧΗ: Η ηλεκτρική συμμετρία δεν έχει σχέση με τη συμμετρία των πινάκων που γνωρίζουμε από τη γραμμική άλγεβρα
- Οι αλγεβρικές συνθήκες που δείχνουν πότε ένα αμοιβαίο δίθυρο είναι συμμετρικό φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα

ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΣΥΝΘΗΚΕΣ

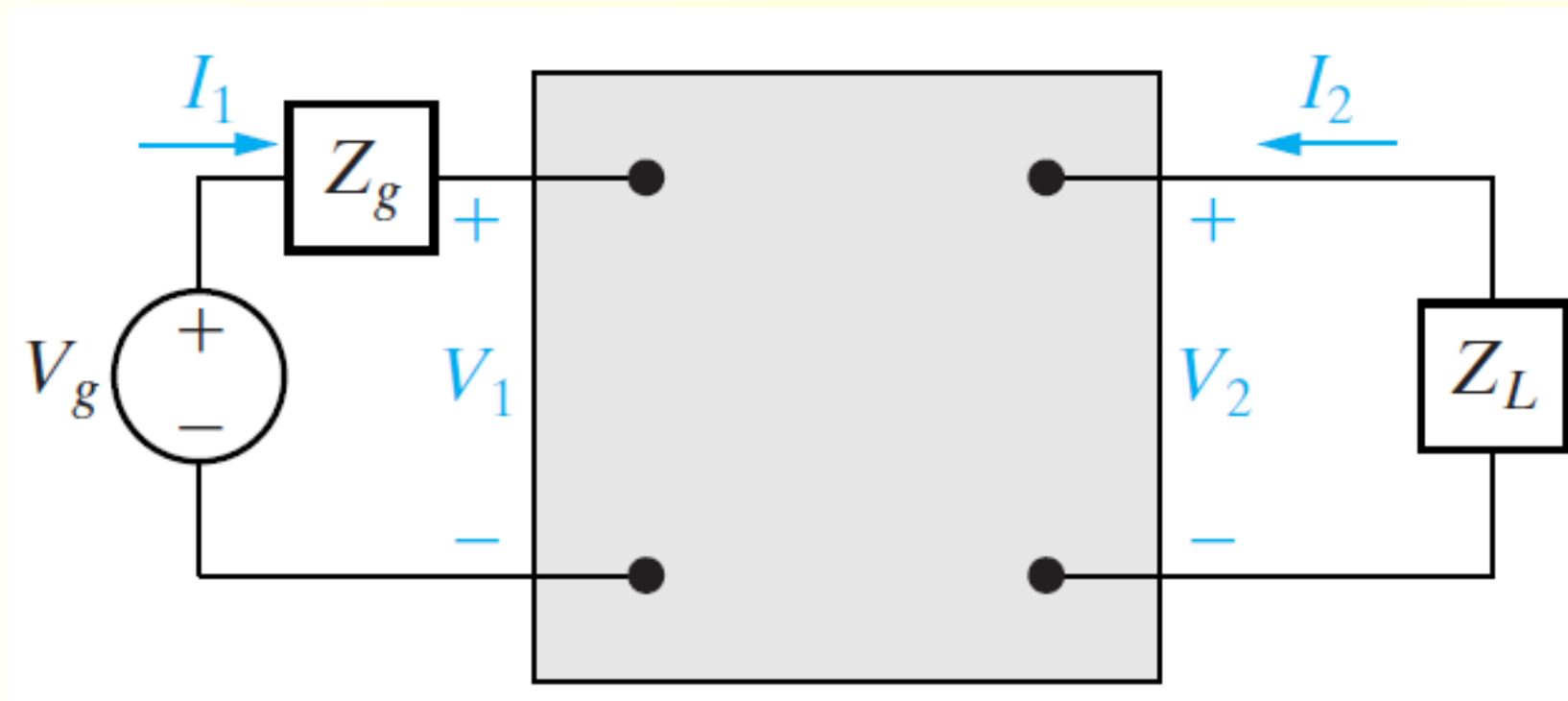
- Η συμμετρία επιβάλλει, πέρα από την αμοιβαιότητα, τις εξής συνθήκες στα σύνολα των παραμέτρων τού διθύρου:

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ	$\oplus$ ΣΥΝΘΗΚΗ	ΣΧΟΛΙΑ
Σύνθετης αντίστασης z	$z_{11} = z_{22}$	Μόνο δυο παράμετροι για την περιγραφή
Σύνθετης αγωγιμότητας y	$y_{11} = y_{22}$	Μόνο δυο παράμετροι για την περιγραφή
Υβριδικές h	$h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21} = 1$	Η ορίζουσα του πίνακα $\mathbf{H}$ είναι ίση με τη μονάδα
Αντίστροφες υβριδικές g	$g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21} = 1$	Η ορίζουσα του πίνακα $\mathbf{G}$ είναι ίση με τη μονάδα
Μεταφοράς T	$A = D$	
Αντίστροφες μεταφοράς t	$a = d$	

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ

- Το **τερματισμένο δίθυρο** έχει την εξής συνδεσμολογία:

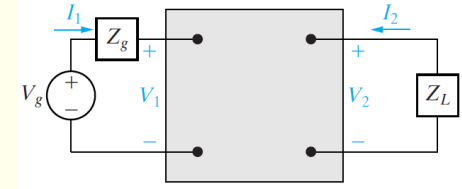


ΔΙΕΓΕΡΣΗ

ΔΙΘΥΡΟ

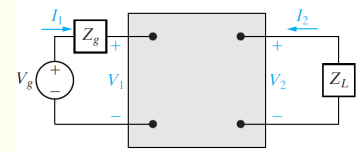
ΦΟΡΤΙΟ

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ



- **ΣΤΟΧΟΣ:** Να εκφραστούν τα $\{V_1, I_1, V_2, I_2\}$ σαν συνάρτηση των παραμέτρων τού διθύρου και των $\{V_g, Z_g, Z_L\}$
- **ΣΚΟΠΟΣ:** Να υπολογιστούν ορισμένα **χαρακτηριστικά συμπεριφοράς** τού τερματισμένου διθύρου
 - Τα χαρακτηριστικά καταγράφουν τις «επιδόσεις» τού διθύρου για βασικές λειτουργίες όπως ενίσχυση τάσης, ενίσχυση ρεύματος, εμπέδηση εισόδου, κλπ.
 - Τα χαρακτηριστικά συμπεριφοράς πρέπει να υπολογιστούν για κάθε σύνολο παραμέτρων

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ

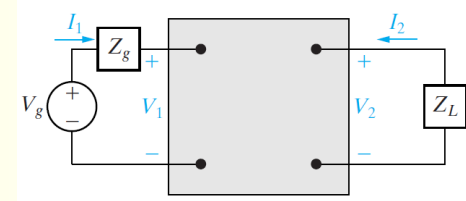


- Τα χαρακτηριστικά συμπεριφοράς τού τερματισμένου διθύρου είναι:

Σύνθετη αντίσταση εισόδου	Z_{in}
Ρεύμα εξόδου	I_2
Τάση και σύνθετη αντίσταση Thevenin από την έξοδο (θύρα 2)	V_{Th}, Z_{Th}
Κέρδος ρεύματος [έξοδος-είσοδος]	I_2/I_1
Κέρδος τάσης [έξοδος-είσοδος]	V_2/V_1
Κέρδος τάσης [έξοδος-διέγερση]	V_2/V_g
Σύνθετη αντίσταση εξόδου	Z_{out}

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z

- Ξεκινάμε με τις παραμέτρους z
- Ο υπολογισμός θα βασιστεί στις γνωστές σχέσεις που ορίζουν το σύνολο παραμέτρων συνδυασμένες με τις σχέσεις (NPK, NTK) που προκύπτουν από την επιπρόσθετη συνδεσμολογία τού τερματισμού:



$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

$$V_1 = V_g - I_1 Z_g$$

$$V_2 = -I_2 Z_L$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z

- Ξεκινάμε με την εμπέδηση εισόδου Z_{in} : $Z_{in} = V_1/I_1$

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

$$V_2 = -I_2 Z_L$$

$$\left. \begin{array}{l} V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \\ V_2 = -I_2 Z_L \end{array} \right\} \begin{array}{l} I_2 = \frac{-z_{21}I_1}{Z_L + z_{22}} \\ V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \end{array}$$

$$Z_{in} = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22} + Z_L}$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z

- Συνεχίζουμε με το ρεύμα εξόδου I_2 :

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$V_1 = V_g - I_1 Z_g$$

$$I_1 = \frac{V_g - z_{12}I_2}{z_{11} + Z_g}$$

$$I_2 = \frac{-z_{21}I_1}{Z_L + z_{22}}$$

$$I_2 = \frac{-z_{21}V_g}{(z_{11} + Z_g)(z_{22} + Z_L) - z_{12}z_{21}}$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z

- Συνεχίζουμε με Thevenin
- Η τάση Thevenin V_{Th} είναι ίση με την ανοιχτοκυκλωμένη τάση εξόδου, οπότε από τον ορισμό των παραμέτρων z:

$$V_2|_{I_2=0} = z_{21}I_1 = z_{21} \frac{V_1}{z_{11}}$$

$$V_1 = V_g - I_1 Z_g$$

$$I_1 = \frac{V_g - z_{12}I_2}{z_{11} + Z_g} \Big|_{I_2=0}$$

$$V_{Th} = \frac{z_{21}}{Z_g + z_{11}} V_g$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z

- Η εμπέδηση Thevenin Z_{Th} είναι ίση με την εμπέδηση εξόδου με την είσοδο βραχυκυκλωμένη ($V_g = 0$):

$$V_1 = \cancel{V_g} - I_1 Z_g$$

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$I_1 = \frac{-z_{12}I_2}{z_{11} + Z_g}$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

$$\left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_g=0} = Z_{Th} = z_{22} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{11} + Z_g}$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z

- Για το κέρδος ρεύματος παίρνουμε κατευθείαν από τις υπάρχουσες σχέσεις:

$$I_2 = \frac{-z_{21}I_1}{Z_L + z_{22}} :$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-z_{21}}{Z_L + z_{22}}$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z

- Για το πρώτο κέρδος τάσης V_2/V_1 :

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

$$V_2 = -I_2 Z_L$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22} \left(\frac{-V_2}{Z_L} \right)$$

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$I_1 = \frac{V_1}{z_{11}} + \frac{z_{12}V_2}{z_{11}Z_L}$$

$$z_{11}I_1 = V_1 - z_{12} \left(\frac{-V_2}{Z_L} \right)$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z

- Και τελικά για το πρώτο κέρδος τάσης V_2/V_1 :

$$\left. \begin{aligned} V_2 &= z_{21}I_1 + z_{22}\left(\frac{-V_2}{Z_L}\right) \\ I_1 &= \frac{V_1}{z_{11}} + \frac{z_{12}V_2}{z_{11}Z_L} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{V_2}{V_1} &= \frac{z_{21}Z_L}{z_{11}Z_L + z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}} \\ &= \frac{z_{21}Z_L}{z_{11}Z_L + \Delta z} \end{aligned}$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z

- Για το δεύτερο κέρδος τάσης V_2/V_g :

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$V_1 = V_g - I_1 Z_g$$

$$V_2 = -I_2 Z_L$$

$$I_1 = \frac{z_{12}V_2}{Z_L(z_{11} + Z_g)} + \frac{V_g}{z_{11} + Z_g}$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

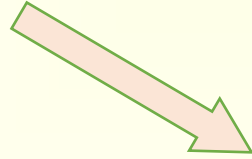
$$V_2 = -I_2 Z_L$$

$$V_2 = \frac{z_{21}z_{12}V_2}{Z_L(z_{11} + Z_g)} + \frac{z_{21}V_g}{z_{11} + Z_g} - \frac{z_{22}}{Z_L} V_2$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z

- Τελικά για το δεύτερο κέρδος τάσης V_2/V_g :

$$V_2 = \frac{z_{21}z_{12}V_2}{Z_L(z_{11} + Z_g)} + \frac{z_{21}V_g}{z_{11} + Z_g} - \frac{z_{22}}{Z_L}V_2$$



$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{z_{21}Z_L}{(z_{11} + Z_g)(z_{22} + Z_L) - z_{12}z_{21}}$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Z

- Όπως προαναφέρθηκε, η εμπέδηση εξόδου είναι ίση με την εμπέδηση Thevenin Z_{Th} :

$$Z_{out} = Z_{Th} = z_{22} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{11} + Z_g}$$

- ΕΔΩ ΟΛΟΚΛΗΡΩΘΗΚΕ Η ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΓΙΑ ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΤΟΥ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΟΥ ΔΙΘΥΡΟΥ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΙΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ Z

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ Υ,...

- Με εντελώς αντίστοιχο τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε τα χαρακτηριστικά συμπεριφοράς και για όλα τα υπόλοιπα σύνολα παραμέτρων
- Συνήθως, όλα τα χαρακτηριστικά παρουσιάζονται σε ένα πίνακα συγκεντρωτικά:

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΙΝΑΚΑΣ

z Parameters

$$Z_{\text{in}} = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22} + Z_L}$$

$$I_2 = \frac{-z_{21}V_g}{(z_{11} + Z_g)(z_{22} + Z_L) - z_{12}z_{21}}$$

$$V_{\text{Th}} = \frac{z_{21}}{z_{11} + Z_g}V_g$$

$$Z_{\text{Th}} = z_{22} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{11} + Z_g}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-z_{21}}{z_{22} + Z_L}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{z_{21}Z_L}{z_{11}Z_L + \Delta z}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{z_{21}Z_L}{(z_{11} + Z_g)(z_{22} + Z_L) - z_{12}z_{21}}$$

y Parameters

$$Y_{\text{in}} = y_{11} - \frac{y_{12}y_{21}Z_L}{1 + y_{22}Z_L}$$

$$I_2 = \frac{y_{21}V_g}{1 + y_{22}Z_L + y_{11}Z_g + \Delta yZ_gZ_L}$$

$$V_{\text{Th}} = \frac{-y_{21}V_g}{y_{22} + \Delta yZ_g}$$

$$Z_{\text{Th}} = \frac{1 + y_{11}Z_g}{y_{22} + \Delta yZ_g}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{y_{21}}{y_{11} + \Delta yZ_L}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-y_{21}Z_L}{1 + y_{22}Z_L}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{y_{21}Z_L}{y_{12}y_{21}Z_gZ_L - (1 + y_{11}Z_g)(1 + y_{22}Z_L)}$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΙΝΑΚΑΣ

h Parameters

$$Z_{\text{in}} = h_{11} - \frac{h_{12}h_{21}Z_L}{1 + h_{22}Z_L}$$

$$I_2 = \frac{h_{21}V_g}{(1 + h_{22}Z_L)(h_{11} + Z_g) - h_{12}h_{21}Z_L}$$

$$V_{\text{Th}} = \frac{-h_{21}V_g}{h_{22}Z_g + \Delta h}$$

$$Z_{\text{Th}} = \frac{Z_g + h_{11}}{h_{22}Z_g + \Delta h}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22}Z_L}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-h_{21}Z_L}{\Delta h Z_L + h_{11}}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{-h_{21}Z_L}{(h_{11} + Z_g)(1 + h_{22}Z_L) - h_{12}h_{21}Z_L}$$

g Parameters

$$Y_{\text{in}} = g_{11} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22} + Z_L}$$

$$I_2 = \frac{-g_{21}V_g}{(1 + g_{11}Z_g)(g_{22} + Z_L) - g_{12}g_{21}Z_g}$$

$$V_{\text{Th}} = \frac{g_{21}V_g}{1 + g_{11}Z_g}$$

$$Z_{\text{Th}} = g_{22} - \frac{g_{12}g_{21}Z_g}{1 + g_{11}Z_g}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-g_{21}}{g_{11}Z_L + \Delta g}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{g_{21}Z_L}{g_{22} + Z_L}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{g_{21}Z_L}{(1 + g_{11}Z_g)(g_{22} + Z_L) - g_{12}g_{21}Z_g}$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΙΝΑΚΑΣ

a Parameters

$$Z_{\text{in}} = \frac{a_{11}Z_L + a_{12}}{a_{21}Z_L + a_{22}}$$

$$I_2 = \frac{-V_g}{a_{11}Z_L + a_{12} + a_{21}Z_gZ_L + a_{22}Z_g}$$

$$V_{\text{Th}} = \frac{V_g}{a_{11} + a_{21}Z_g}$$

$$Z_{\text{Th}} = \frac{a_{12} + a_{22}Z_g}{a_{11} + a_{21}Z_g} \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-1}{a_{21}Z_L + a_{22}}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_L}{a_{11}Z_L + a_{12}}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{Z_L}{(a_{11} + a_{21}Z_g)Z_L + a_{12} + a_{22}Z_g}$$

b Parameters

$$Z_{\text{in}} = \frac{b_{22}Z_L + b_{12}}{b_{21}Z_L + b_{11}}$$

$$I_2 = \frac{-V_g\Delta b}{b_{11}Z_g + b_{21}Z_gZ_L + b_{22}Z_L + b_{12}}$$

$$V_{\text{Th}} = \frac{V_g\Delta b}{b_{22} + b_{21}Z_g}$$

$$Z_{\text{Th}} = \frac{b_{11}Z_g + b_{12}}{b_{21}Z_g + b_{22}} \quad \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{-\Delta b}{b_{11} + b_{21}Z_L}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\Delta bZ_L}{b_{12} + b_{22}Z_L}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{\Delta bZ_L}{b_{12} + b_{11}Z_g + b_{22}Z_L + b_{21}Z_gZ_L}$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

- Οι σύνθετες αντιστάσεις εισόδου και εξόδου των διθύρων είναι συναρτήσεις της σύνθετης αντίστασης φορτίου και της εσωτερικής σύνθετης αντίστασης της πηγής, αντίστοιχα
- Οι σύνθετες αντιστάσεις που κλείνουν μια από τις θύρες ενός διθύρου «φαίνονται» μετασχηματισμένες από την άλλη θύρα:
 - Αυτό το τελευταίο συμπέρασμα οδηγεί σε χρήσιμες εφαρμογές και ειδικές καταστάσεις

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ

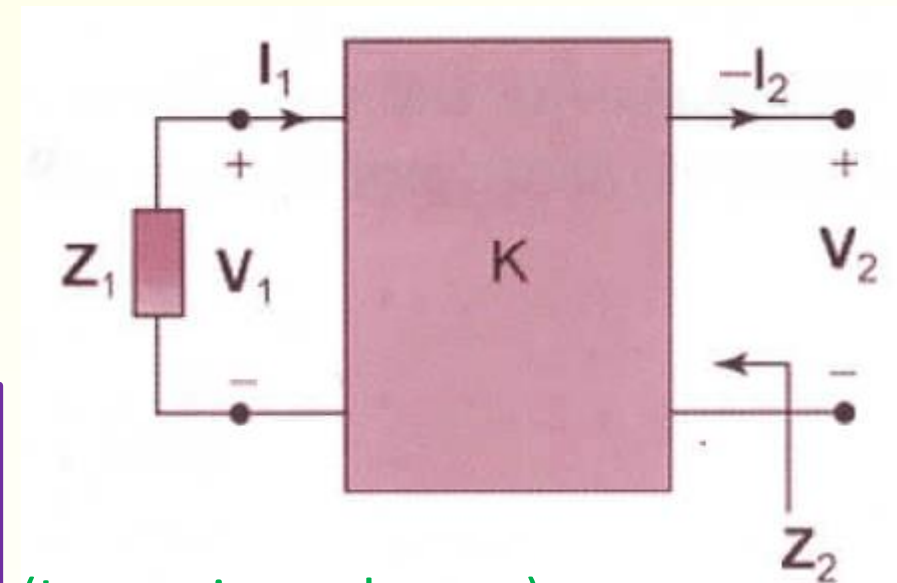
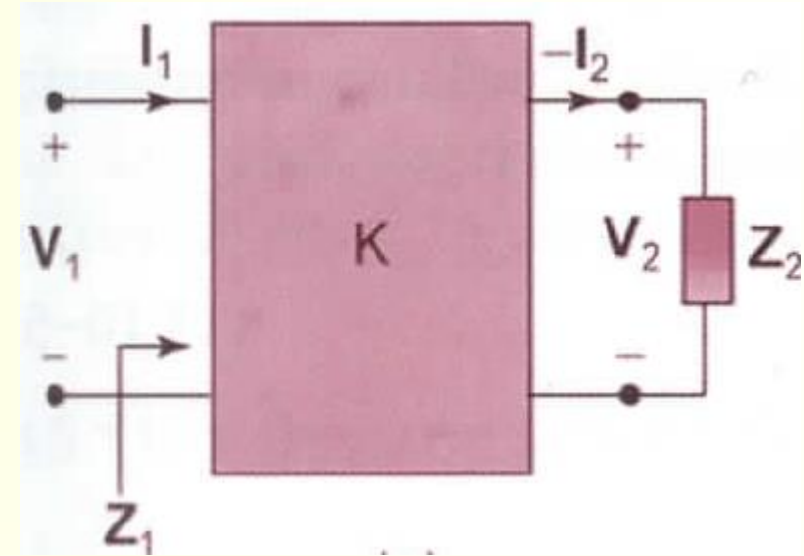
ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΙΣ-ΕΙΚΟΝΕΣ

- Στην έξοδο ενός διθύρου, να τοποθετηθεί σύνθετη αντίσταση Z_2 που να «φαίνεται» από την είσοδο σαν Z_1 και **ταυτόχρονα**
- Αν στην είσοδο του ίδιου διθύρου τοποθετηθεί σύνθετη αντίσταση Z_1 αυτή να «φαίνεται» από την έξοδο σαν Z_2

Τότε, οι Z_1 και Z_2 ονομάζονται
Σύνθετες Αντιστάσεις-Εικόνες



(Image impedances)

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΙΣ-ΕΙΚΟΝΕΣ

- Υπολογίζουμε (βλ. προηγούμενο πίνακα):

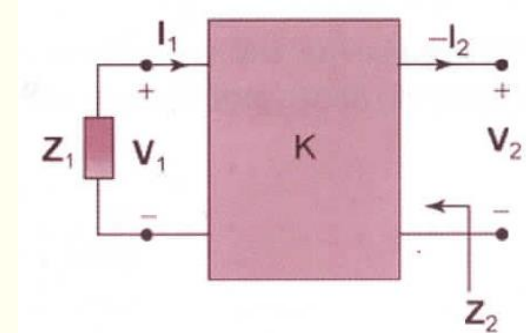
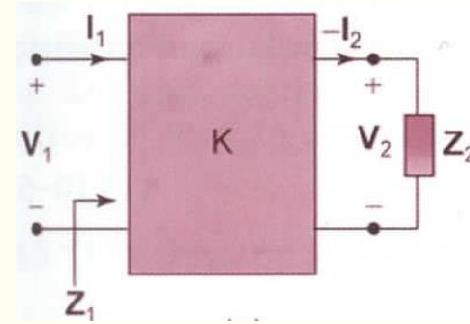
$$Z_1 = Z_{in} = \frac{B + AZ_2}{D + CZ_2}$$

$$Z_2 = Z_{out} = \frac{B + DZ_1}{A + CZ_1}$$

- Και προκύπτει ότι:

$$Z_1 = \sqrt{\frac{AB}{CD}}$$

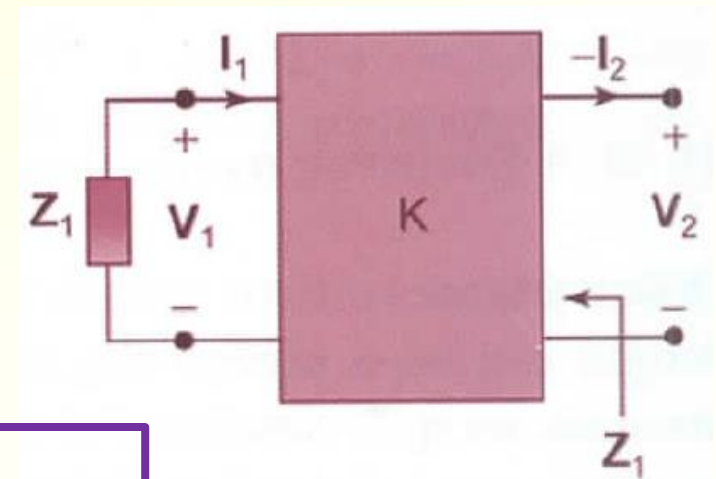
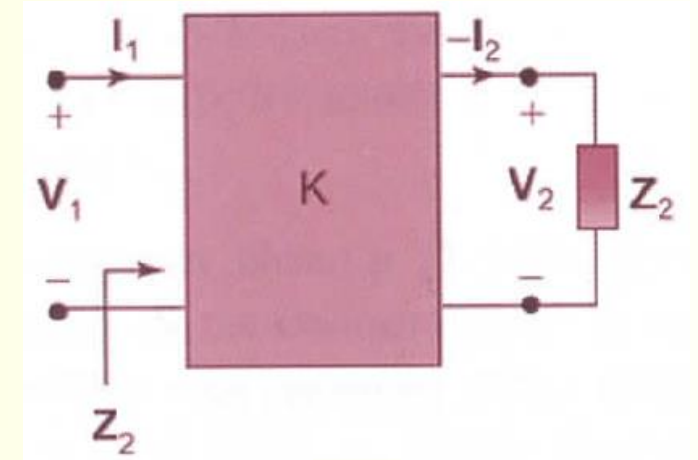
$$Z_2 = \sqrt{\frac{BD}{AC}}$$



ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΕΠΑΝΑΛΑΜΒΑΝΟΝΕΣ ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΙΣ

- Στην έξοδο ενός διθύρου, να τοποθετηθεί σύνθετη αντίσταση Z_2 που να «φαίνεται» από την είσοδο σαν Z_2
- Στην είσοδο του ίδιου διθύρου να τοποθετηθεί σύνθετη αντίσταση Z_1 που να «φαίνεται» από την έξοδο σαν Z_1



Τότε, οι Z_1 και Z_2 ονομάζονται (Iterative impedances)

Επαναλαμβανόμενες Σύνθετες Αντιστάσεις

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΕΠΑΝΑΛΑΜΒΑΝΟΝΕΣ ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΙΣ

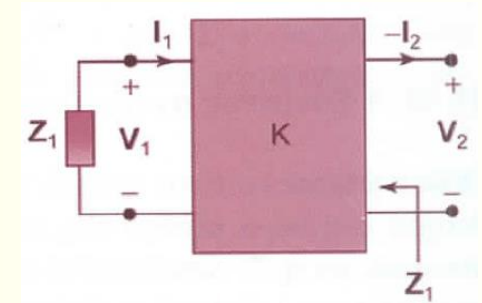
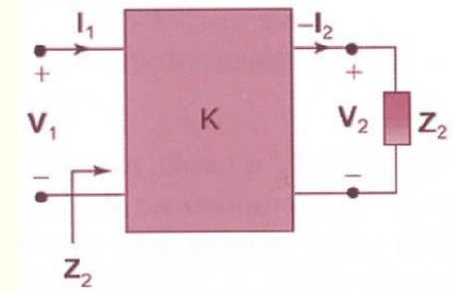
- Υπολογίζουμε (βλ. σχετικό πίνακα):

$$Z_2 = Z_{in} = \frac{B + AZ_2}{D + CZ_2} \quad Z_1 = Z_{out} = \frac{B + DZ_1}{A + CZ_1}$$

$$\Rightarrow Z_2^2 - \frac{A-D}{C}Z_2 - \frac{B}{C} = 0, \quad Z_1^2 + \frac{A-D}{C}Z_1 - \frac{B}{C} = 0$$

- Και προκύπτει ότι:

$$Z_2 = \frac{D-A}{2C} \pm \sqrt{\frac{(D-A)^2}{4C^2} + \frac{B}{C}} \quad Z_1 = \frac{A-D}{2C} \pm \sqrt{\frac{(A-D)^2}{4C^2} + \frac{B}{C}}$$



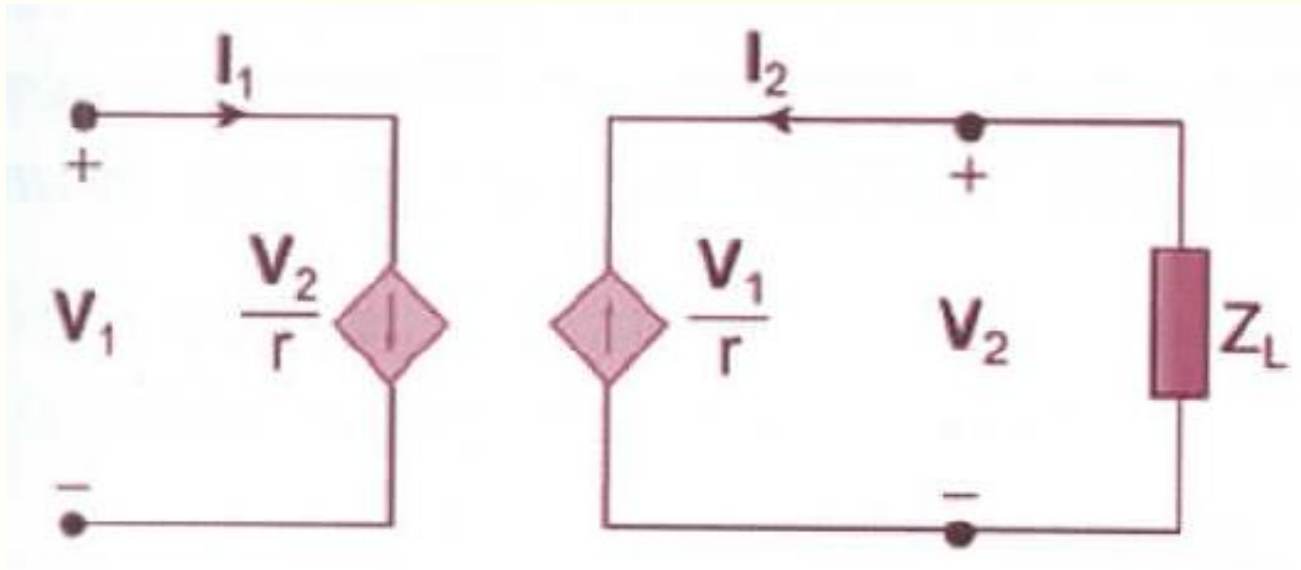
ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΑΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ (Gyrator)

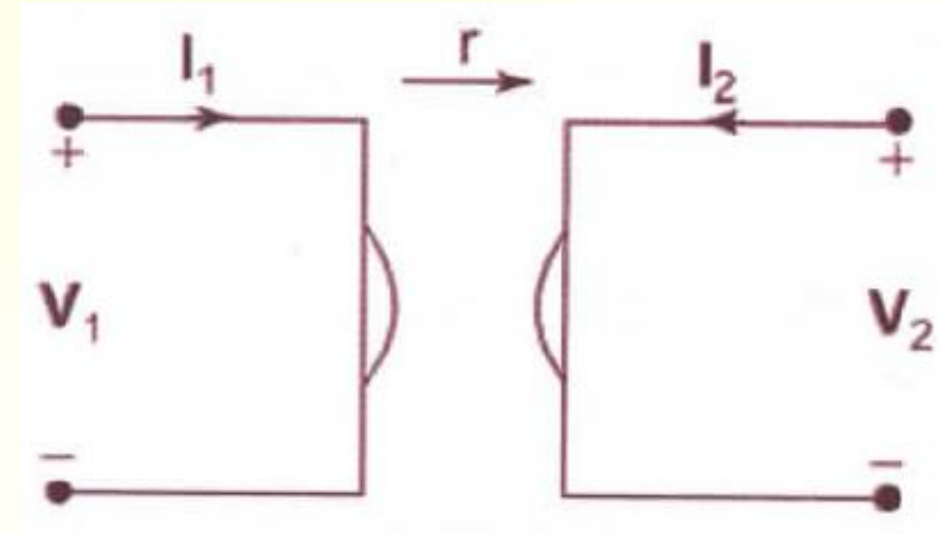
- Μετατρέπει μια σύνθετη αντίσταση στη δυαδική της:

$$(R) + jX \rightarrow (R) - jX$$

- Ισοδύναμο κύκλωμα:



Σύμβολο:



- Εφαρμογές:** Συνήθως όπου τα πηνία είναι πρόβλημα! (π.χ. μικροηλεκτρονική)

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΑΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ (Gyrator)

- Για ένα δίθυρο με παραμέτρους μεταφοράς A, B, C, D θέλουμε:

$$Z_{in} = \frac{B + AZ_L}{D + CZ_L} = \frac{r^2}{Z_L} \quad \begin{array}{l} r: \text{αντίσταση αντιστροφής} \\ \text{(gyration resistance)} \end{array}$$

- Για να ισχύει, πρέπει $A = D = 0$ και $B/C = r^2$ και αφού το B έχει διάσταση αντίστασης το θέτουμε ίσο με r οπότε:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & r \\ \frac{1}{r} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

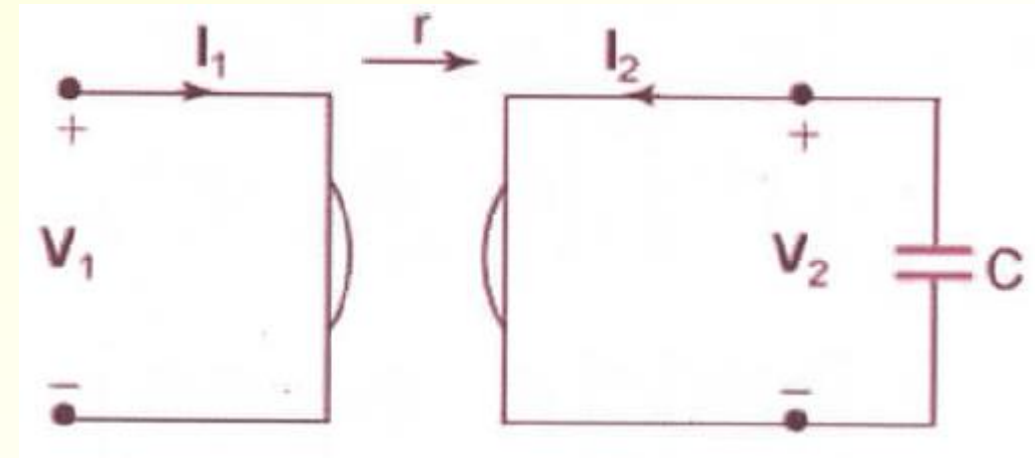
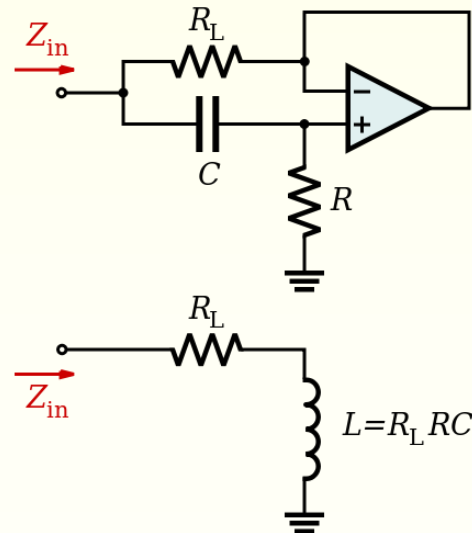
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΑΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ (Gyrator)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

- Ένας πυκνωτής φαίνεται σαν αυτεπαγωγή

$$Z_L = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow Z_{in} = j\omega r^2 C = j\omega L_{\text{ισοδ}}$$

- Υλοποίηση:



ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΘΕΤΙΚΟΣ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ (Positive Impedance Converter)

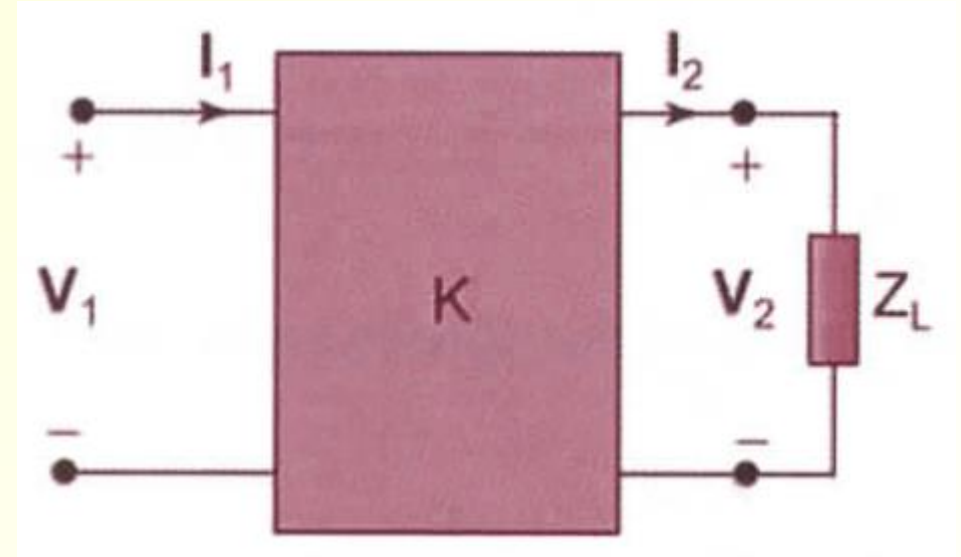
- Μετασχηματίζει μόνο το μέτρο και αφήνει αναλλοίωτη τη γωνία

$$Z_{in} = k^2 Z_L$$

- Για ένα δίθυρο με παραμέτρους μεταφοράς A, B, C, D θέλουμε:

$$Z_{in} = \frac{B + AZ_L}{D + CZ_L} = k^2 Z_L$$

- Για να ισχύει, πρέπει $B = C = 0$ και $A = k$ και $D = 1/k$ οπότε:



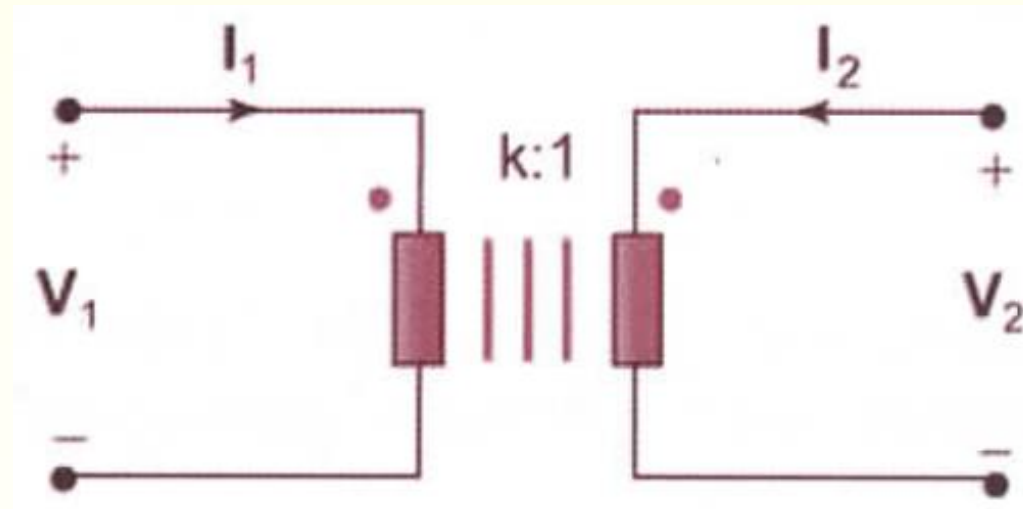
ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΘΕΤΙΚΟΣ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ (Positive Impedance Converter)

- ...οπότε πρέπει:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & \frac{1}{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

- Δηλαδή, το ζητούμενο δίθυρο είναι ο ιδανικός μετασχηματιστής:



ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ (Negative Impedance Converter)

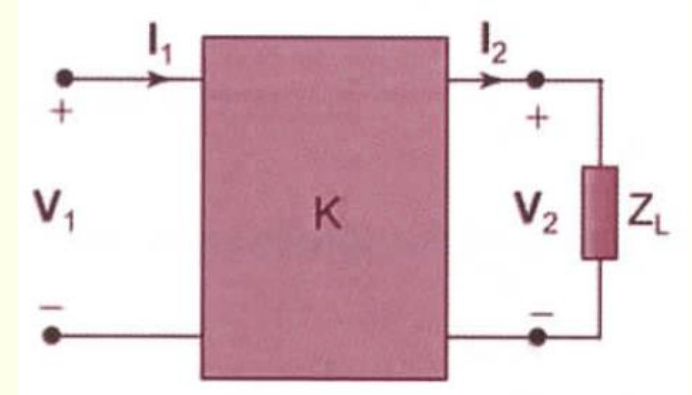
- Υλοποιεί την αρνητική αντίσταση

$$Z_{in} = -k^2 Z_L$$

- Για ένα δίθυρο με παραμέτρους μεταφοράς A, B, C, D θέλουμε:

$$Z_{in} = \frac{B + AZ_L}{D + CZ_L} = -k^2 Z_L$$

- Για να ισχύει, πρέπει $B = C = 0$ και μετά έχουμε διάφορες επιλογές



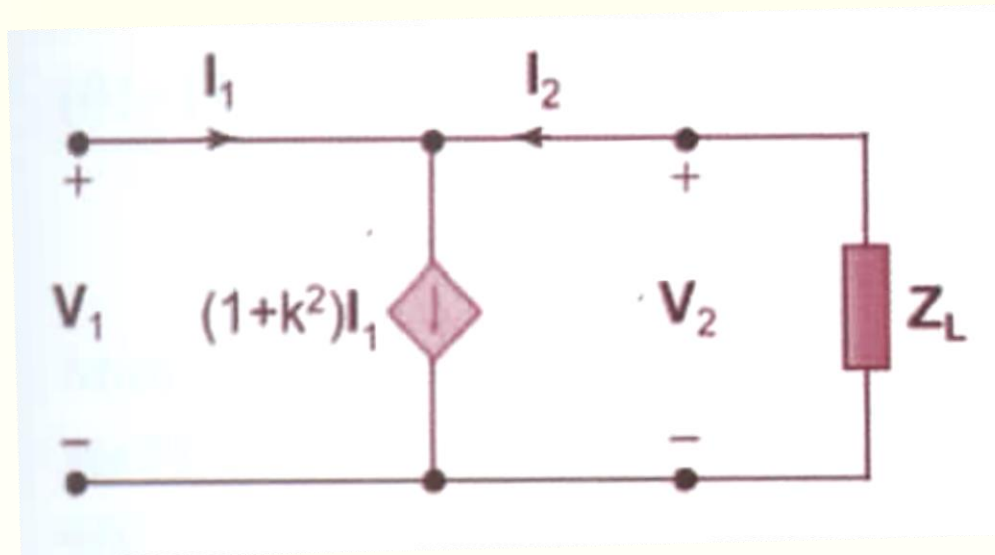
ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ (Negative Impedance Converter)

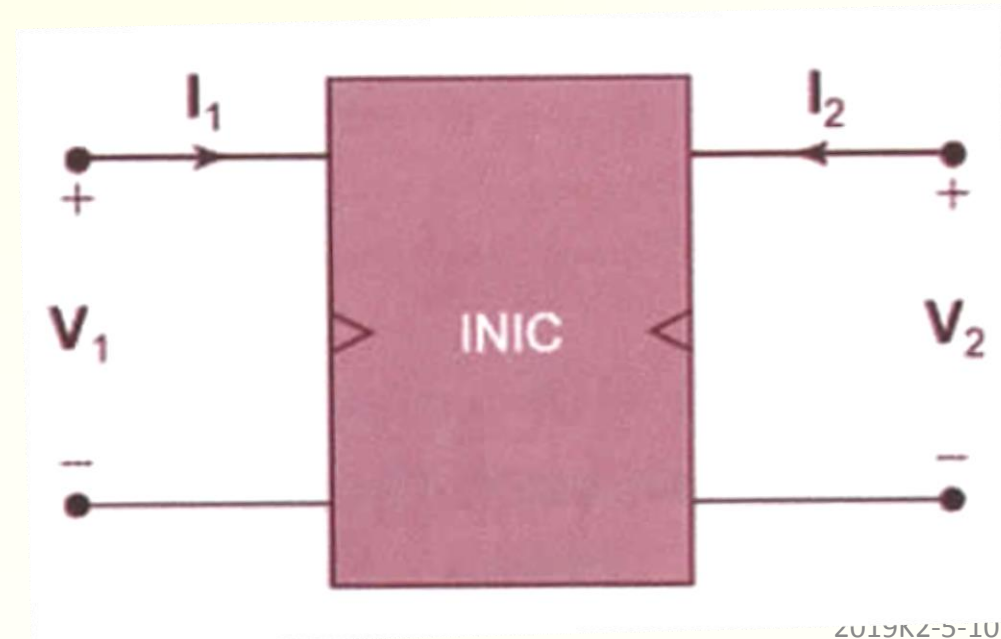
- $B = C = 0$ και **π.χ.** $A = 1$ και $D = 1/k^2$ οπότε:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

- Με υλοποίηση:



Current Inversion NIC



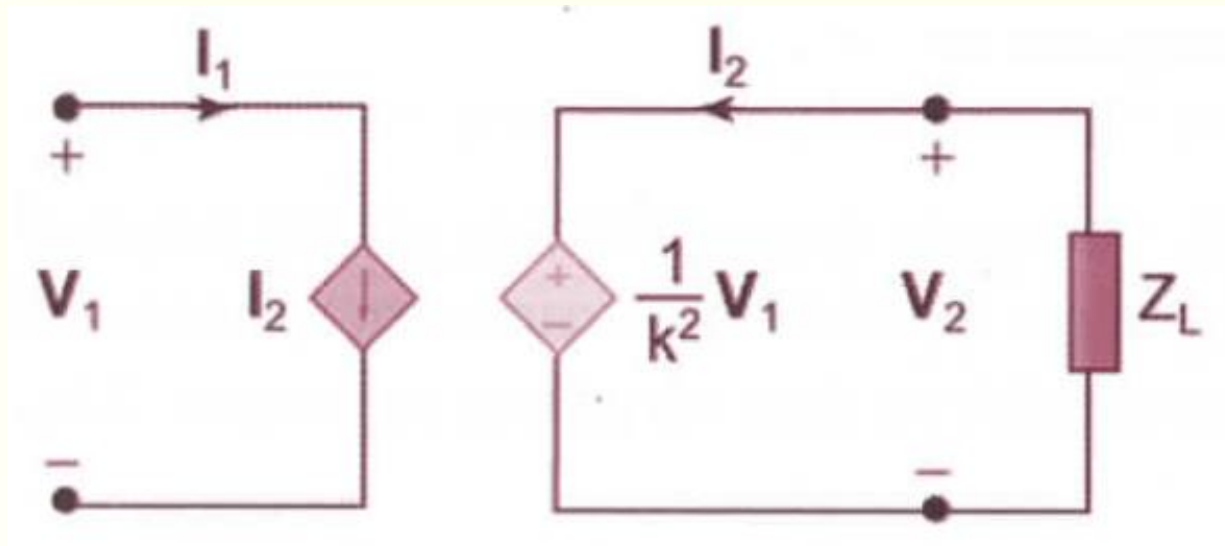
ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΕΝΑ ΔΙΘΥΡΑ—ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ (Negative Impedance Converter)

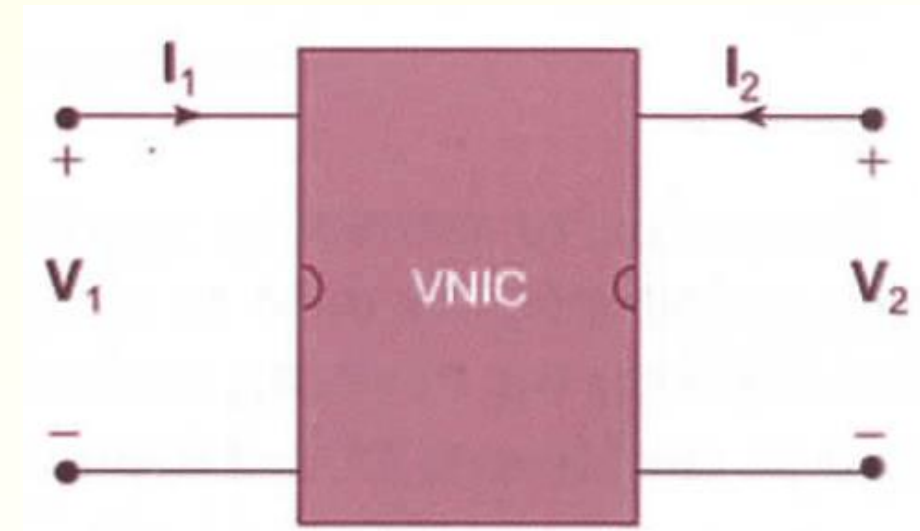
- $B = C = 0$ και **π.χ.** $A = k^2$ και $D = -1$ οπότε:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k^2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

- Με υλοποίηση:



Voltage Inversion NIC



ΔΙΑΣΥΝΔΕΣΕΙΣ
ΔΙΘΥΡΩΝ

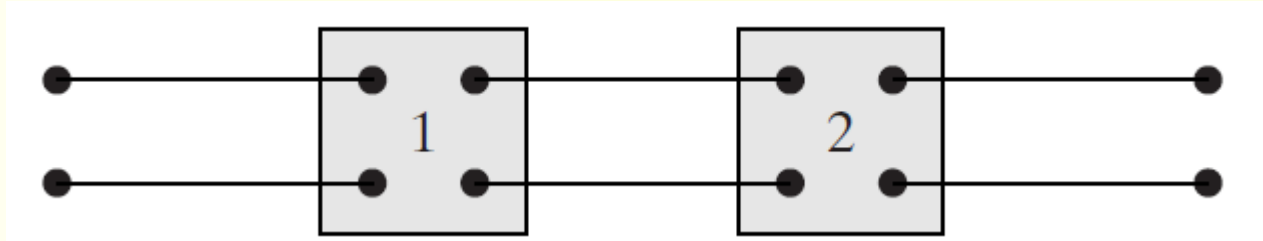
ΔΙΑΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΔΙΘΥΡΩΝ

- Μπορούμε με διάφορους τρόπους να συνδέσουμε δίθυρα μεταξύ τους
- Στη συνέχεια, μπορούμε να υπολογίσουμε τις παραμέτρους (ένα σύνολο είναι αρκετό) του συνδυασμού
- Για κάθε είδος διασύνδεσης υπάρχει ένα σύνολο παραμέτρων για πολύ εύκολο υπολογισμό των παραμέτρων τού ολικού διθύρου από τις παραμέτρους των επί μέρους διθύρων

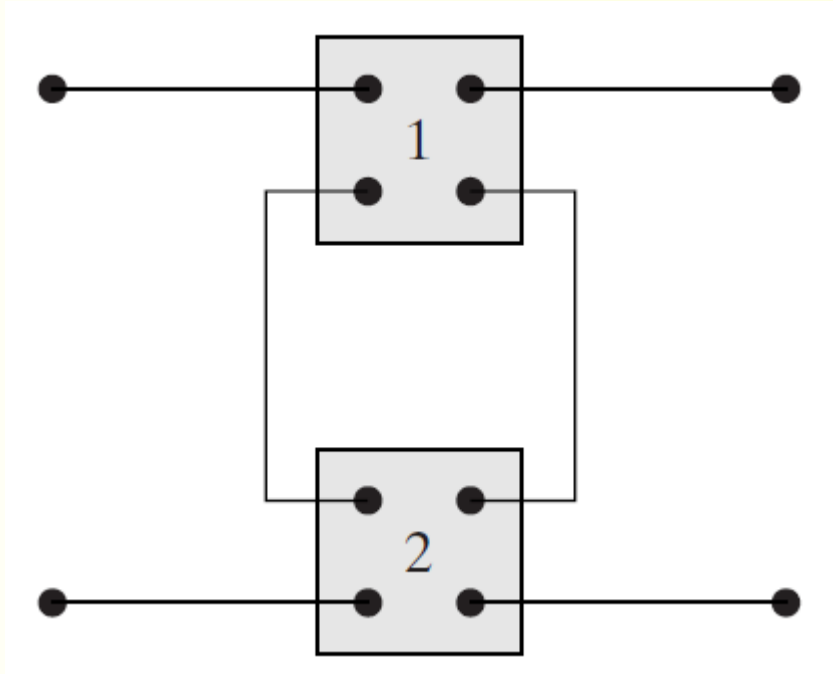
ΔΙΑΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΔΙΘΥΡΩΝ

- **ΠΡΟΣΟΧΗ:** Κάποιες διασυνδέσεις καταλήγουν να είναι **μη επιτρεπτές**
- Δηλαδή, το προκύπτον κύκλωμα παραβιάζει τουλάχιστον μια συνθήκη για να είναι δίθυρο τουλάχιστον ένα από τα επί μέρους δίθυρα
- Σε μια τέτοια περίπτωση, δεν μπορούμε να εκμεταλλευθούμε τη διασύνδεση και πρέπει να υπολογίσουμε ένα σύνολο παραμέτρων για το ολικό δίθυρο χωρίς «διευκόλυνση»
- **Απαιτείται έλεγχος διασυνδεσιμότητας σε κάθε περίπτωση**

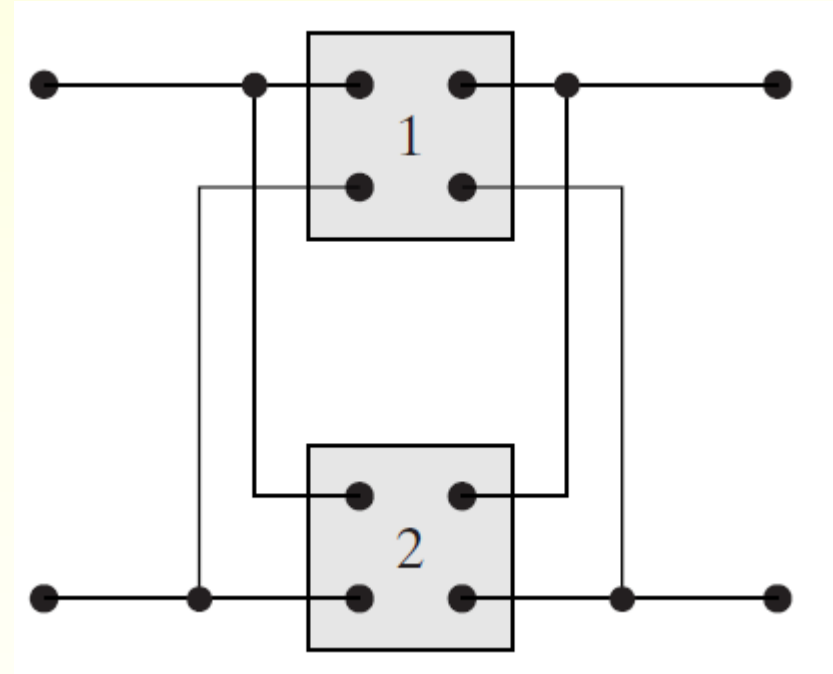
ΔΙΑΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΔΙΘΥΡΩΝ



ΑΛΥΣΙΔΑ (CASCADE)

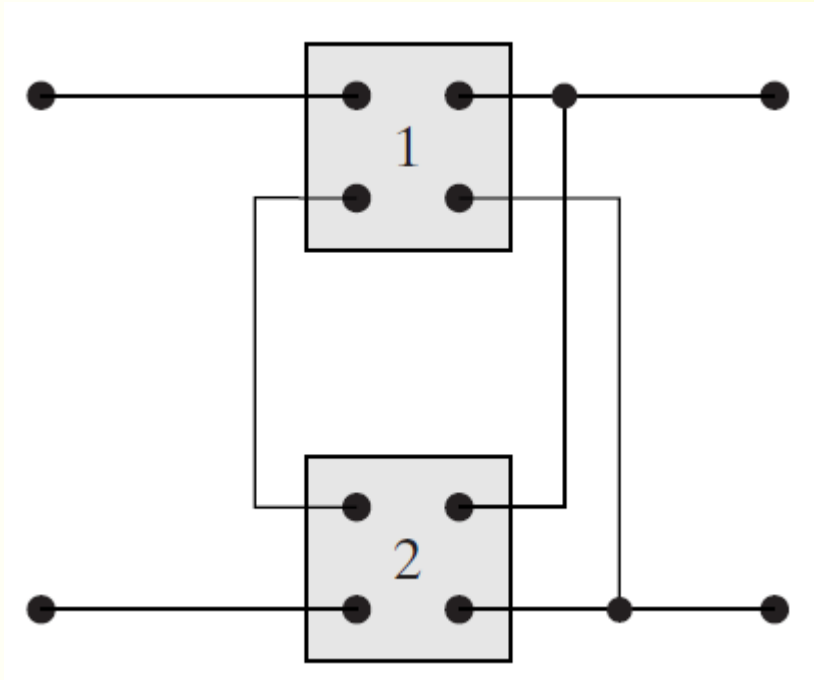


ΣΕ ΣΕΙΡΑ



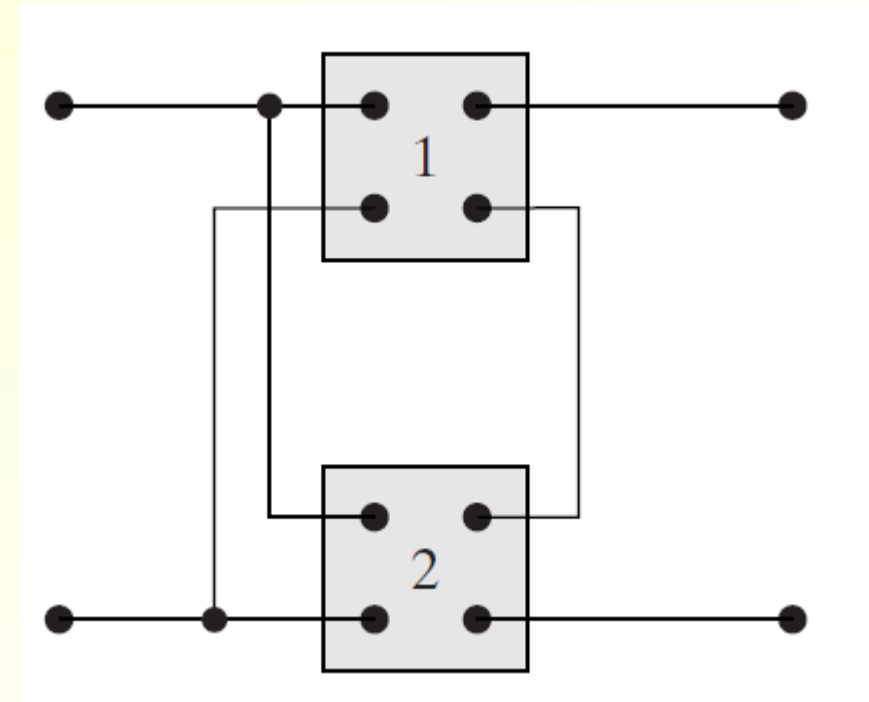
ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

ΔΙΑΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΔΙΘΥΡΩΝ



ΣΕΙΡΑ-ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

Είσοδος----Έξοδος



ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ-ΣΕΙΡΑ

Είσοδος----Έξοδος

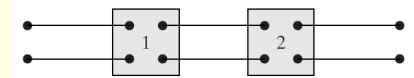
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

- Το πλήρες όνομα της σύνδεσης **ΣΕΙΡΑ-ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ** είναι «είσοδος σε σειρά—έξοδος παράλληλα»
- Με βάση αυτό, η σύνδεση σε σειρά μπορεί να ονομαστεί επίσης «**σειρά-σειρά**» και η παράλληλη «**παράλληλα-παράλληλα**»

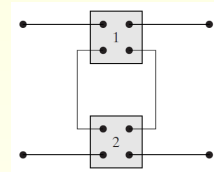
ΔΙΑΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΔΙΘΥΡΩΝ

- **Συνολικά 5:**

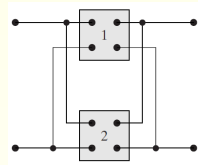
1. Αλυσίδα



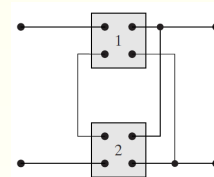
2. Σε σειρά



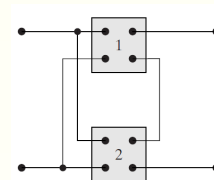
3. Παράλληλα



4. Σειρά - Παράλληλα



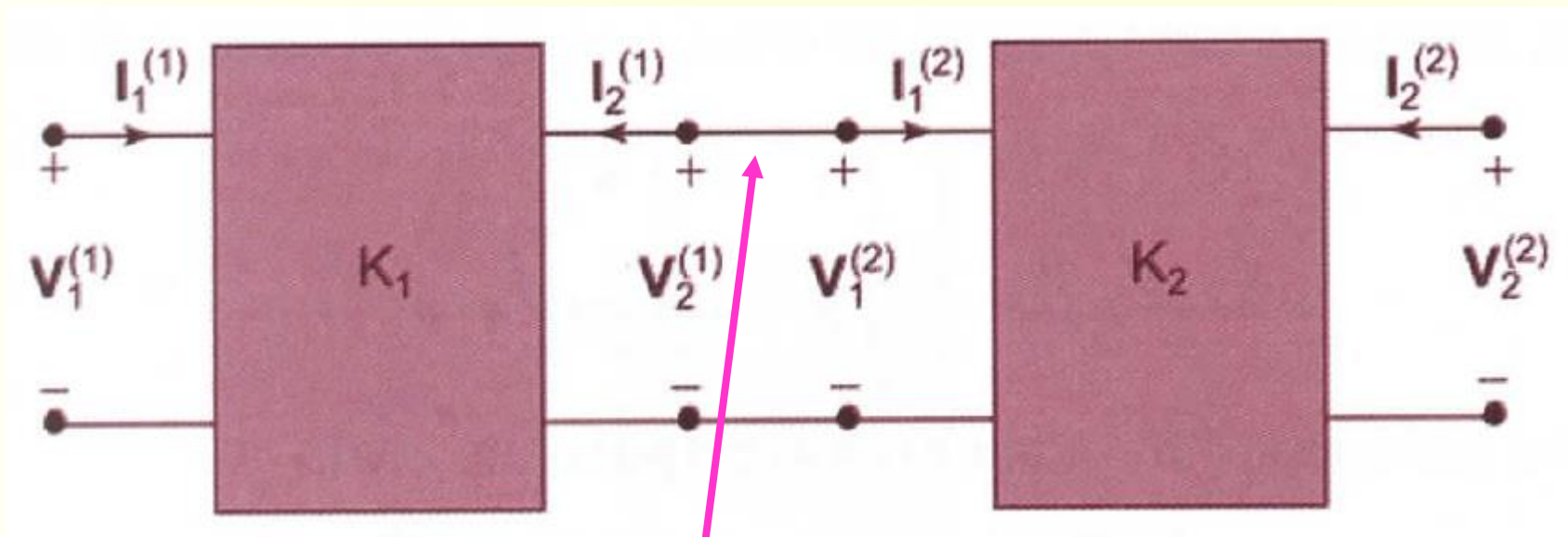
5. Παράλληλα - Σειρά



ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΑΛΥΣΙΔΑ

ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΑΛΥΣΙΔΑ

- Η σύνδεση σε **αλυσίδα** (cascade) είναι αυτή κατά την οποία το ένα δίθυρο «τροφοδοτεί» το άλλο



- Είναι επίσης ο βασικός λόγος για το «παράξενο» πλην στον ορισμό των παραμέτρων μεταφοράς T
- Παρατηρούμε ότι ισχύει ο περιορισμός για ισότητα στα ρεύματα

ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΑΛΥΣΙΔΑ

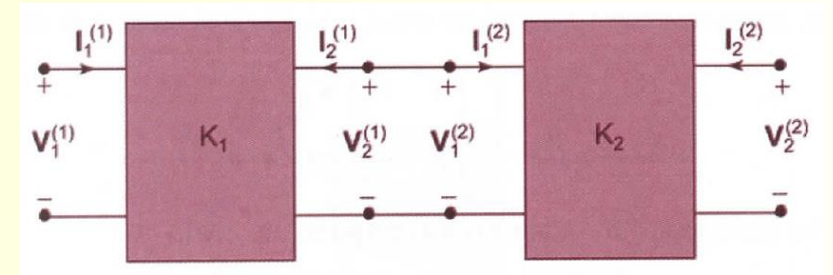
- Από το κύκλωμα βλέπουμε ότι

$$\begin{bmatrix} V_2^{(1)} \\ -I_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ I_1^{(2)} \end{bmatrix}$$

- που δικαιολογεί τη χρήση των παραμέτρων μεταφοράς

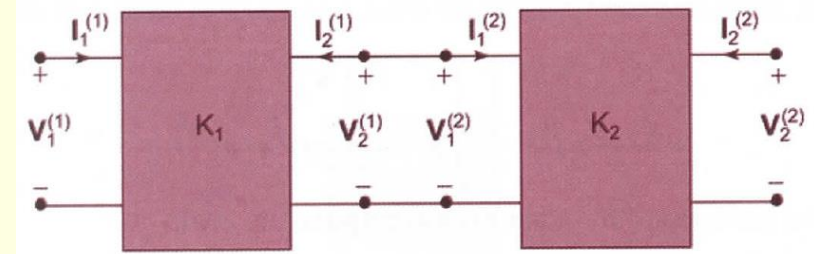
$$\begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ I_1^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^{(1)} \\ -I_2^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ I_1^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^{(2)} \\ -I_2^{(2)} \end{bmatrix}$$



ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΑΛΥΣΙΔΑ

- Έτσι ώστε τελικά



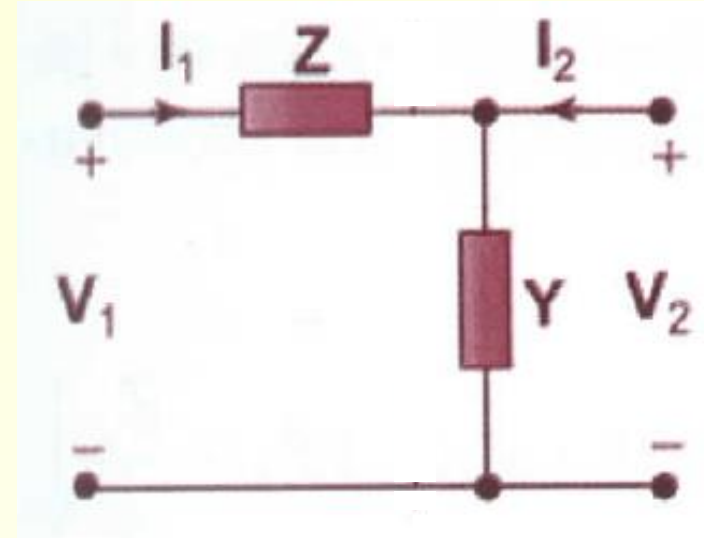
$$\begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ I_1^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^{(2)} \\ -I_2^{(2)} \end{bmatrix}$$

- Ισχύει δηλαδή ότι

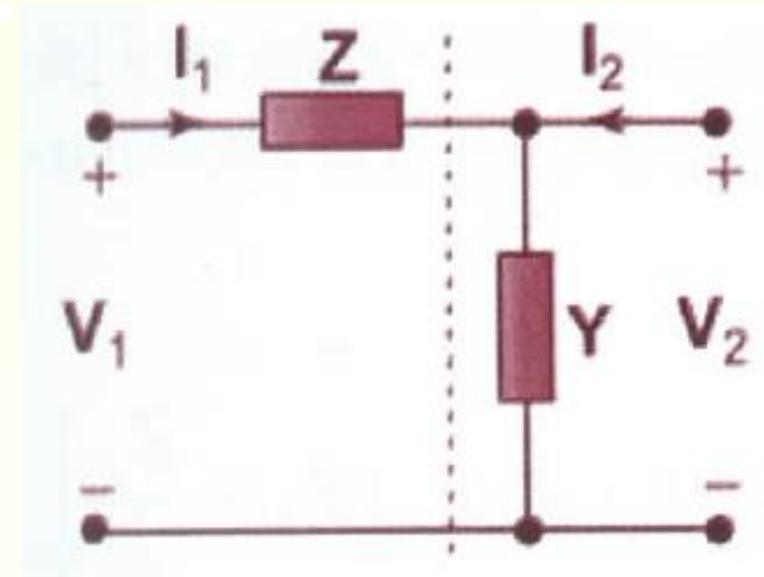
$$[T_{eq}] = [T_1][T_2]$$

ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΑΛΥΣΙΔΑ—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

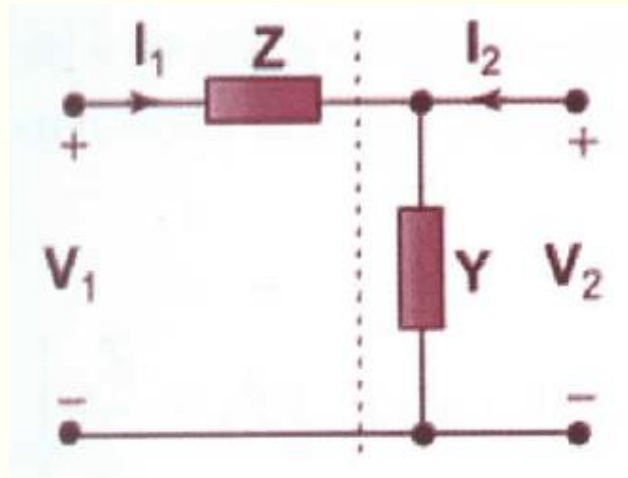
- Θέλουμε να υπολογίσουμε τις παραμέτρους μεταφοράς για το δίθυρο



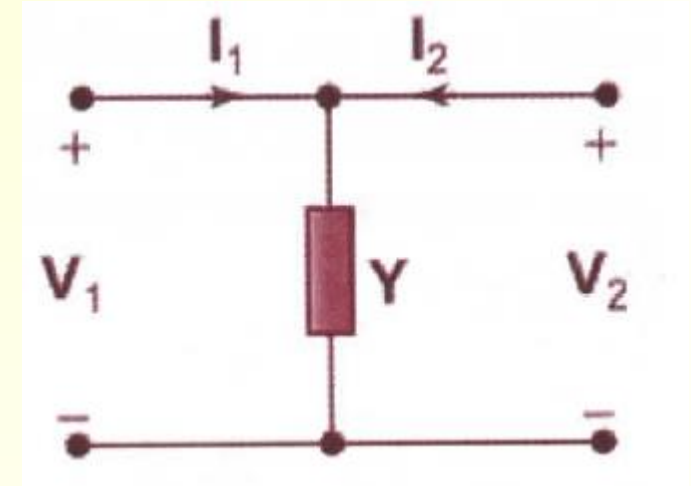
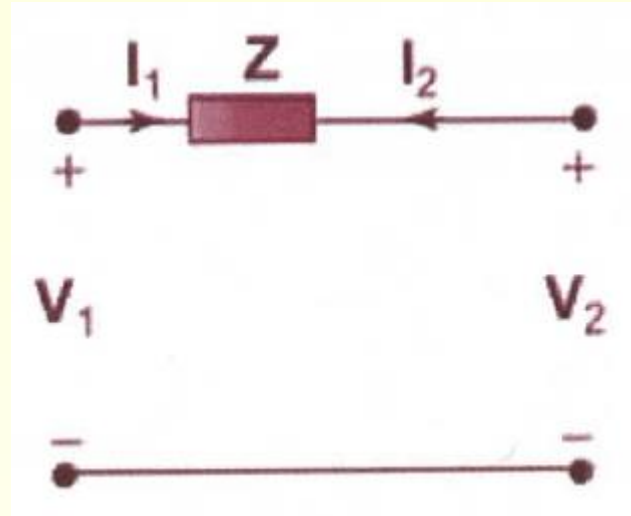
- Το θεωρούμε σαν δυο δίθυρα σε αλυσίδα:



ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΑΛΥΣΙΔΑ—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



=



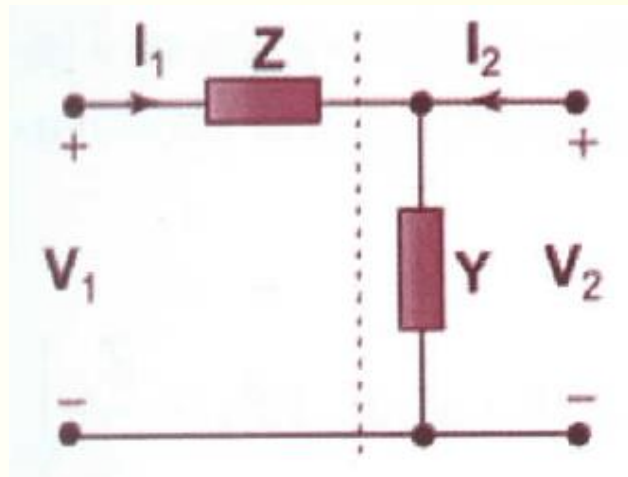
- Ισχύει ότι

$$\begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ I_1^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^{(1)} \\ -I_2^{(1)} \end{bmatrix}$$

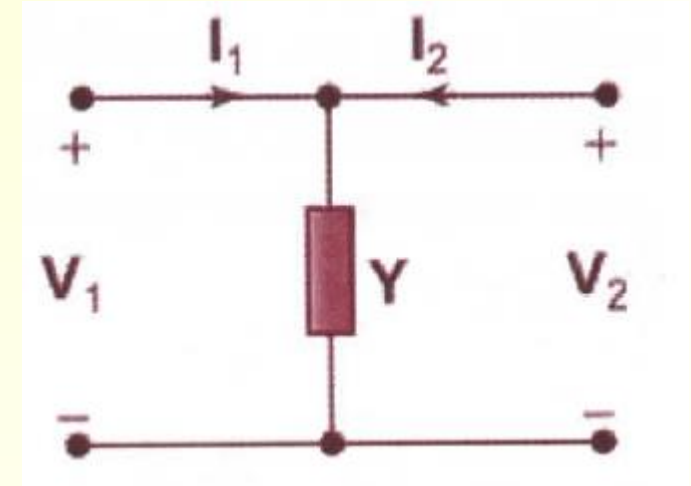
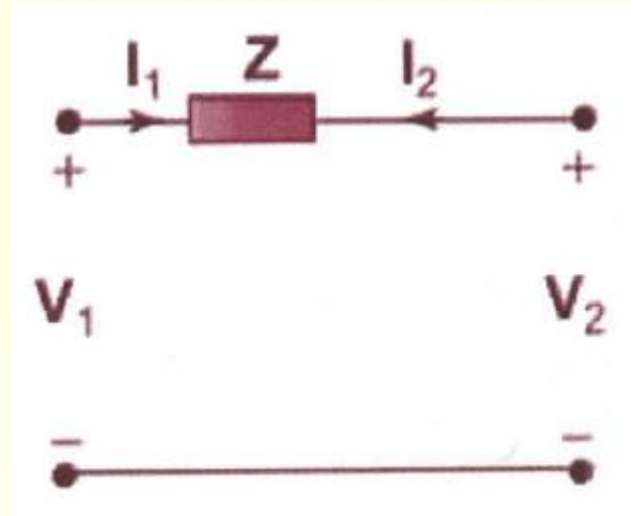
$$\begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ I_1^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^{(1)} \\ -I_2^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$[T_{eq}] = [T_1][T_2]$$

ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΑΛΥΣΙΔΑ—ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



=

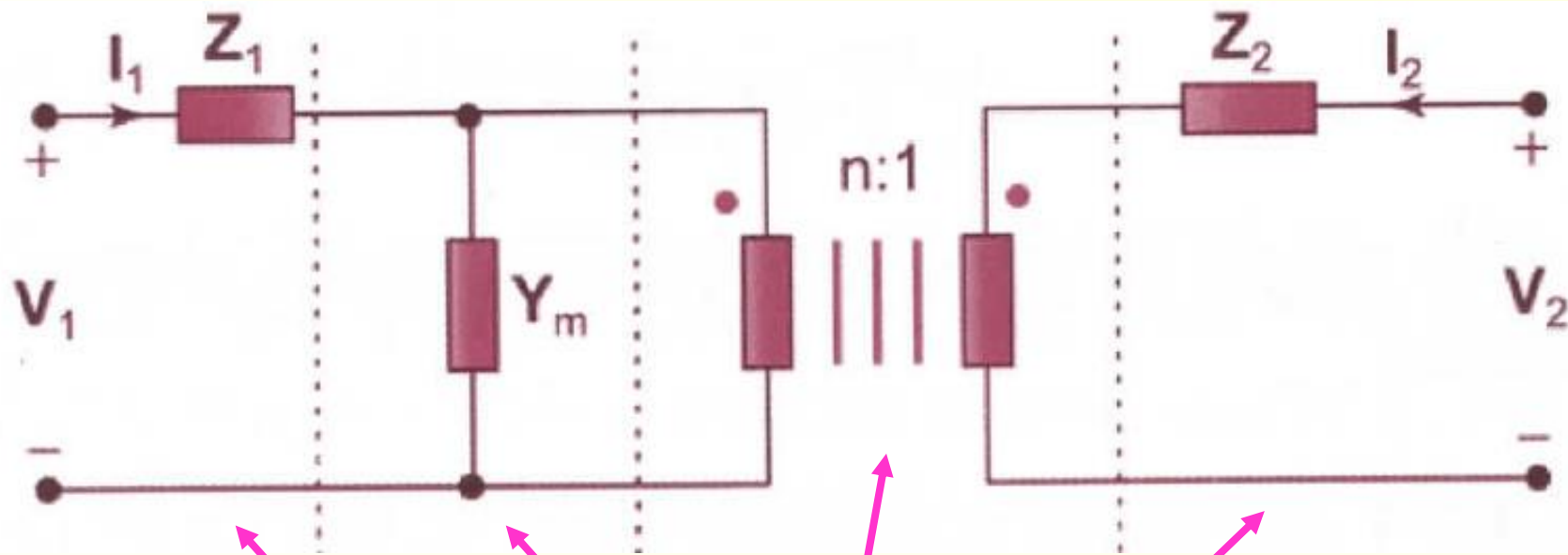


$$[T_{eq}] = [T_1][T_2]$$

$$[T_{eq}] = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + ZY & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$

ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΑΛΥΣΙΔΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Ο ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗΣ

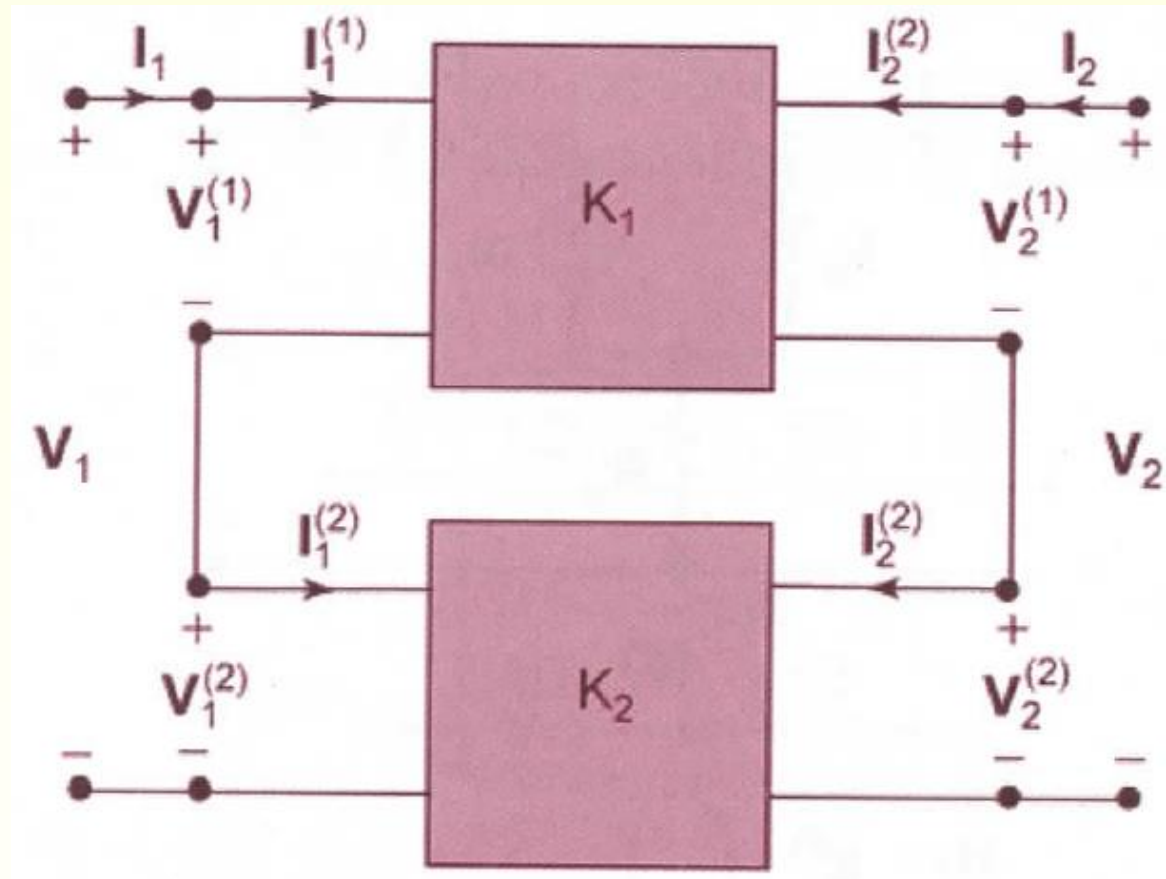


$$[T_{eq}] = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n(1 + Z_1 Y_m) & n(1 + Z_1 Y_m)Z_2 + \frac{Z_1}{n} \\ nY_m & nY_m Z_2 + \frac{1}{n} \end{bmatrix}$$

ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΣΕΙΡΑ

ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΣΕΙΡΑ

- Σύνδεση **σε σειρά**: όταν η τάση ακροδεκτών του ολικού διθύρου είναι ίση με το άθροισμα των τάσεων ακροδεκτών των επί μέρους διθύρων **και** τα ρεύματα του ολικού και των επί μέρους είναι ίσα μεταξύ τους



ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΣΕΙΡΑ—ΑΝΑΛΥΣΗ

- Ισχύει ότι:

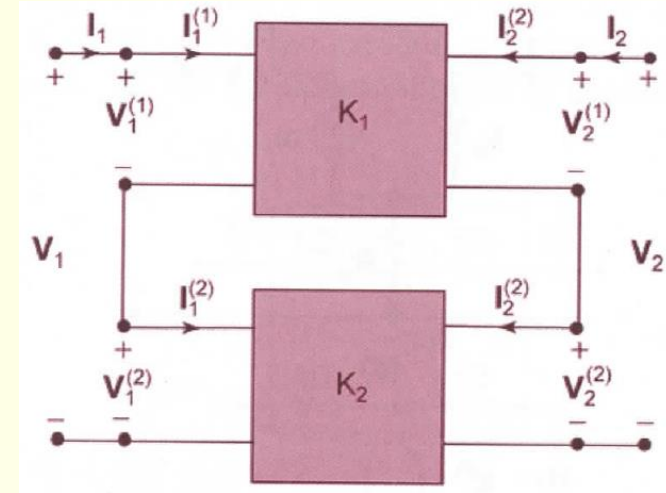
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ V_2^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^{(1)} \\ I_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^{(2)} \\ I_2^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}^{(1)} & z_{12}^{(1)} \\ z_{21}^{(1)} & z_{22}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1^{(1)} \\ I_2^{(1)} \end{bmatrix}$$

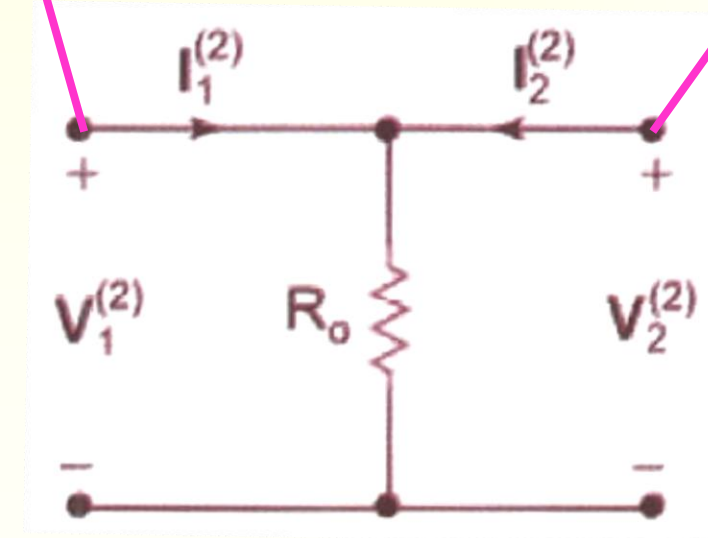
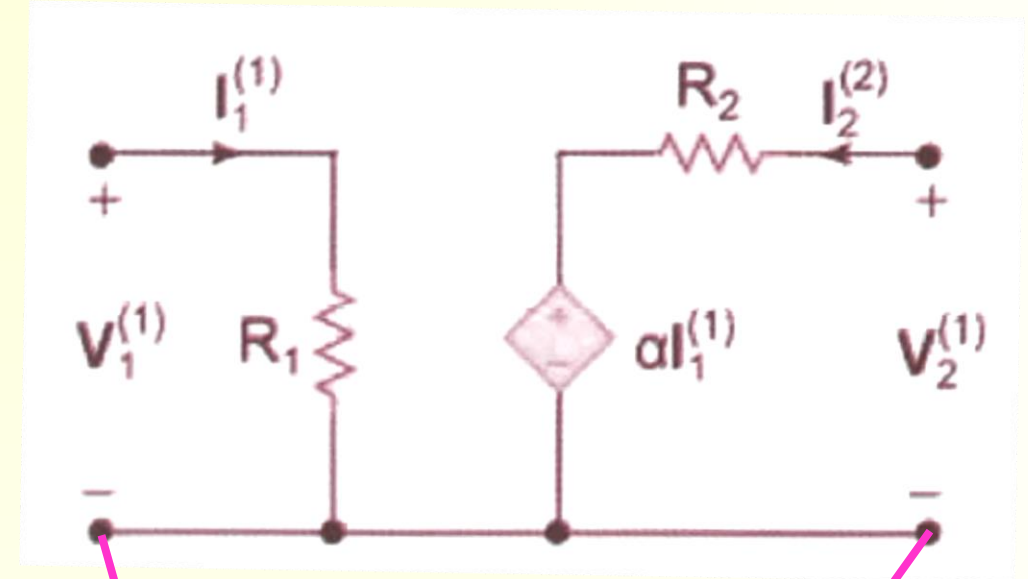
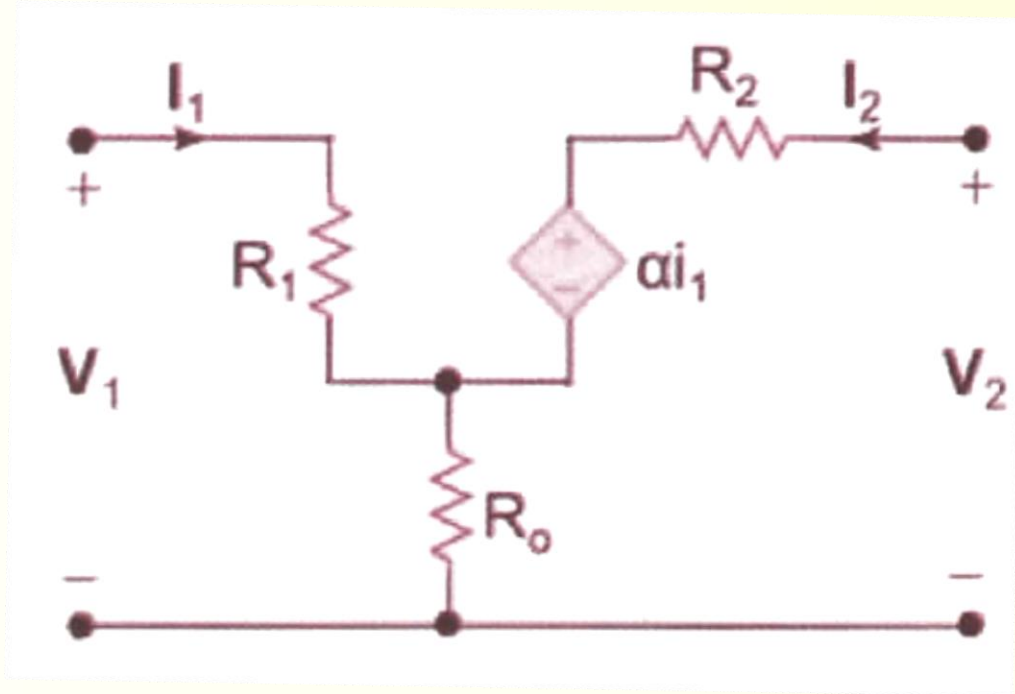
$$\begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ V_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}^{(2)} & z_{12}^{(2)} \\ z_{21}^{(2)} & z_{22}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1^{(2)} \\ I_2^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$[z_{eq}] = [z^{(1)}] + [z^{(2)}]$$



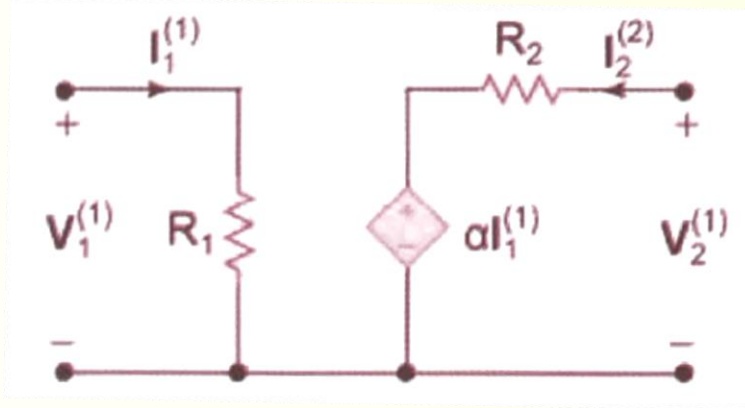
ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΣΕΙΡΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

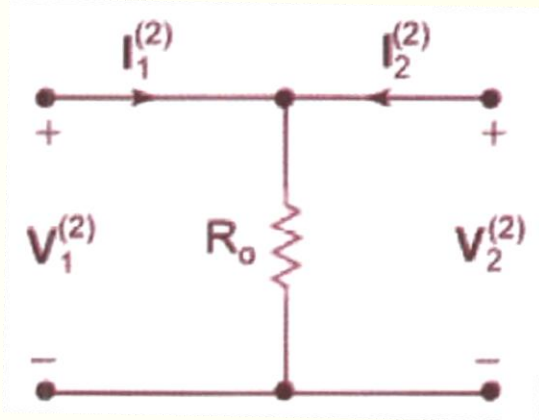


ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΣΕΙΡΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



$$\begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ a & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1^{(1)} \\ I_2^{(1)} \end{bmatrix}$$



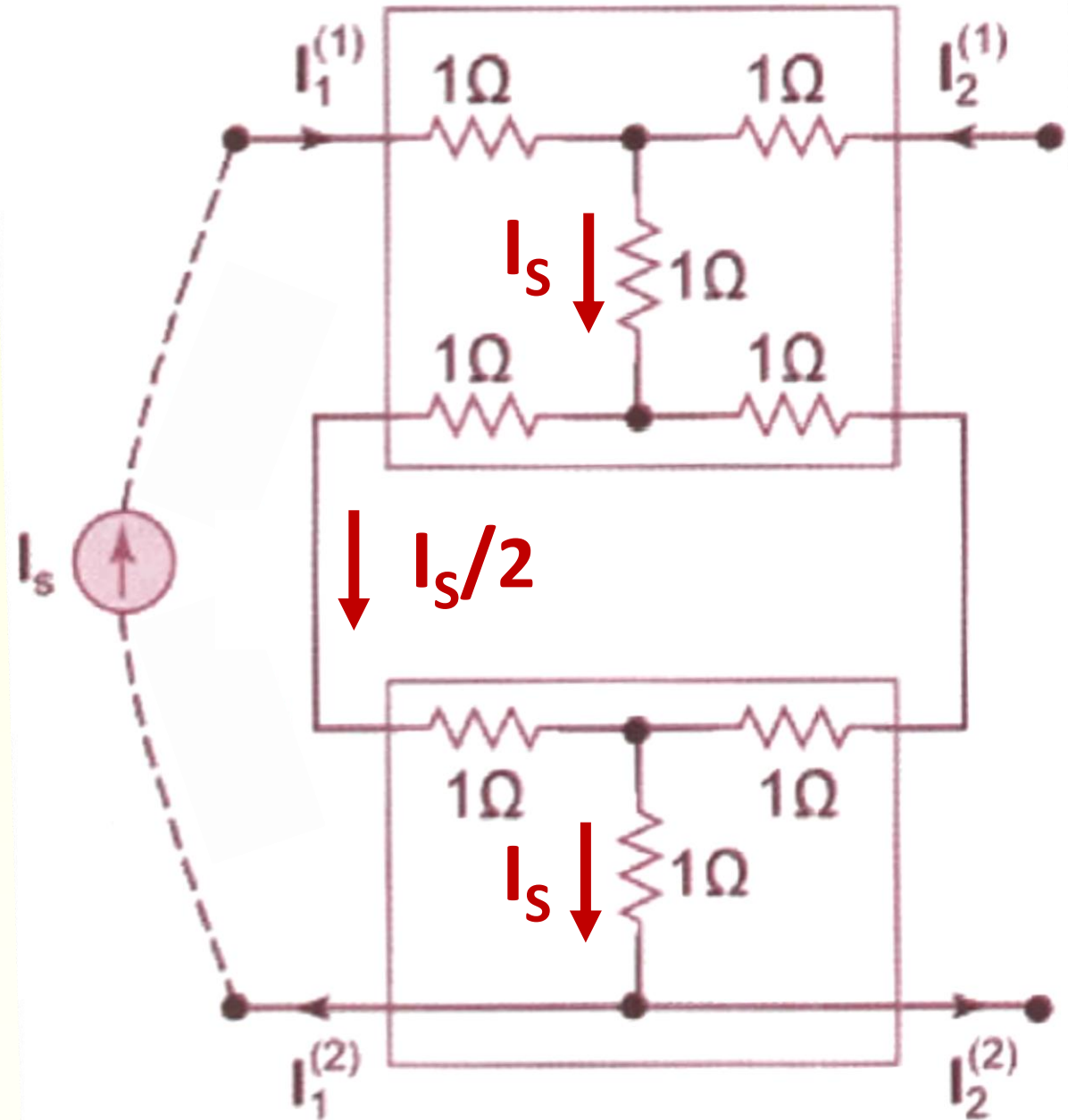
$$\begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ V_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_o & R_o \\ R_o & R_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1^{(2)} \\ I_2^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_o & R_o \\ a + R_o & R_o + R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΣΕΙΡΑ

ΑΝΤΙΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

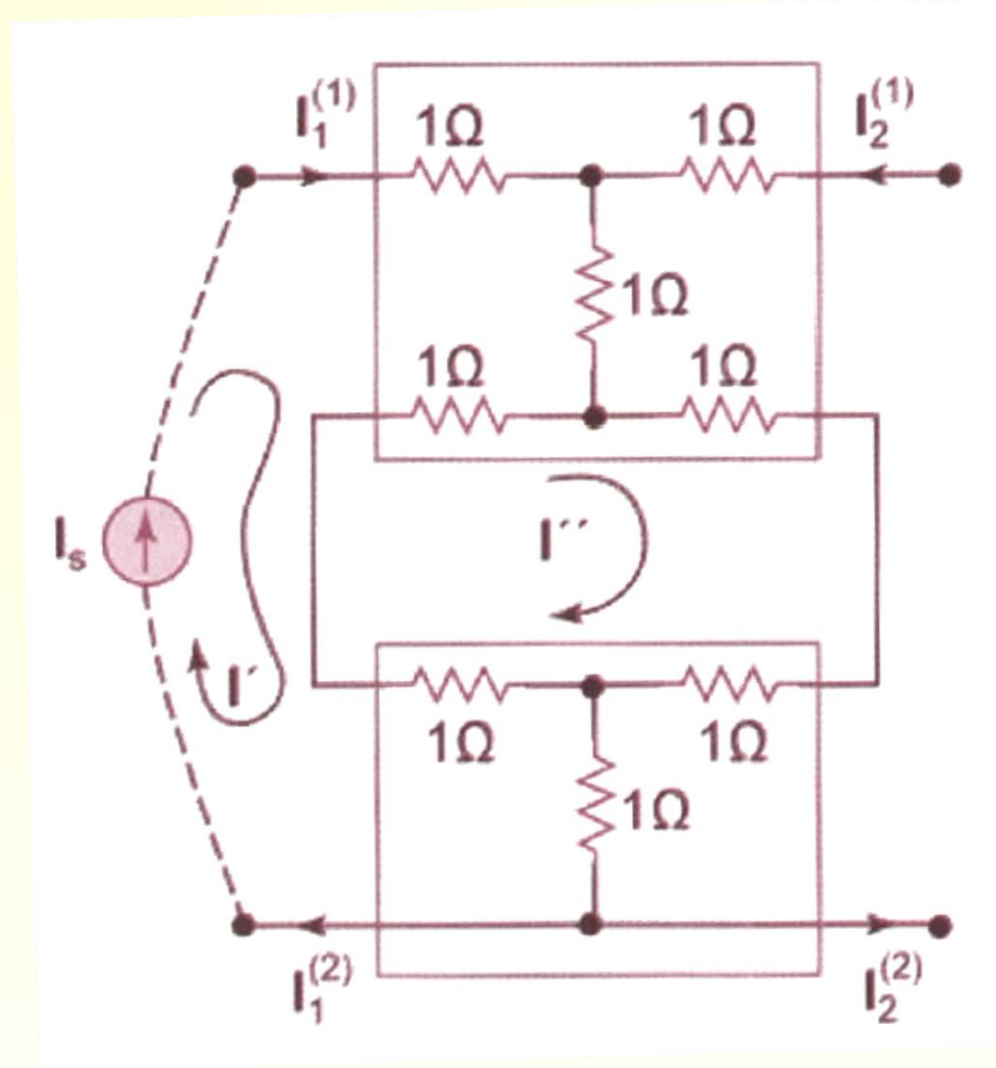
- Τροφοδοτούμε με ένα ρεύμα I_s τα δυο συνδεδεμένα σε σειρά δίθυρα
- Διαπιστώνουμε ότι εξ αιτίας τής σύνδεσης, τα επί μέρους δίθυρα έπαψαν να ικανοποιούν τους περιορισμούς (αρ. 3) για τα δίθυρα
- Η σύνδεση **ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ!**



ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΣΕΙΡΑ

ΑΝΤΙΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

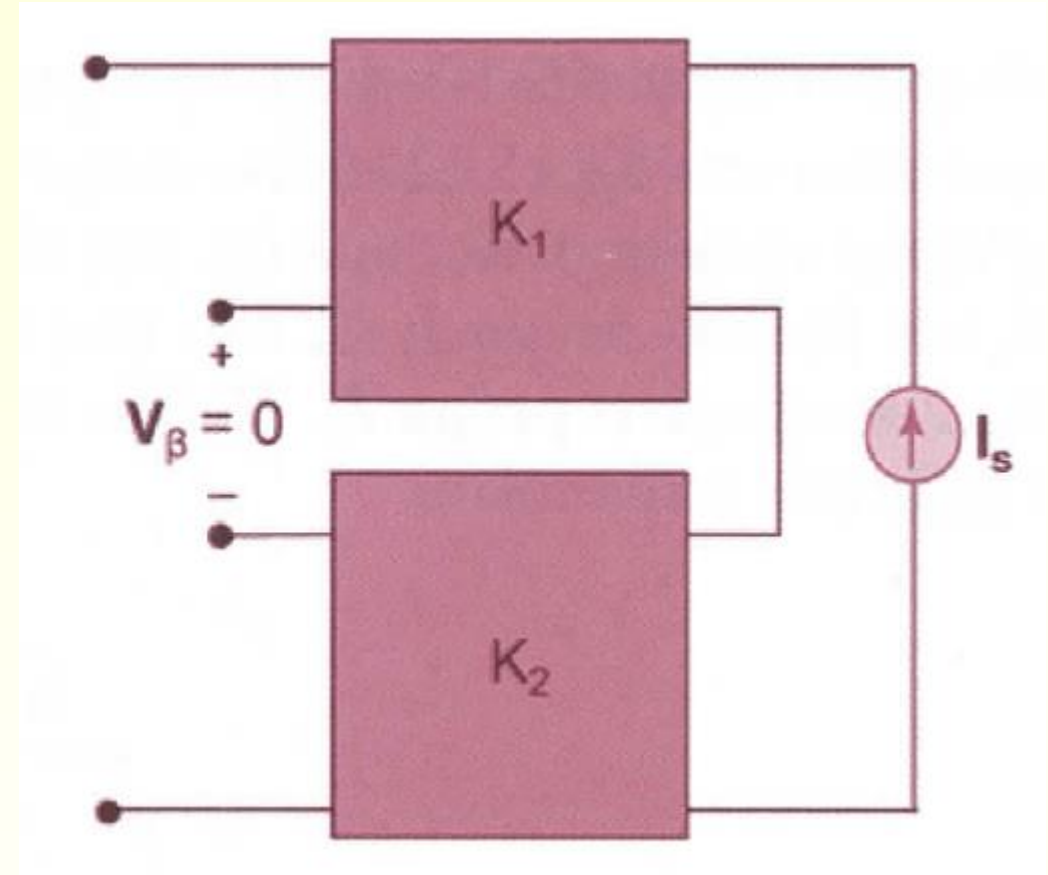
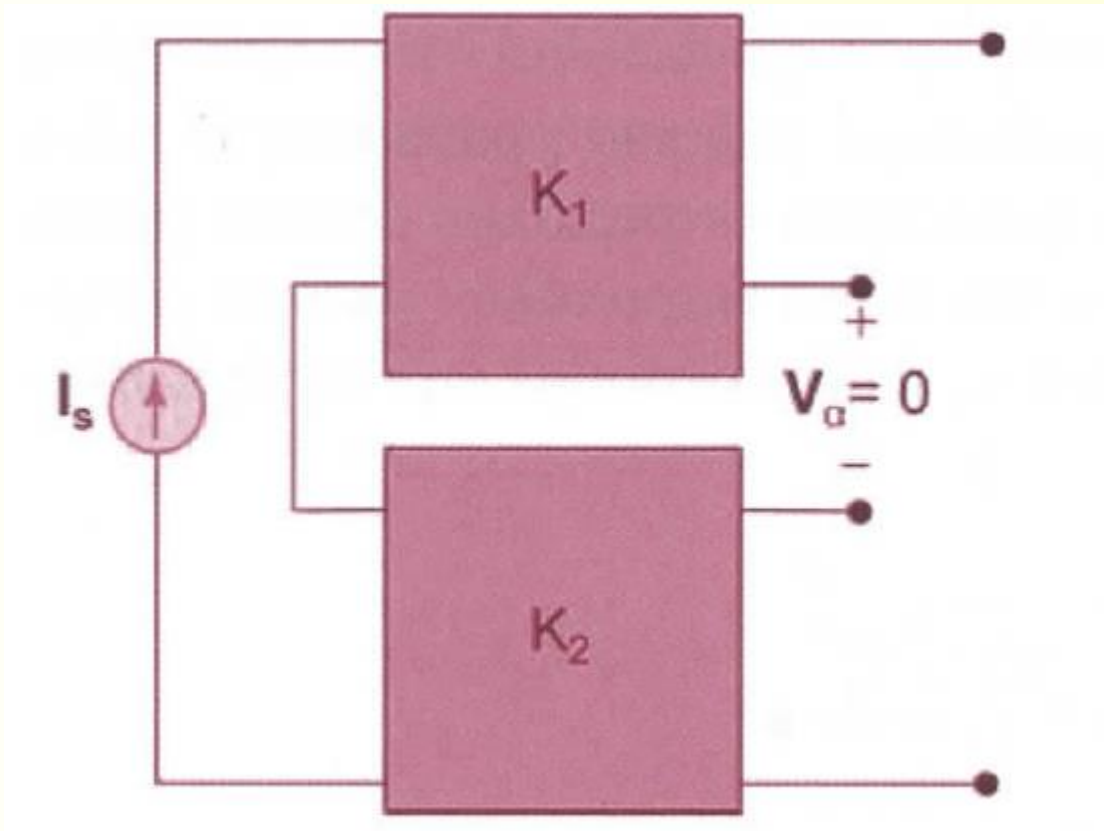
- Πώς εξασφαλίζουμε ότι δεν θα συμβούν τέτοια «ατυχήματα»;
- **ΑΠΑΝΤΗΣΗ:** Χρησιμοποιούμε τον **έλεγχο του Brune** (Brune test) που διασφαλίζει ότι δεν παραβιάζεται ο κανόνας για την ισότητα των ρευμάτων
- Στο παράδειγμα θα έπρεπε να ισχύει ότι
$$I' = I'' - I_s = I_s \Rightarrow I'' = 0$$



Δηλαδή, ο βρόχος που σχηματίζουν μεταξύ τους τα συνδεόμενα δίθυρα θα πρέπει να μη διαρρέεται από ρεύμα (αδύνατο στο παράδειγμα)

ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΣΕΙΡΑ

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE ΓΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗ ΔΙΘΥΡΩΝ ΣΕ ΣΕΙΡΑ

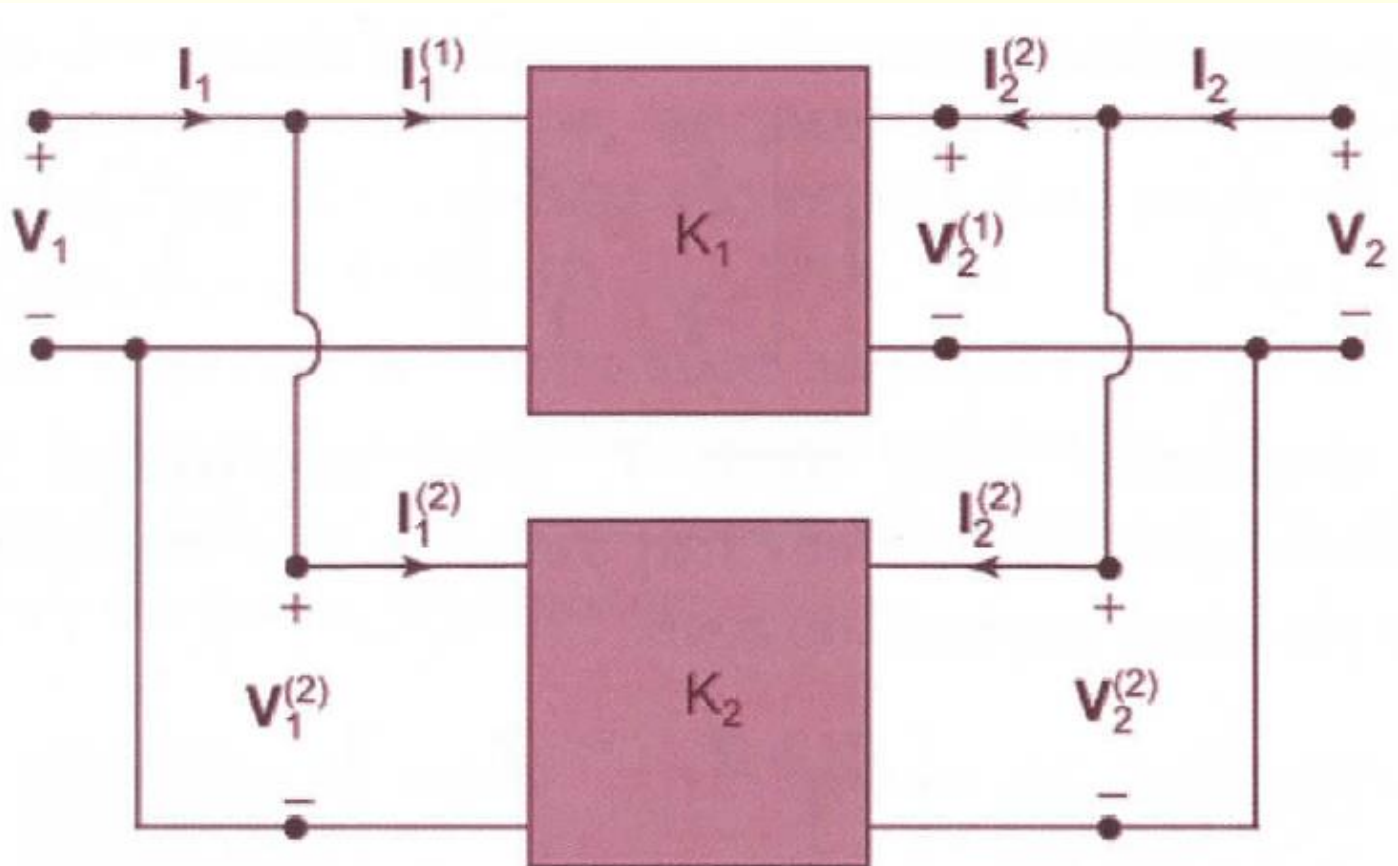


Πρέπει και $V_\alpha = 0$ και $V_\beta = 0$

ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

- Σύνδεση **παράλληλα**: όταν το ολικό δίθυρο και τα επί μέρους δίθυρα έχουν κοινές τάσεις
- Τότε, το ρεύμα ακροδεκτών τού ολικού διθύρου είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων ακροδεκτών των επί μέρους διθύρων

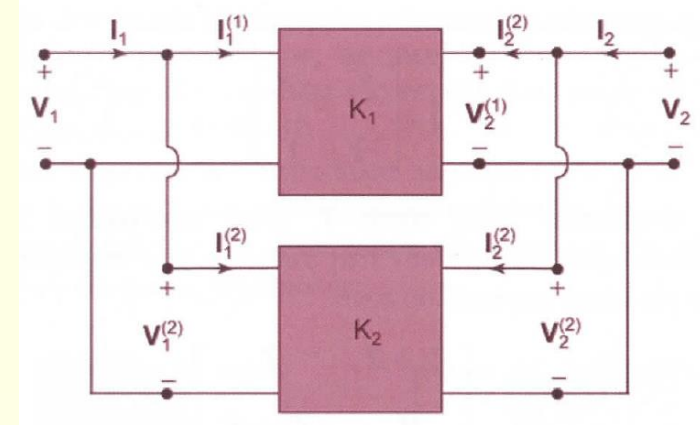


ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ—ΑΝΑΛΥΣΗ

- Ισχύει ότι:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ V_2^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^{(1)} \\ I_2^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1^{(2)} \\ I_2^{(2)} \end{bmatrix}$$



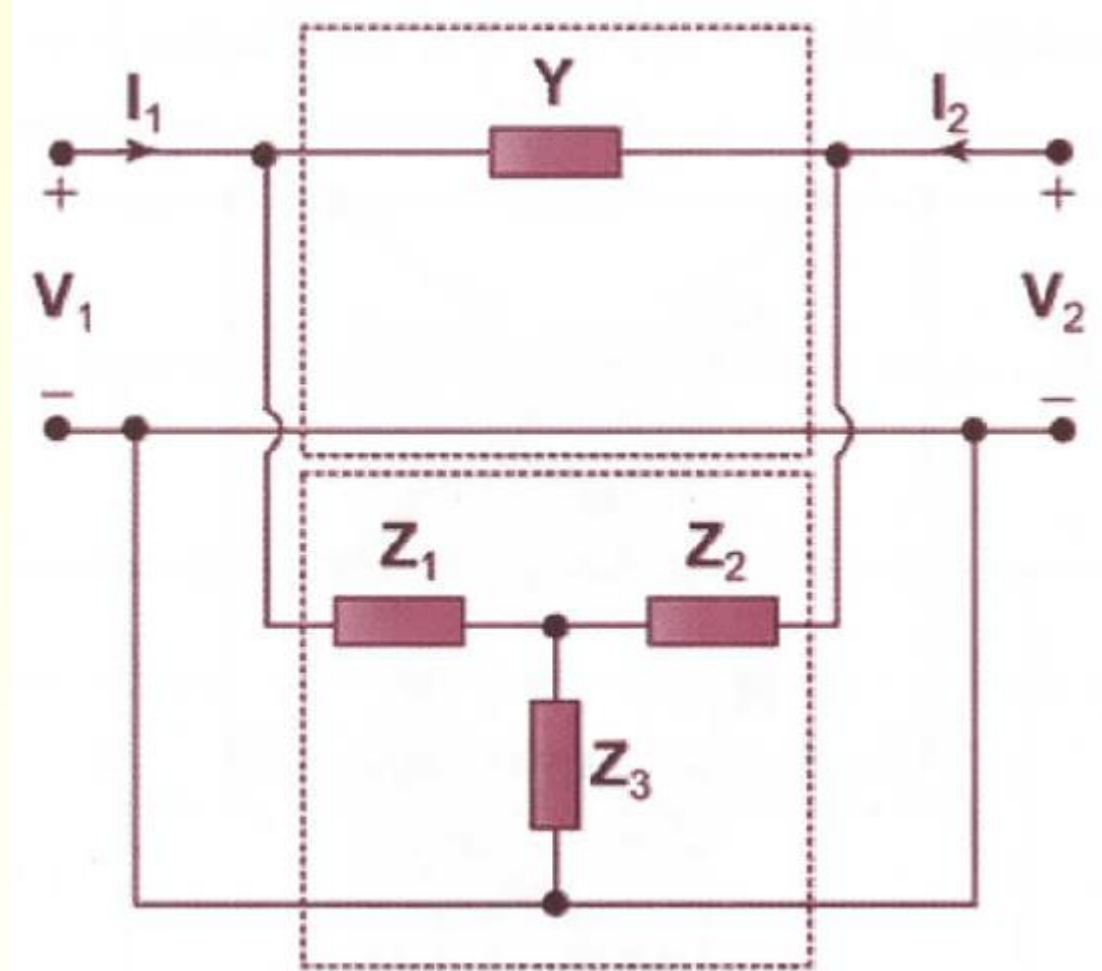
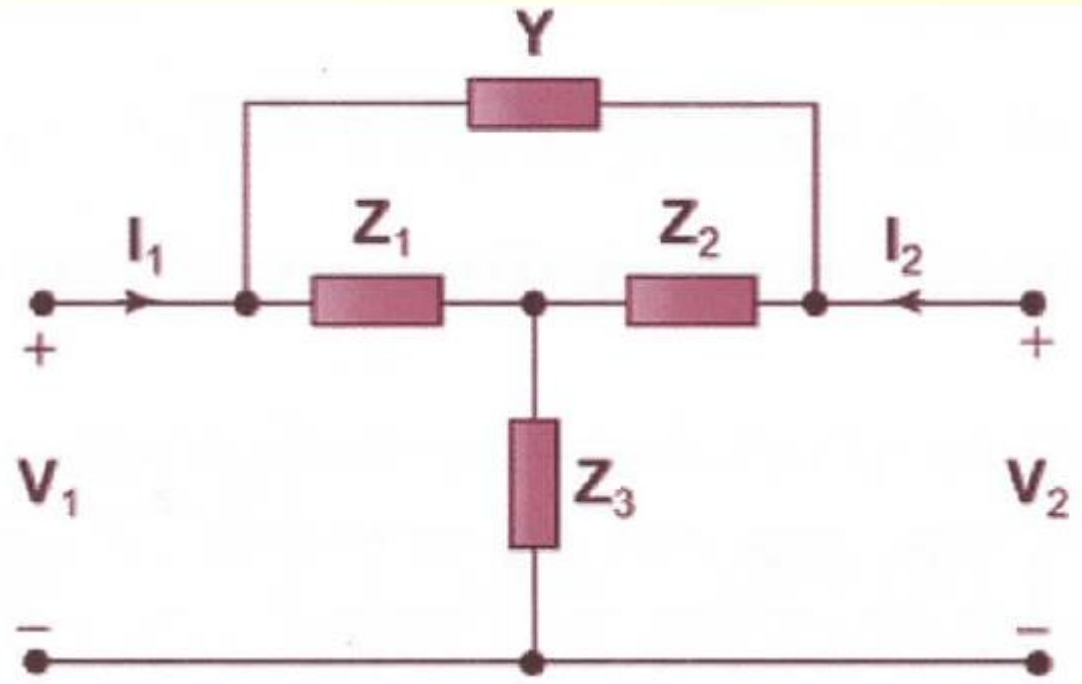
$$\begin{bmatrix} I_1^{(1)} \\ I_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}^{(1)} & y_{12}^{(1)} \\ y_{21}^{(1)} & y_{22}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1^{(2)} \\ I_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}^{(2)} & y_{12}^{(2)} \\ y_{21}^{(2)} & y_{22}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ V_2^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$[y_{eq}] = [y^{(1)}] + [y^{(2)}]$$

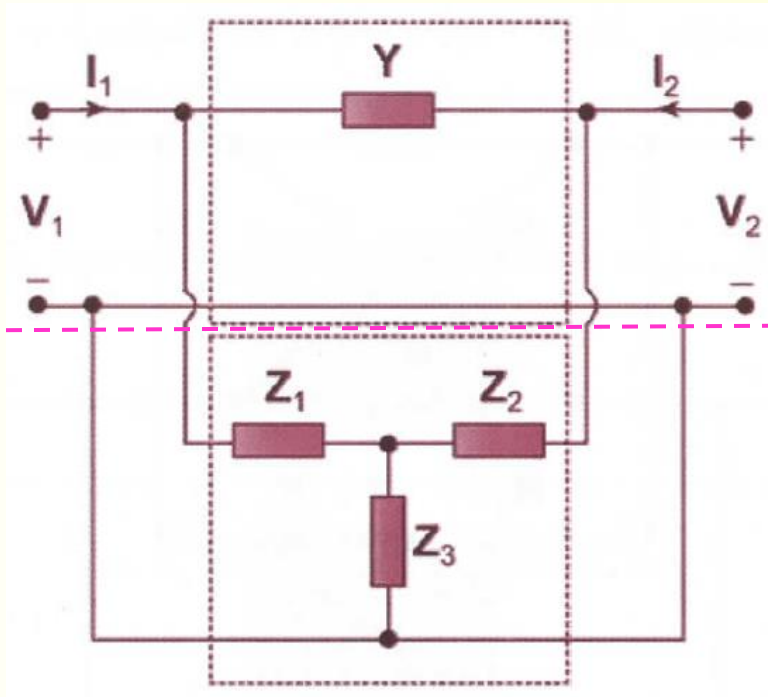
ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ—ΓΕΦΥΡΩΜΕΝΟΣ ΑΣΤΕΡΑΣ



ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

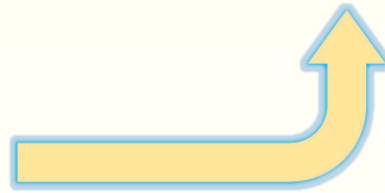


$$[y^{(1)}] = \begin{bmatrix} Y & -Y \\ -Y & Y \end{bmatrix}$$

$$[y^{(2)}] = \frac{1}{\Delta_Z} \begin{bmatrix} Z_2 + Z_3 & -Z_3 \\ -Z_3 & Z_1 + Z_3 \end{bmatrix}$$

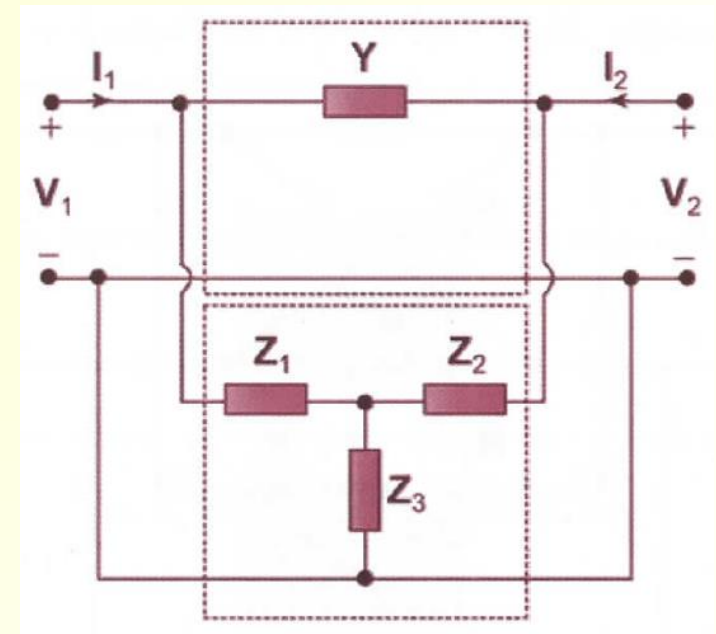
$$\Delta_Z = Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3$$

$$[z^{(2)}] = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_3 & Z_3 \\ Z_3 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$$



ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

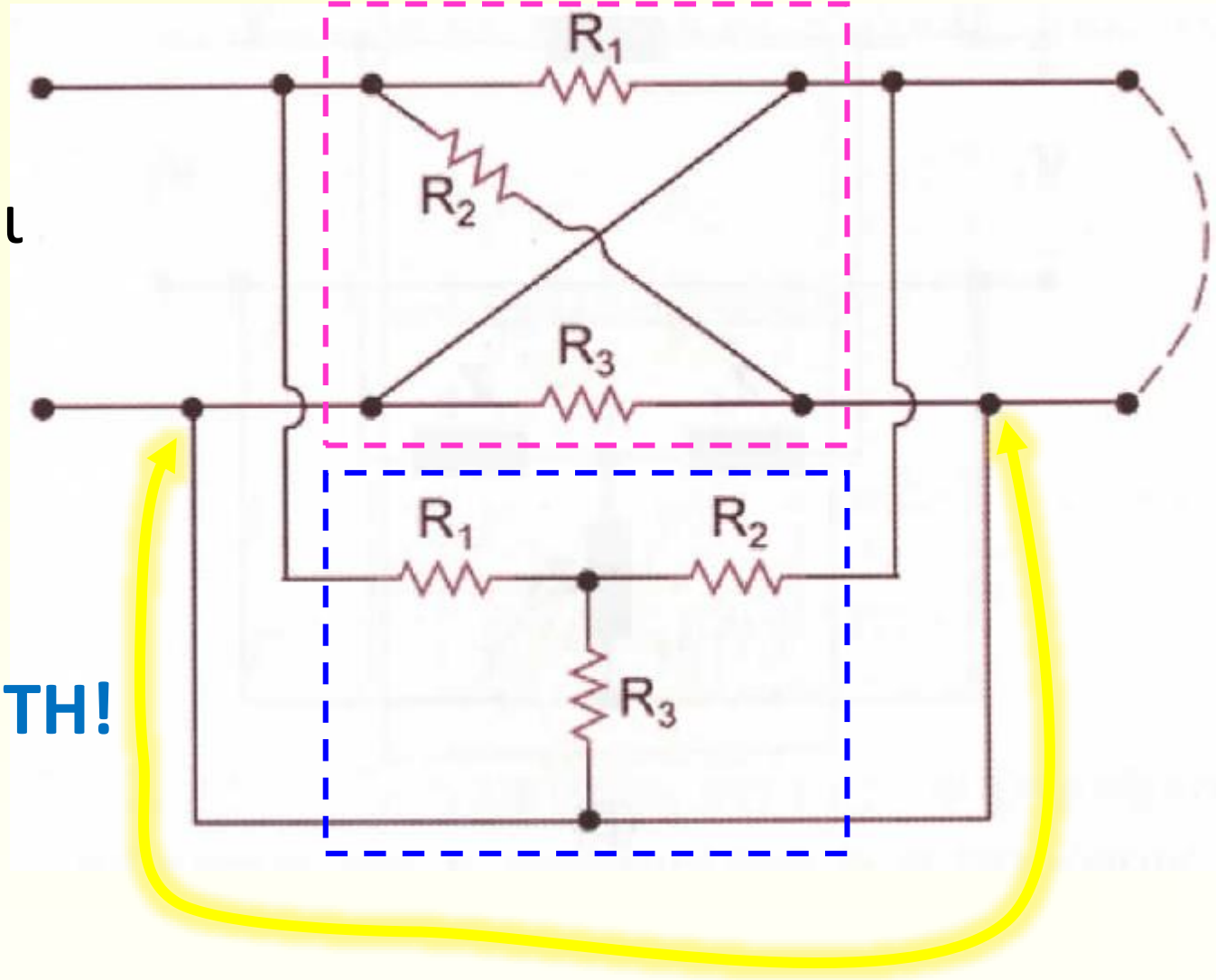


$$[y_{eq}] = \begin{bmatrix} Y & -Y \\ -Y & Y \end{bmatrix} + \frac{1}{\Delta_Z} \begin{bmatrix} Z_2 + Z_3 & -Z_3 \\ -Z_3 & Z_1 + Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y + \frac{Z_2 + Z_3}{\Delta_Z} & -Y - \frac{Z_3}{\Delta_Z} \\ -Y - \frac{Z_3}{\Delta_Z} & Y + \frac{Z_1 + Z_2}{\Delta_Z} \end{bmatrix}$$

ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

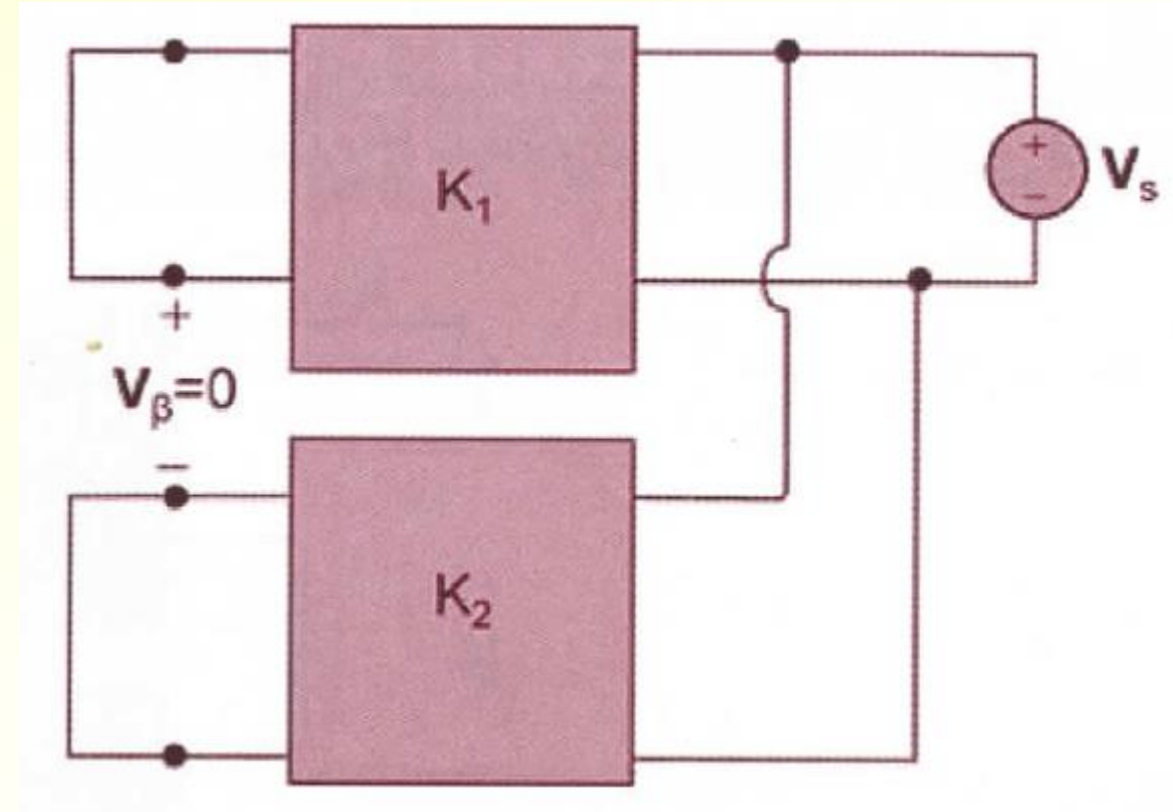
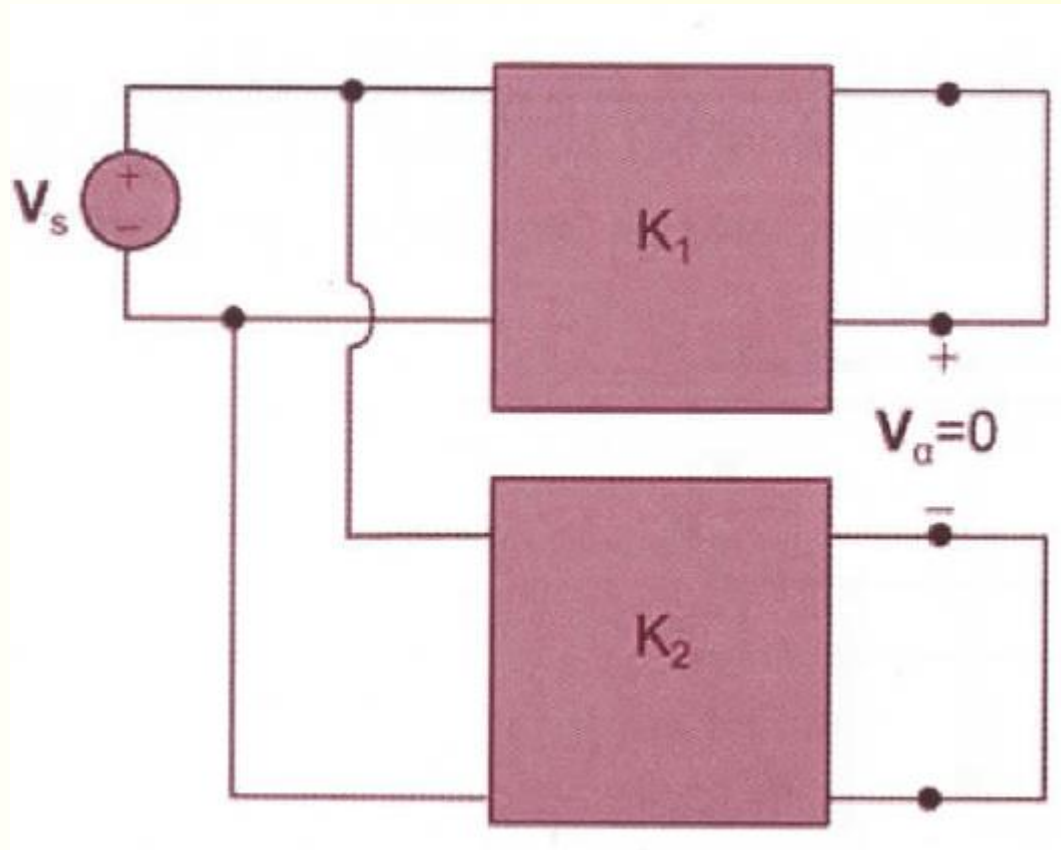
ΑΝΤΙΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

- Το κάτω δίθυρο βραχυκυκλώνει την αντίσταση R_3 τού επάνω διθύρου και αλλοιώνει τη συμπεριφορά του
- Η σύνδεση **ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ!**



ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ—ΕΛΕΓΧΟΣ

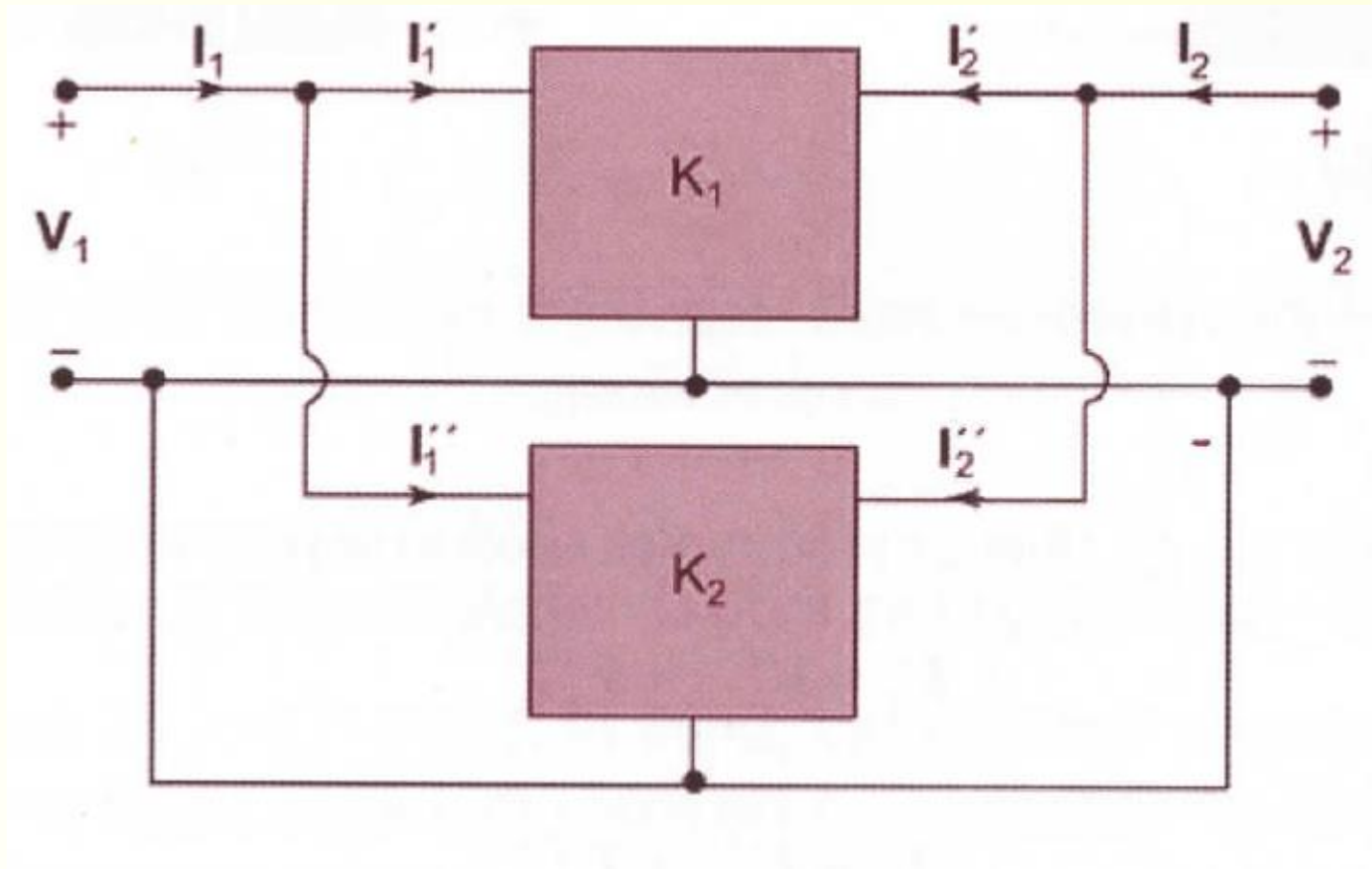
ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE ΓΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗ ΔΙΘΥΡΩΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ



Πρέπει και $V_\alpha = 0$ και $V_\beta = 0$

ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ—ΕΛΕΓΧΟΣ

Η ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΤΡΙΩΝ ΑΚΡΟΔΕΚΤΩΝ ΕΙΝΑΙ ΠΑΝΤΑ ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ



ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕΙΡΑ-ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕΙΡΑ-ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

- Πλήρες όνομα: **είσοδος σε σειρά—έξοδος παράλληλα**

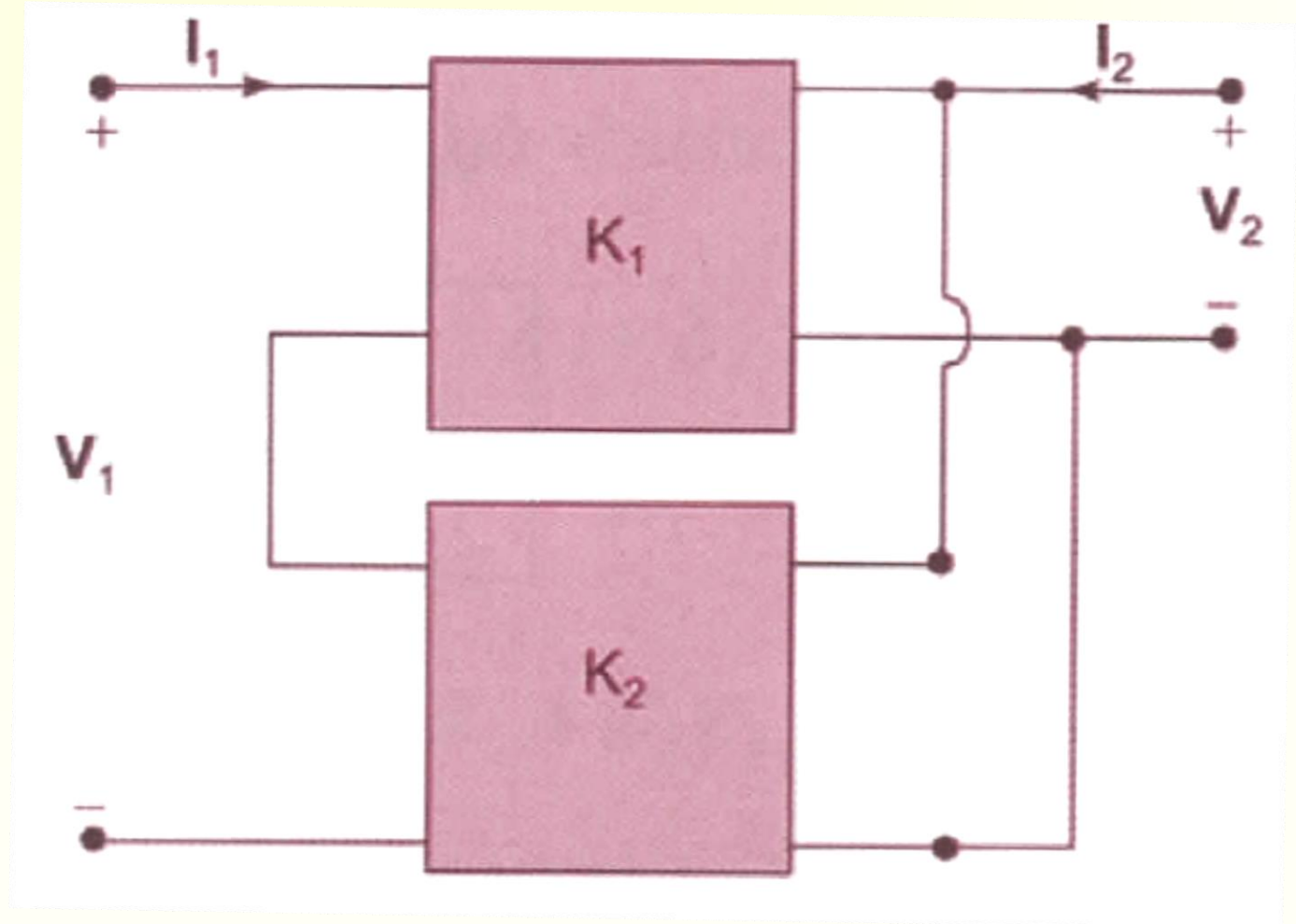
- Ισχύει ότι

$$V_1 = V_1^{(1)} + V_1^{(2)}$$

$$I_2 = I_2^{(1)} + I_2^{(2)}$$

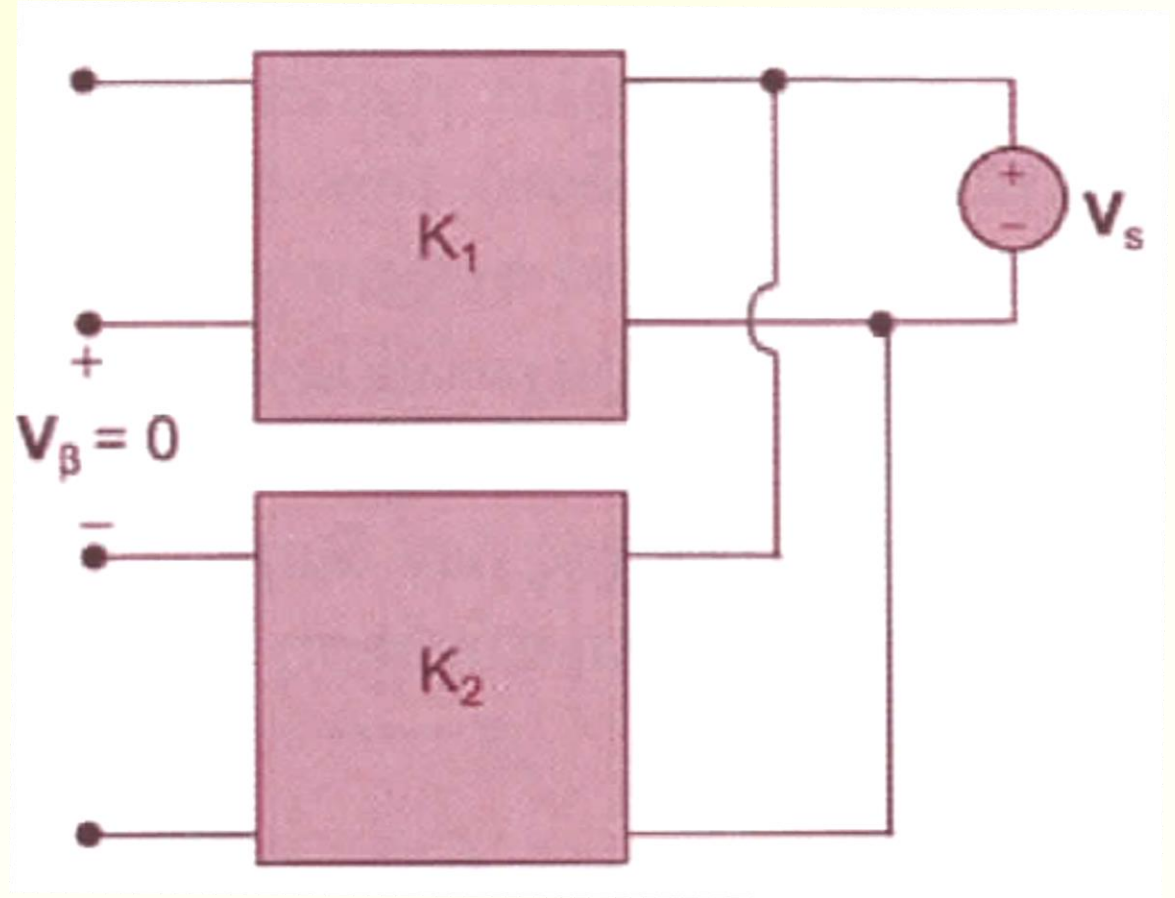
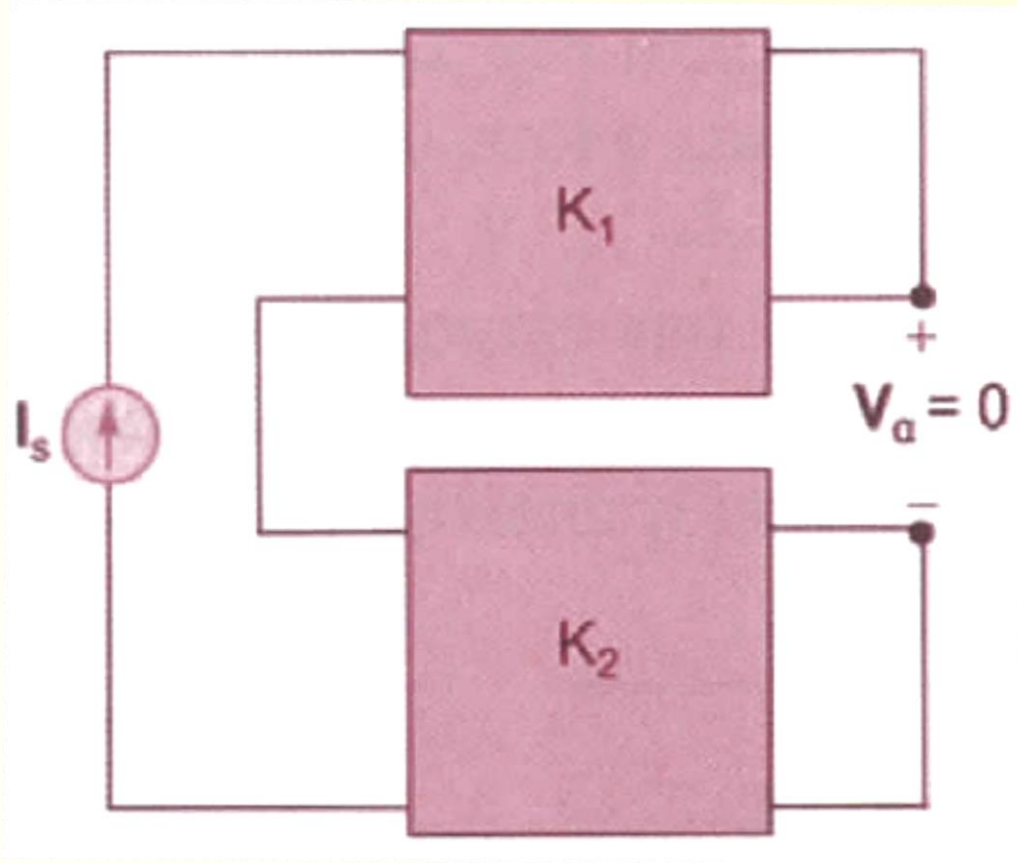
- Που δίνει ότι

$$[h_{eq}] = [h^{(1)}] + [h^{(2)}]$$



ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕΙΡΑ-ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ—ΕΛΕΓΧΟΣ

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE ΓΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗ ΔΙΘΥΡΩΝ ΣΕΙΡΑ-ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ



Πρέπει και $V_\alpha = 0$ και $V_\beta = 0$

ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ-ΣΕΙΡΑ

ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ-ΣΕΙΡΑ

- Πλήρες όνομα: **είσοδος παράλληλα—έξοδος σε σειρά**

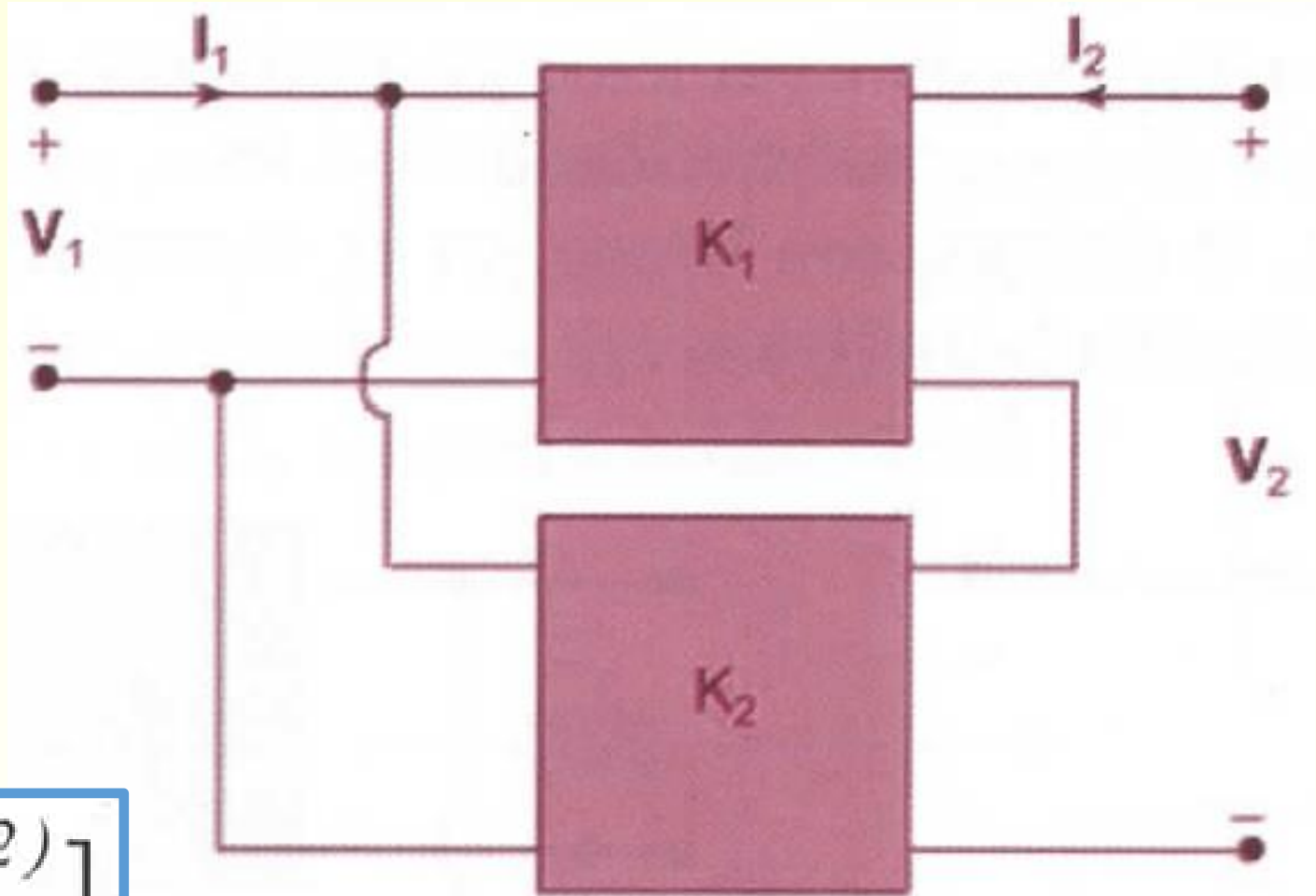
- Ισχύει ότι

$$I_1 = I_1^{(1)} + I_1^{(2)}$$

$$V_2 = V_2^{(1)} + V_2^{(2)}$$

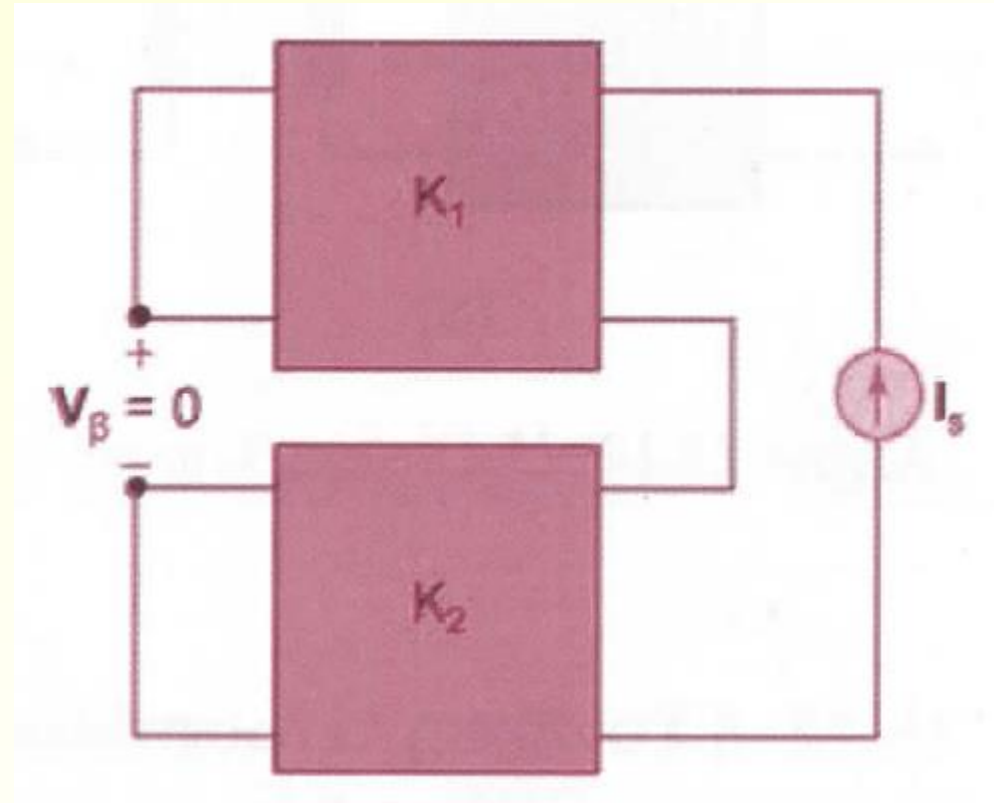
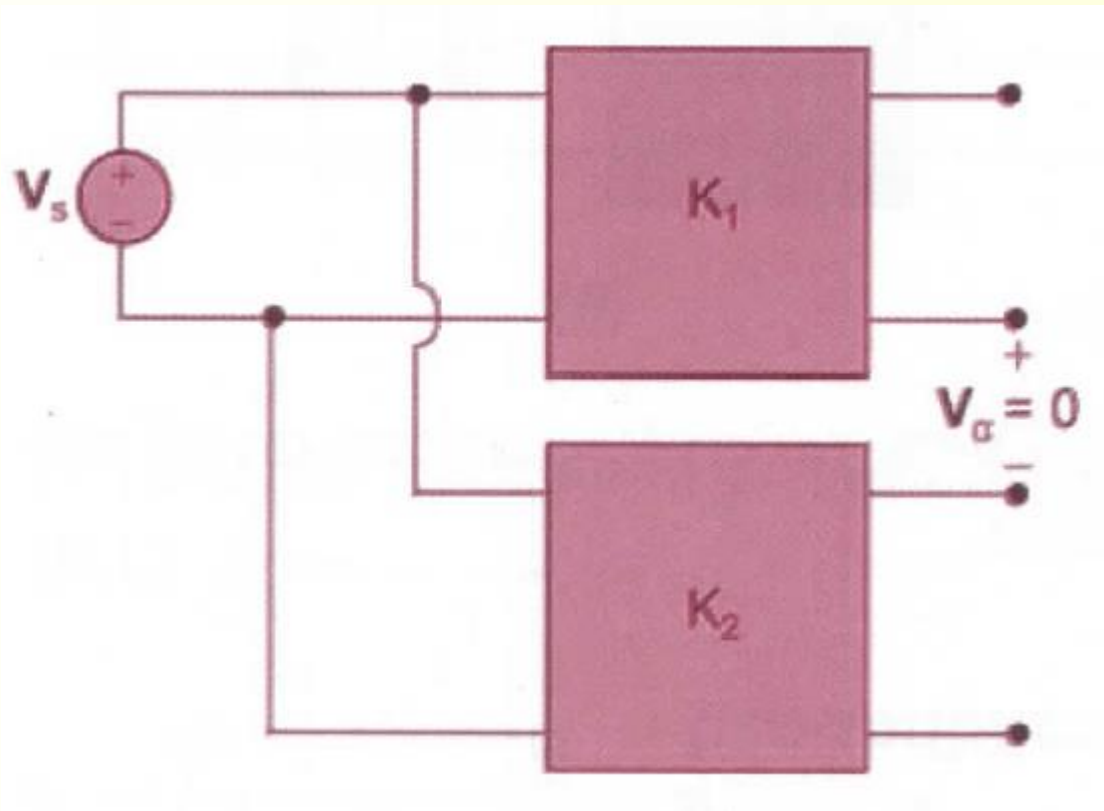
- Που δίνει ότι

$$[g_{eq}] = [g^{(1)}] + [g^{(2)}]$$



ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ-ΣΕΙΡΑ—ΕΛΕΓΧΟΣ

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE ΓΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗ ΔΙΘΥΡΩΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ-ΣΕΙΡΑ

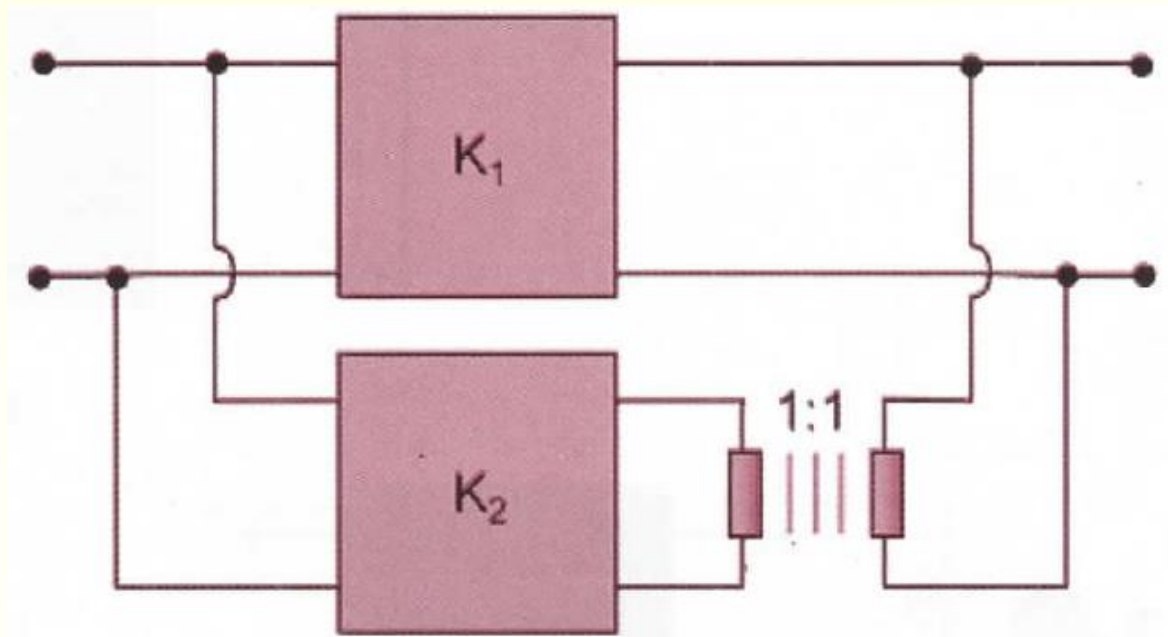
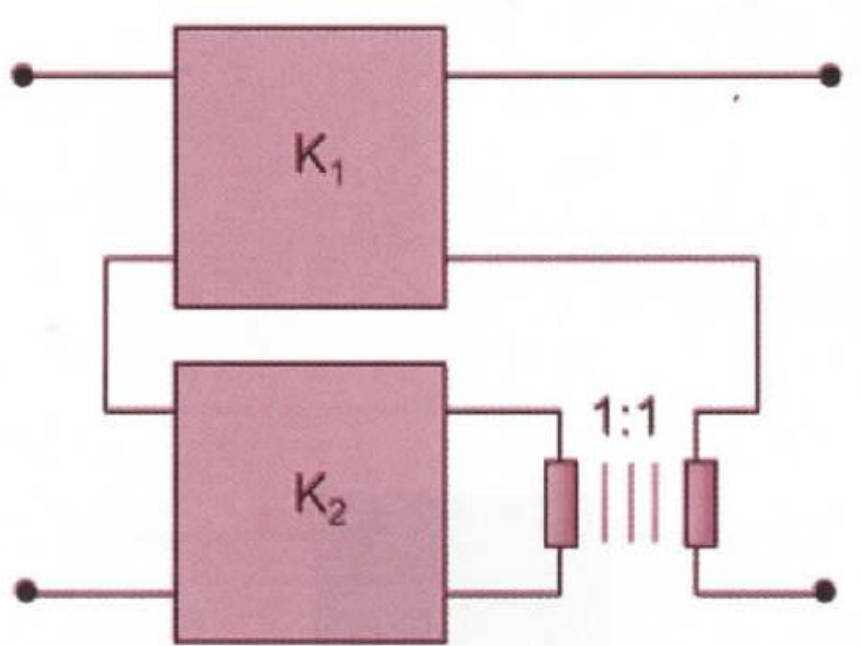


Πρέπει και $V_\alpha = 0$ και $V_\beta = 0$

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE

- Τι κάνουμε όταν αποτυγχάνει ο έλεγχος του Brune και για κάποιο λόγο **πρέπει** τα δυο κυκλώματα να συνδεθούν με όρους διθύρου;
- **ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΠΑΝΤΗΣΗ:** Πρέπει να διακόψουμε τον επίμαχο ενδιάμεσο βρόχο ώστε να μην κυκλοφορεί ρεύμα
- **ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:** Παρεμβάλλουμε με κατάλληλο τρόπο ένα μετασχηματιστή απομόνωσης



ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE
ΤΕΛΕΥΤΑΙΕΣ ΕΞΕΛΙΞΕΙΣ
(ΠΡΟΣΟΧΗ!!!)

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE

- Πόσο καλοί και αξιόπιστοι είναι οι έλεγχοι του Brune;
- Ανακαλύφθηκε τελευταία (2014), ή πιο σωστά επιβεβαιώθηκε, ότι ο έλεγχος του Brune τελικά δεν είναι τόσο απλό θέμα
- Όσα προαναφέρθηκαν όντως **ισχύουν για αμοιβαία δίθυρα** για τα οποία μάλιστα ο έλεγχος του Brune είναι αναγκαία και ικανή συνθήκη
- Για τα **μη αμοιβαία όμως**, η κατάσταση είναι διαφορετική:
 - Ήταν πάντα γνωστό ότι ο έλεγχος του Brune αποτελούσε μόνο ικανή συνθήκη για τα μη αμοιβαία δίθυρα
 - Αυτό που αποδείχθηκε το 2014 ήταν ότι οι γνωστοί έλεγχοι δεν επαρκούν για να θεμελιώσουν τη συνδεσιμότητα

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE

- Για τα **μη αμοιβαία δίθυρα** οι έλεγχοι συνδεσιμότητας γίνονται αρκετά πιο πολύπλοκοι
- Οι λεπτομέρειες είναι [εδώ](#) 
- Προς το παρόν, φαίνεται ότι κανείς δεν έχει προσέξει ότι διαμορφώθηκε μια νέα κατάσταση
- Αυτό μάλλον δεν είναι έκπληξη γιατί γνωστά και διάσημα βιβλία κυκλωμάτων δεν περιλαμβάνουν καν τον έλεγχο Brune στην ύλη των διασυνδεμένων διθύρων!

Θεωρία Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων

Γενικά Βοηθήματα-Θεωρία Βοηθήματα-Ασκήσεις Θέματα Εξετάσεων Ενδιαφέροντα Θέματα

- Μετασχηματισμός Laplace -- ΧΑΡΤΗΣ [[.pdf 192k](#)]
- Μετασχηματισμός Laplace -- Τα μαθηματικά [[.pdf 84k](#)]
- **Μετασχηματισμός Laplace -- Εφαρμογή στα ηλ. κυκλώματα** [[.pdf 140k](#)]
- Μετασχηματισμός Laplace -- Απεικόνιση [[.jpg 255k](#)]
- **Τεστ του Brune:** Νέες εξελίξεις [[.pdf 230k](#)]

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE

Τι ισχύει τώρα για μη αμοιβαία δίθυρα:

Θεωρία Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων

Γενικά

Βοηθήματα-Θεωρία

Βοηθήματα-Ασκήσεις

Θέματα Εξετάσεων

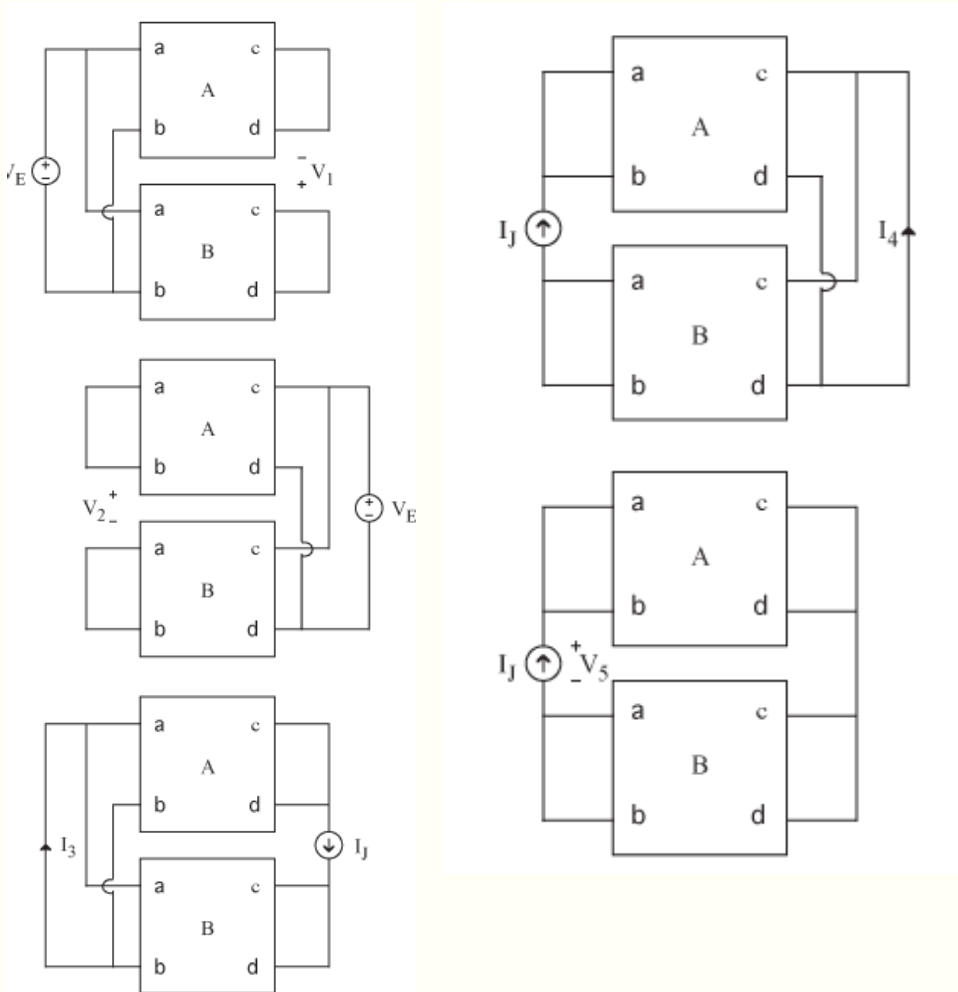
Ενδιαφέροντα Θέματα

- Μετασχηματισμός Laplace -- ΧΑΡΤΗΣ [[.pdf 192k](#)]
- Μετασχηματισμός Laplace -- Τα μαθηματικά [[.pdf 84k](#)]
- **Μετασχηματισμός Laplace -- Εφαρμογή στα ηλ. κυκλώματα** [[.pdf 140k](#)]
- Μετασχηματισμός Laplace -- Απεικόνιση [[.jpg 255k](#)]
- **Τεστ του Brune**: Νέες εξελίξεις [[.pdf 230k](#)]

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE—ΤΙ ΙΣΧΥΕΙ ΤΩΡΑ—ΔΕΙΓΜΑ

- Για τα **μη αμοιβαία** δίθυρα οι έλεγχοι συνδεσιμότητας γίνονται αρκετά πιο πολύπλοκοι, π.χ. για **παράλληλη** σύνδεση

Συνδεσμολογίες ελέγχου:



Υπολογισμοί:

$$\begin{aligned}V_1 &= V_{bd_A} - V_{bd_B} = (r_{1A} - r_{1B})V_E \\V_2 &= V_{bd_A} - V_{bd_B} = (r_{2A} - r_{2B})V_E \\I_3 &= I_{ab_A} + I_{ab_B} = (c_{1A} - c_{1B})I_J \\I_4 &= I_{cd_A} + I_{cd_B} = (c_{2A} - c_{2B})I_J \\V_5 &= V_{bd_A} - V_{bd_B} = (k_A + k_B)I_J.\end{aligned}$$

Έλεγχος:

$$S_1 := V_1 \quad S_2 := V_2 \quad S_3 := I_3 \quad S_4 := I_4 \quad S_5 := V_5$$

Συνθήκες:

DD :	$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = 0$	
DD :	$S_1 = S_2 = 0$	$S_5 \neq 0$
DD :	$S_3 = S_4 = 0$	$S_5 \neq 0$
OO, OD :	$S_1 = S_2 = 0$	
UU, UD :	$S_3 = S_4 = 0$	
OU :	—	

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ BRUNE—ΔΕΙΓΜΑ

- Για τα μη αμοιβαία δίθυρα οι έλεγχοι συνδεσιμότητας γίνονται αρκετά πιο πολύπλοκοι, π.χ. για παράλληλη σύνδεση

Συνθήκες (ορισμός):

$$\text{DD : } r_A = r_B \quad c_A = c_B$$

$$\text{DD : } r_A = r_B \quad k_A + k_B \neq 0$$

$$\text{DD : } c_A = c_B \quad k_A + k_B \neq 0$$

$$\text{OO, OD : } r_A = r_B$$

$$\text{UU, UD : } c_A = c_B$$

$$\text{OU : } \text{—}.$$

...

Συνθήκες ελέγχου:

$$\text{DD : } S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = 0$$

$$\text{DD : } S_1 = S_2 = 0 \quad S_5 \neq 0$$

$$\text{DD : } S_3 = S_4 = 0 \quad S_5 \neq 0$$

$$\text{OO, OD : } S_1 = S_2 = 0$$

$$\text{UU, UD : } S_3 = S_4 = 0$$

$$\text{OU : } \text{—}.$$

«Παλαιός» έλεγχος: $\text{DD : } V_1 = V_2 = 0.$

ΔΙΘΥΡΑ

ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ

ΔΙΘΥΡΑ—ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ

- Απαντήσαμε στην ερώτηση «Γιατί δίθυρα;»
- Ορισμός και περιορισμοί/απαιτήσεις
- Έξι σύνολα παραμέτρων: {z, γ, h, g, T, t}
 - Όλες οι παράμετροι έχουν φυσική ερμηνεία
- Ισοδυναμία μεταξύ συνόλων παραμέτρων (πίνακας)
 - Όμως κάποια σύνολα πιθανόν να μην υπάρχουν
- Ιδιότητες διθύρων: Αμοιβαιότητα, Συμμετρία
- Τερματισμένα δίθυρα (βασικά χαρακτηριστικά, πίνακας)
- Διασυνδέσεις (αλυσίδα, σειρά, παράλληλα, σειρά-παράλληλα, παράλληλα-σειρά)
- Έλεγχοι Brune