

## ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

### Έλη μαθήματος

1. Lead-Lag ελεγκτές
2. PID ελεγκτές (95%)  
(εκτός διαγράμματα Nyquist-Nichols)

Διακριτός & Ψηφιακός Αυτόματος Έλεγχος

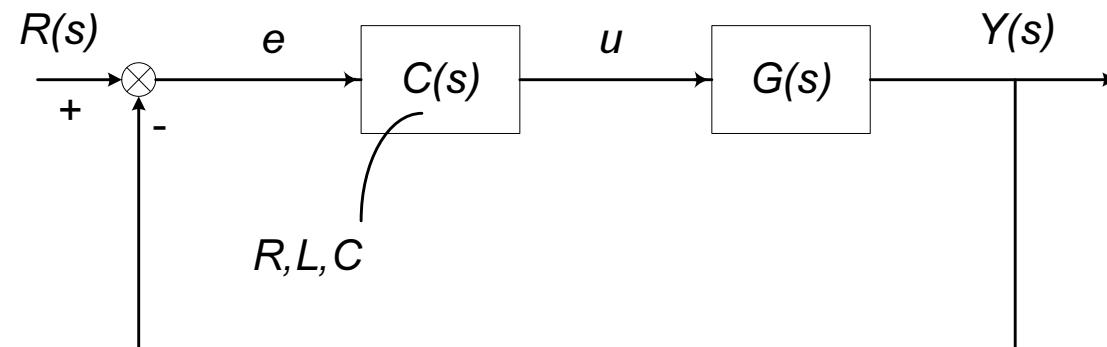
→ ΨΗΦΙΑΚΟΣ ΑΥΤΟΜΑΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

Εργαστήριο

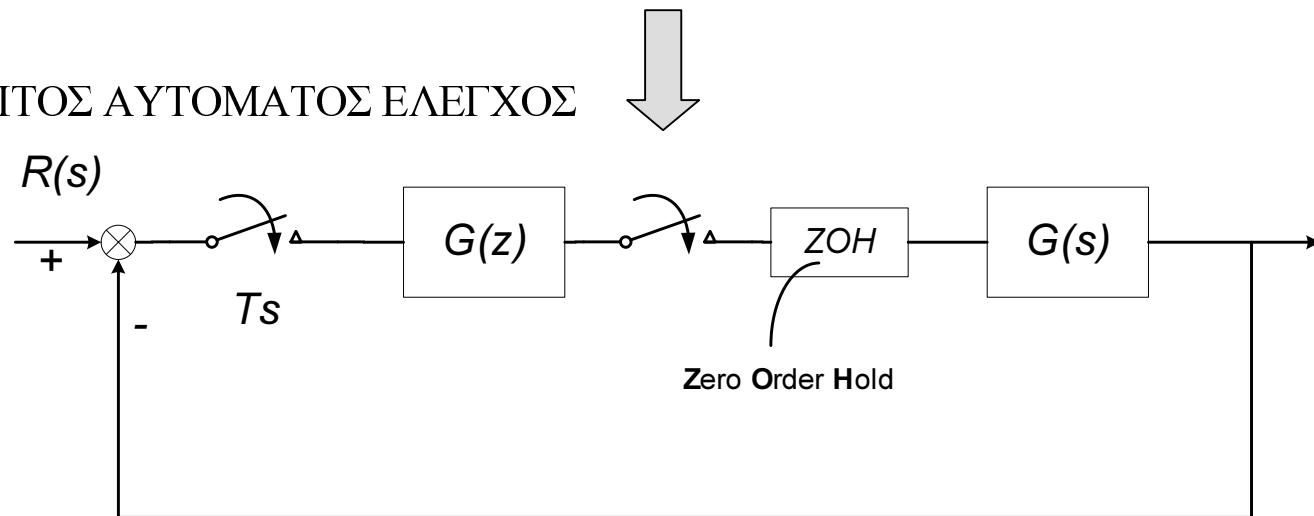
•Matlab

•LABview : συλλογή και αποστολή δεδομένων (National Instruments)

# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II



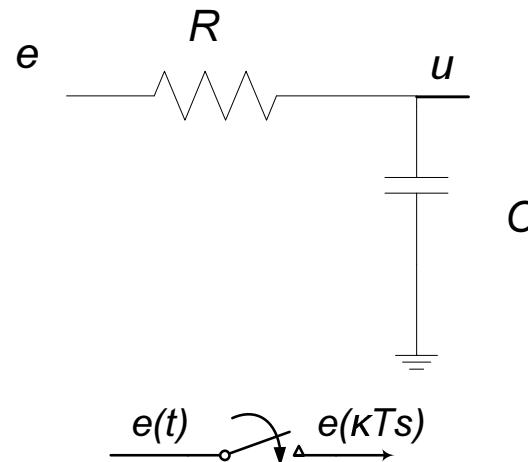
ΔΙΑΚΡΙΤΟΣ ΑΥΤΟΜΑΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ



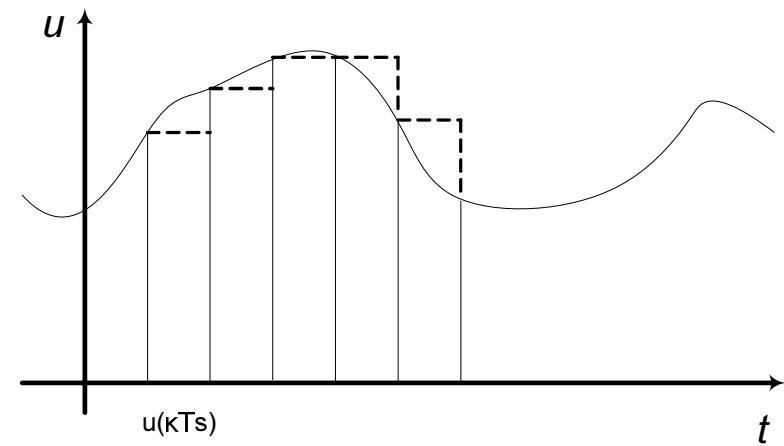
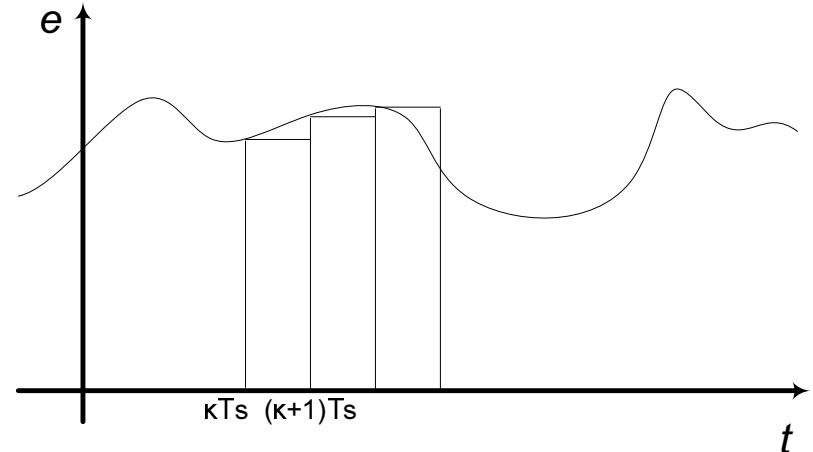
# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Παράδειγμα υλοποίησης ελεγκτή  
στο συνεχές πεδίο

$$e \rightarrow \frac{1}{s} \rightarrow u \quad \frac{u}{e} = \frac{1}{s} \Rightarrow u(t) = \int e dt$$

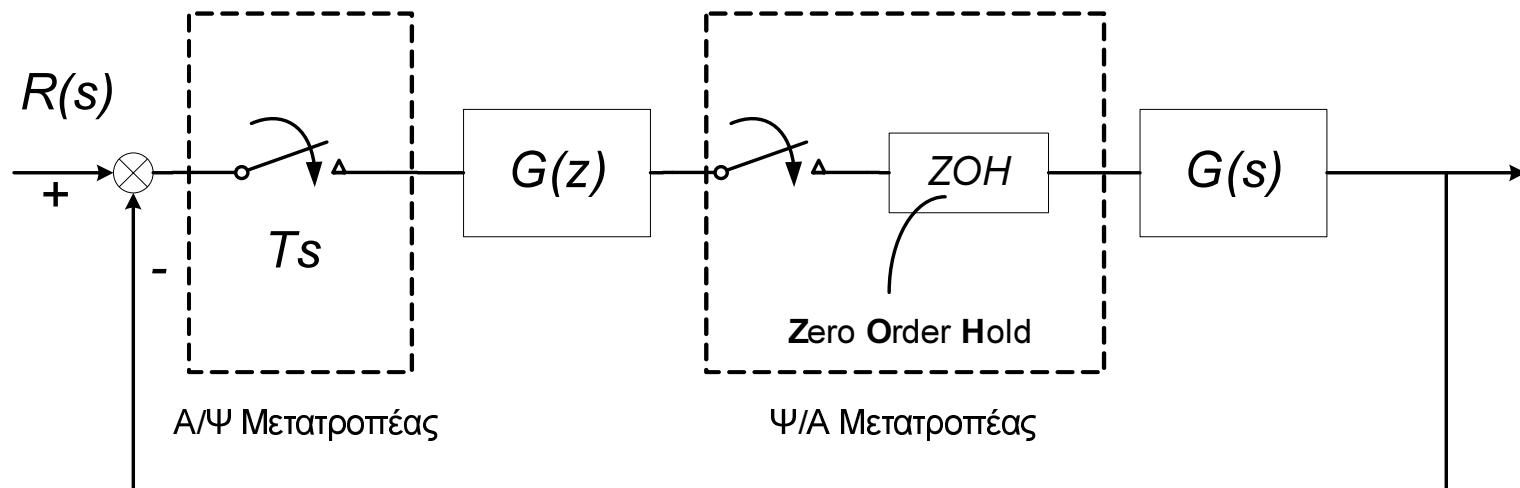


$$u(kTs) = \sum_{l=0}^K e(k)$$



# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Μετρήσεις  $2^Q$ , όπου  $Q$ : # bits με  $Q \in [8, 16]$



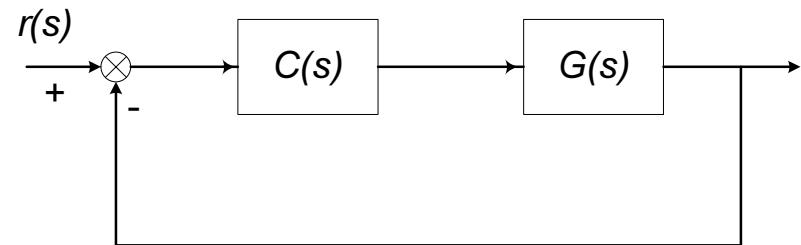
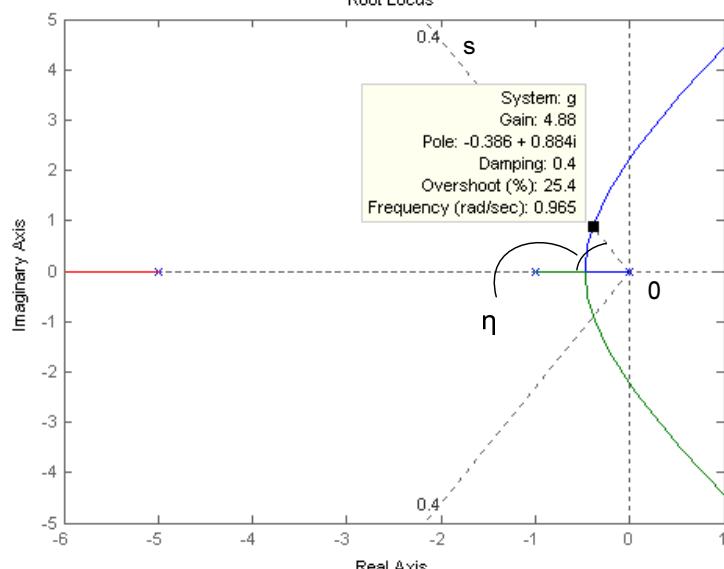
# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Έστω Σύστημα  $G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)}$

Να σχεδιαστεί ελεγκτής

a) Έτσι ώστε οι κυρίαρχοι πόλοι να έχουν απόσβεση  $\zeta=0.4$ .

Αν  $C(s)=k$ , ο Γ.Τ.Π. είναι



Έχω δύο κυρίαρχους πόλους που υπολογίζονται από την τομή του Γ.Τ.Π. με μια ευθεία 0s γωνίας  $\angle s_0(-\text{Re}) = \cos^{-1} \zeta = 66.4^\circ$

Αυτό επιτυγχάνεται για  $k=4.88$

# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

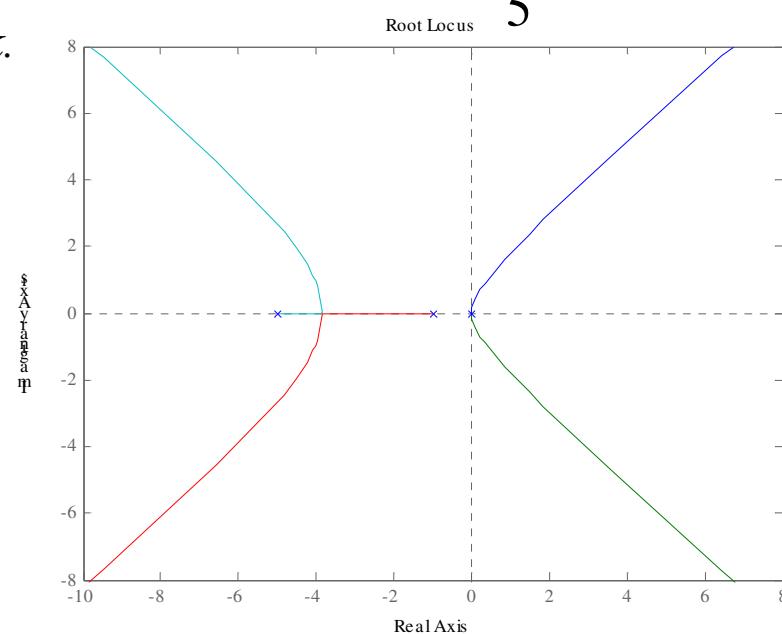
$$\text{Av } r(t) = I(t) \rightarrow e_{ss} = 0$$

$$\text{Av } r(t) = tI(t) \rightarrow e_{ss} \Big|_{\text{TPΙΓ}} = \frac{1}{k_1} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} = \frac{1}{0,976} = \frac{1}{4,88}$$

Για να μειωθεί το  $e_{ss}$  πρέπει να αυξηθεί το  $k$ .

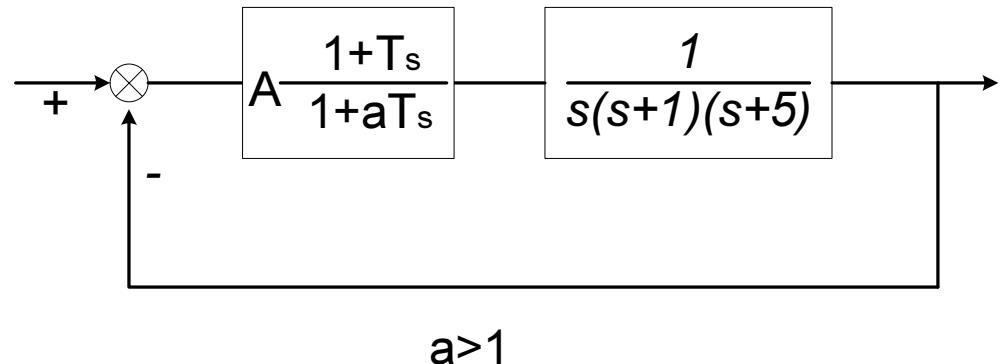
$$\text{Av } C(s) = \frac{k}{s} \text{ τότε ο Γ.Τ.Π. είναι}$$

Και το κλειστό σύστημα είναι...  
ασταθές



# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

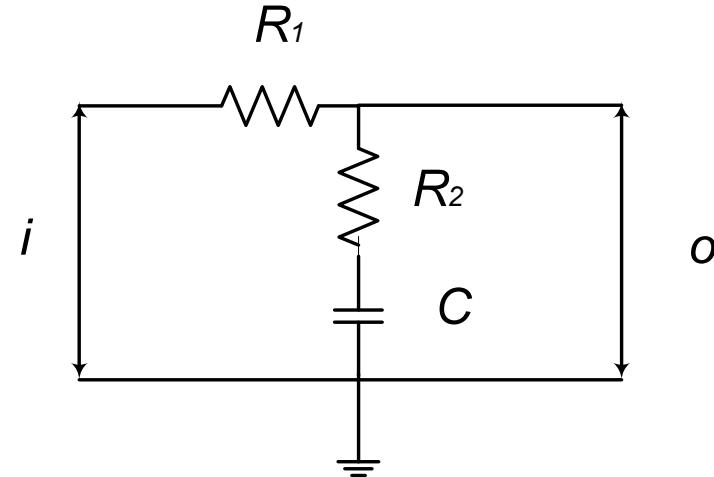
Ελεγκτής καθυστέρησης φάσης



Τρόπος υλοποίησης με παθητικά στοιχεία ( $A=1$ )

$$a = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$$

$$T = R_2 C$$



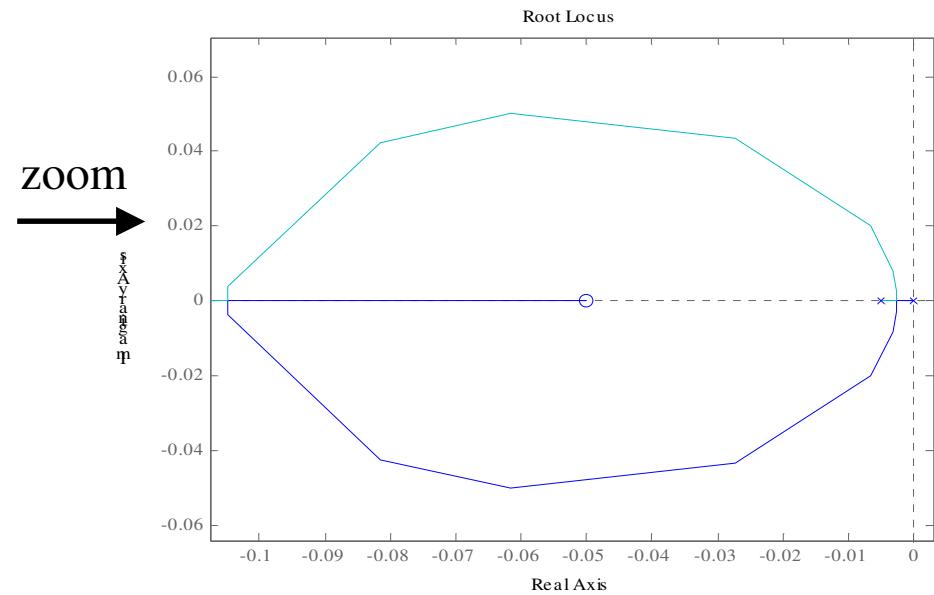
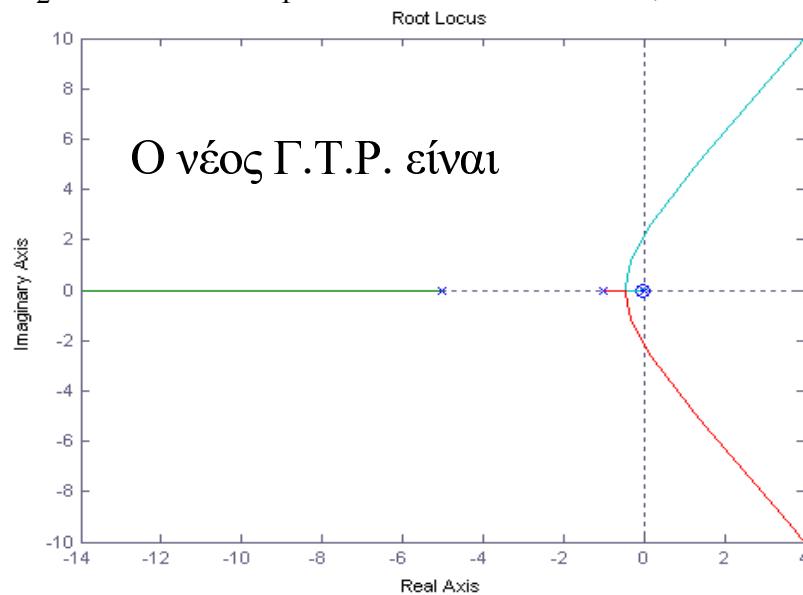
# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Για να αλλάξει ριζικά ο Γ.Τ.Ρ. Θέτω τον πόλο και το μηδενικό όσο γίνεται πιο κοντά στο φανταστικό άξονα

Ο μόνος περιορισμός είναι λόγω κατασκευαστικών δυσκολιών.

$$\text{Π.χ. Av} \quad C(s) = \frac{A}{10} \frac{s + 0,05}{s + 0,005}$$

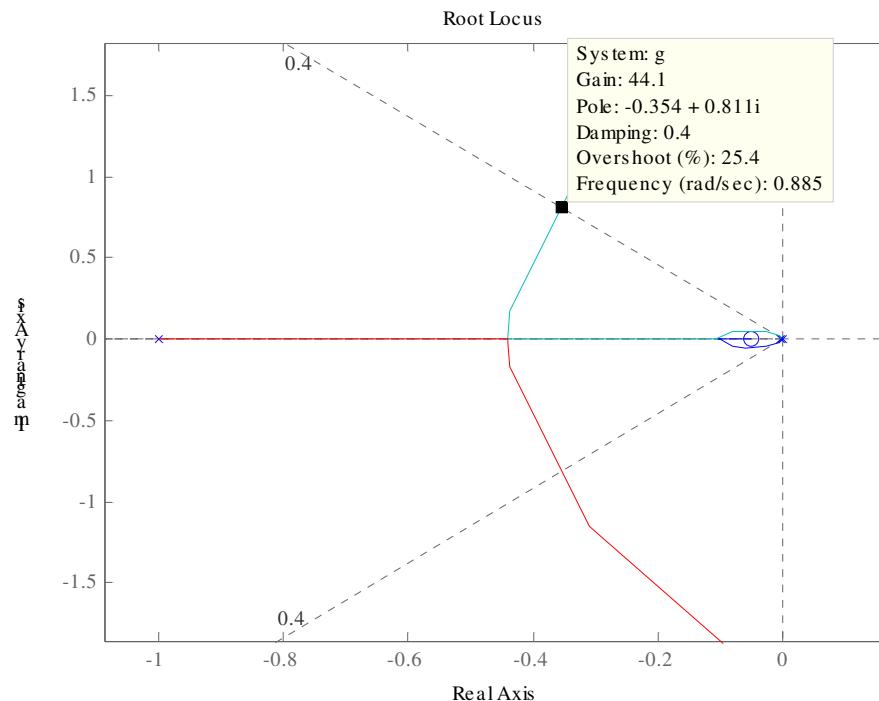
$$R_2 = 2M\Omega \quad R_1 = 18M\Omega \quad C = 10\mu F$$



# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Όπου για τον ίδιο συντελεστή  $\zeta=0.4$  και συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού βρόχου

$$\frac{A}{10} \frac{s + 0,05}{s + 0,005} \frac{1}{s(s+1)(s+5)}$$



Η τιμή του  $\frac{A}{10}$  είναι

$$\frac{A}{10} = \left. \frac{|s||s+1||s+5||s+0,005|}{|s+0,05|} \right|_{s=\text{σημ.τομης}} \simeq 4.41$$

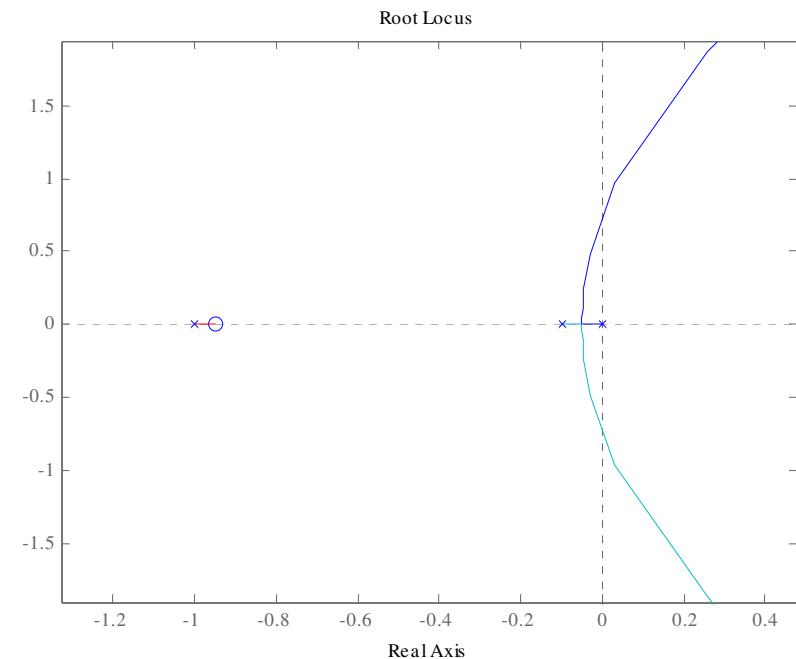
# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

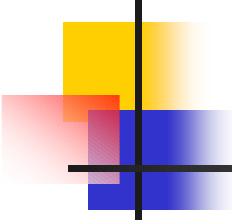
Για αυτό το κέρδος  $\frac{A}{10}$  έχουμε  $e_{ss}|_{\text{ΤΡΙΓ}} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{A(s+0,005)} = \frac{1}{10s(s+1)(s+5)(s+0,05)} = \frac{1}{8.82}$

Παρατηρώ ότι  $\frac{1}{8.82} \approx \frac{1}{10} \frac{1}{0.976}$ . Υπάρχει σημαντική ελάττωση του σφάλματος μόνιμης κατάστασης για τις ίδιες τιμές των κυρίαρχων πόλων. Ο Lag ελεγκτής βελτιώνει κύρια τη μόνιμη απόκριση του συστήματος, ενώ χειροτερεύει ανεπαίσθητα τη μεταβατική (την κάνει ανεπαίσθητα πιο αργή λόγω μεταβολής της φυσικής συχνότητας  $w_n$  )

Τι γίνεται σε περίπτωση όπου ο πόλος και το μηδενικό του Lag δεν τεθούν κοντά στον φανταστικό άξονα?

Π.χ.  $C(s) = \frac{s + 0.95}{s + 0.1}$



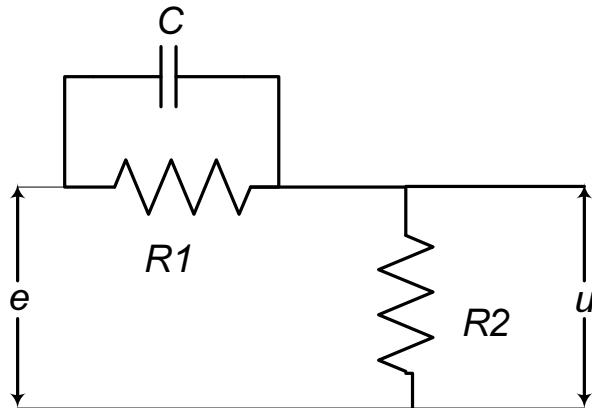


## ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Ελεγκτής προήγησης φάσης (Lead)

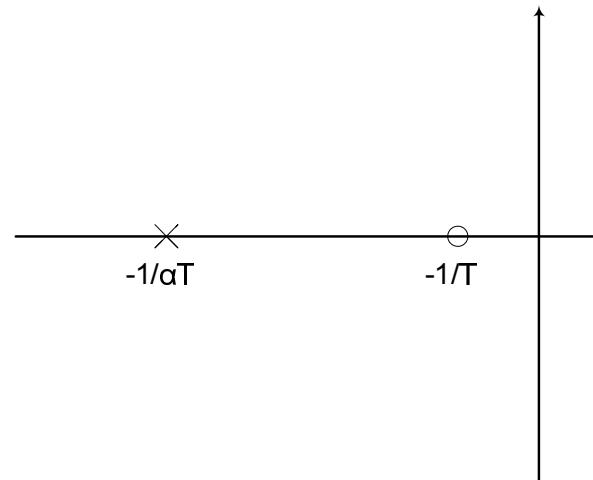
$$\frac{u(s)}{e(s)} = Aa \frac{1+Ts}{1+aTs}$$

- Χρησιμοποιείται κύρια για τη βελτίωση της μεταβατικής απόκρισης
- Τρόπος υλοποίησης με παθητικά στοιχεία



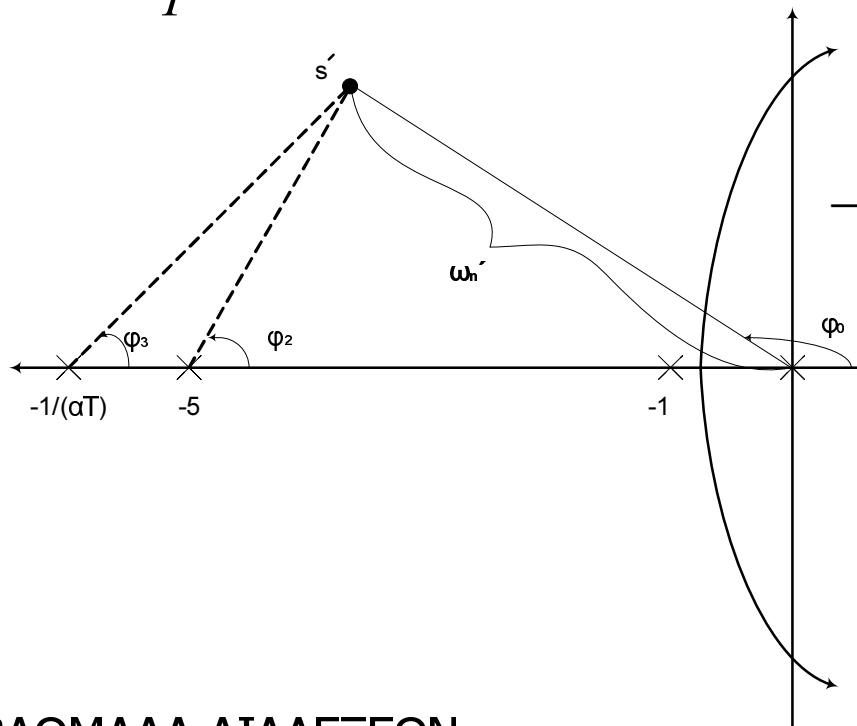
$$\text{όπου } a = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1 \quad T = R_1 C$$

Διάγραμμα πόλων-μηδενικών



# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

- Αν ζητείται η ταχύτερη απόκριση του συστήματος → αύξηση του  $w_n$  (και διατήρηση του  $\zeta_1$ )  
Αν  $\frac{1}{T} = +1$  (ακύρωση του πόλου του συστήματος -1)



Η τοποθέτηση του πόλου στο  $1/\{\alpha T\}$   
Ορίζεται από τη συνθήκη της φάσης

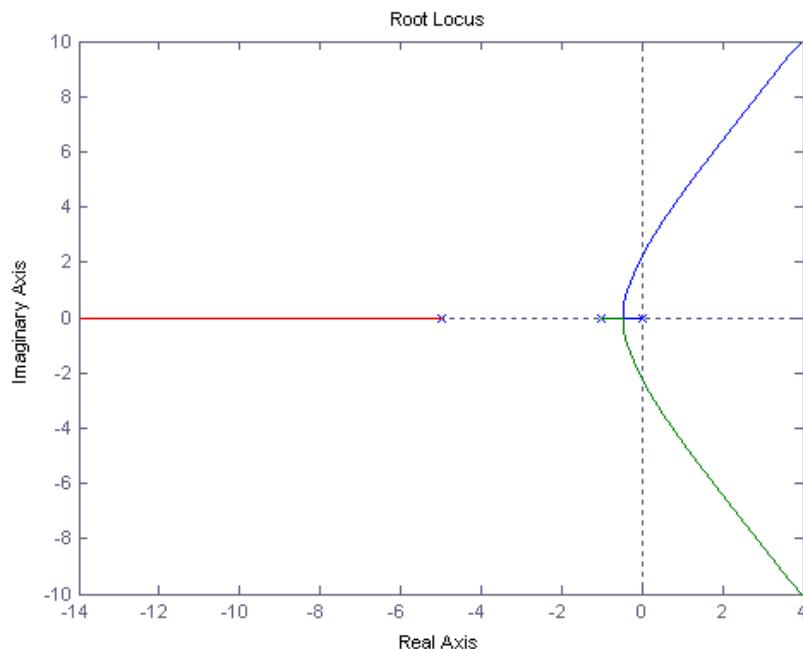
$$\rightarrow 1 + G'(s) = 0 \rightarrow G'(s) = -1 \rightarrow \angle G'(s) = 180^\circ \text{ όπου}$$

$$G'(s) = \frac{A(s+1)}{s(s+1)(s+5)(s+1/aT)} = \frac{Ak}{s(s+5)(s+1/aT)}$$

Αν το επιθυμητό σημείο είναι το  $s'$   
τότε πρέπει  $\phi_0 - \phi_2 - \phi_3 = -180^\circ$

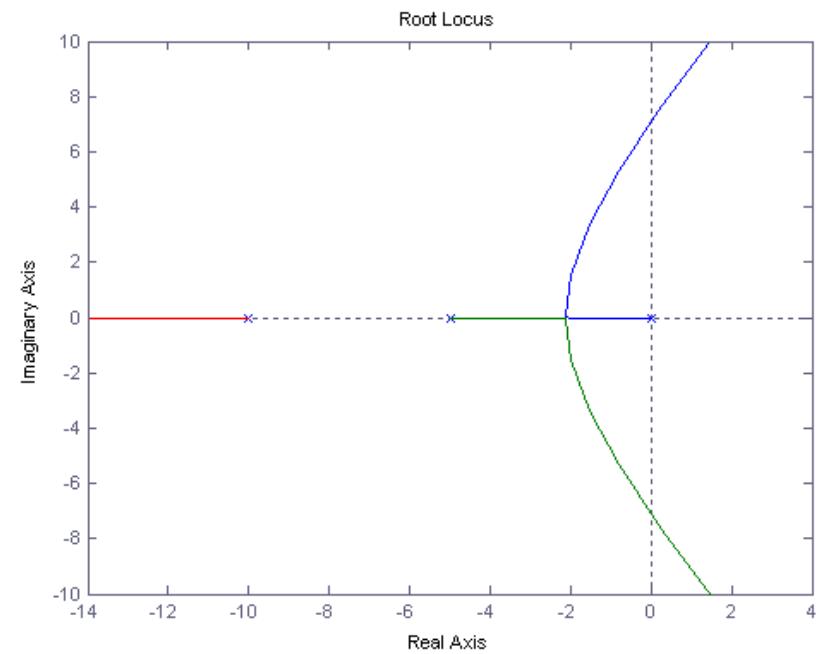
# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Ενδεικτικά ο Γ.Τ.Ρ. για  $C(s)=k$  είναι



Ενώ ο Γ.Τ.Ρ. μετατοπίζεται αισθητά προς τα αριστερά (ταχύτερη απόκριση)

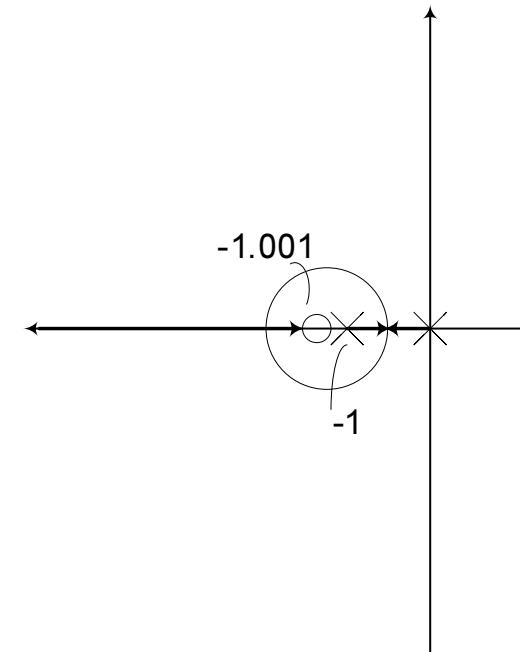
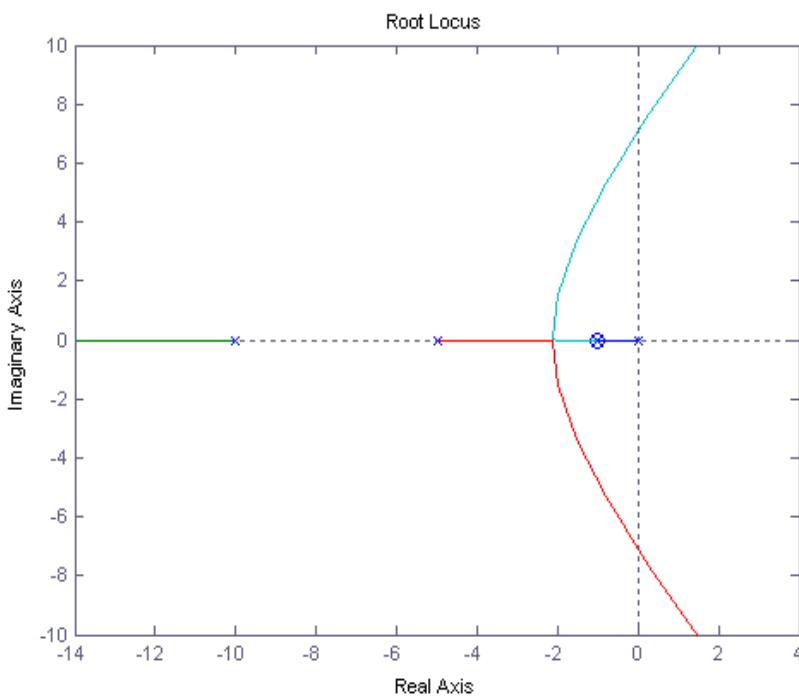
$$\text{Π.χ. για } C(s) = k \frac{s+1}{s+10}$$

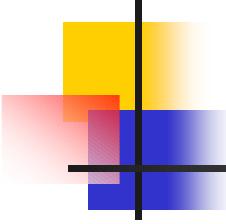


# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Αν δεν ακυρωθεί ακριβώς ο πόλος του συστήματος στο  $-1$  (π.χ.  $\frac{1}{T} = 1.001$ ).  
Ο Γ.Τ.Π. είναι

Η μεγέθυνση στην περιοχή ενδιαφέροντος δείχνει ότι ένας πόλος του κλειστού Συστήματος «οδεύει» προς το μηδενικό στο  $-1.001$





## ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Αντιστάθμιση προήγησης φάσης (συνέχεια....)

Χρησιμοποιείται για την ταχύτερη απόκριση του συστήματος, μετατοπίζοντας τον Γ.Τ.Ρ προς τα αριστερά

Αντί της ακύρωσης του πόλου του συστήματος στο  $-1$ , γιατί δεν ακυρώνω τον πόλο στο  $0$ ?

$$\text{Π.χ} \quad C(s) = k \frac{s + \varepsilon}{s + \frac{1}{aT}}, \quad \varepsilon \approx 0$$

- Το σύστημα θα γίνει από τύπου 1 τύπου 0 με άμεση συνέπεια στο  $e_{ss}$
- Ενεκα πιθανώς κατασκευαστικών προβλημάτων είναι δυνατόν το μηδενικό να μετατοπισθεί στο δεξί ημιεπίπεδο ( $-\varepsilon \rightarrow 0^+$ ) και να υπάρχουν προβλήματα ευστάθειας

# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Σχεδιασμός αντισταθμιστή προήγησης φάσης με Γ.Τ.Ρ. (μέθοδος διχοτόμου)

Αν  $s'$  είναι ένας επιθυμητός πόλος του κλειστού συστήματος  $\frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)}$

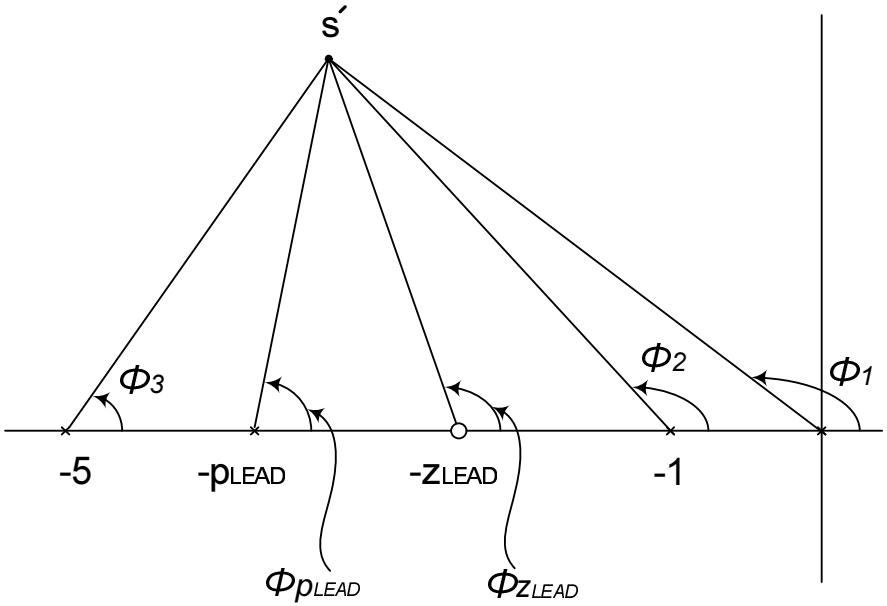
$$\text{Όπου } C(s) = \frac{s + z_{LEAD}}{s + p_{LEAD}}, \quad z_{LEAD} < p_{LEAD}$$

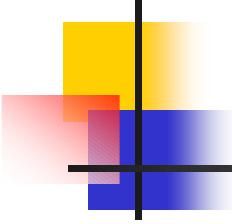
Από τη συνθήκη της φάσης για  
το σύστημα  $C(s)G(s)$  (δες Γ.Τ.Ρ.)

Πρέπει

$$\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_{p_{LEAD}} - \phi_{z_{LEAD}} = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{ή } \phi_{p_{LEAD}} - \phi_{z_{LEAD}} &= 180^\circ - (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3) \\ &= \phi \end{aligned}$$





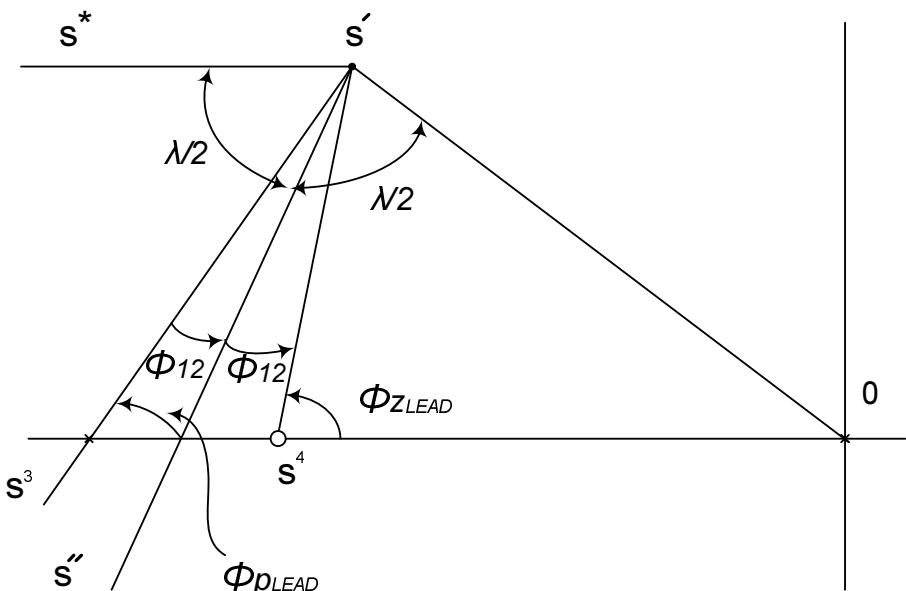
## ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Το μηδενικό και ο πόλος του ελεγκτή μπορούν να υπολογιστούν με βάση τον εξής αλγόριθμο

1. Εύρεση διχοτόμουν  $s's''$  γωνίας  $\angle s^*s'0$
2. Εύρεση 2 ημιευθειών  $s's^3$  και  $s's^4$   
έτσι ώστε  $\angle s^3s's'' = \phi/2$  και  $\angle s''s's^4 = \phi/2$
3. Το σημείο τομής της  $s's^3$  με τον  
πραγματικό άξονα είναι ο πόλος  $P_{LEAD}$   
του ελεγκτή
4. Το σημείο τομής της  $s's^4$  με τον  
πραγματικό άξονα είναι το μηδενικό  
του ελεγκτή  $z_{LEAD}$

$$\text{Απόδειξη: } \phi_{p_{LEAD}} + 180^\circ - \phi_{z_{LEAD}} + \phi = 180^\circ$$

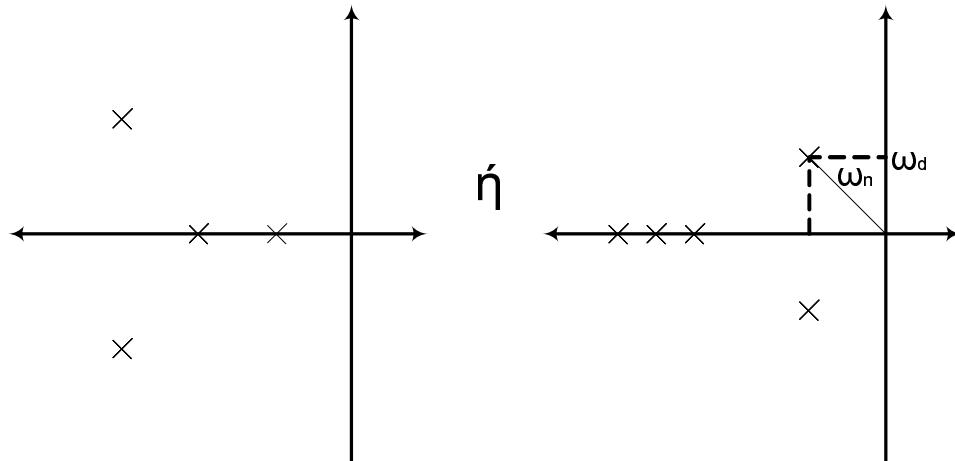
(άθροισμα γωνιών τριγώνου)



# ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

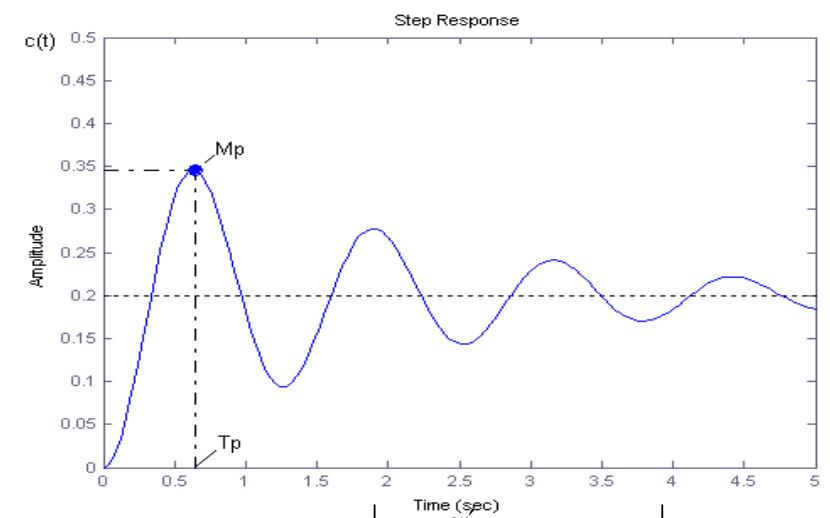
$$c(t) = \frac{P(0)}{G(0)} + 2 \left| k_G \frac{\Pi}{\omega_d} \right| e^{\sigma t} \cos \left[ \omega_d t + \angle P(p_1) - \angle p_1 - \angle Q(p_1) \right] + \sum \left[ \frac{P(p_k)}{p_k Q(p_k)} \right]$$

$$Q' = \frac{dQ}{ds}$$



$$\frac{dc(t)}{dt} = 0 \Rightarrow T_p = \frac{1}{\omega_d} \left[ \frac{\pi}{2} - \angle P(p_1) + \angle Q(p_1) \right]$$

1η ΕΒΔΟΜΑΔΑ ΔΙΑΛΕΞΕΩΝ



$$M_p = \frac{P(0)}{Q(0)} + 2 \frac{\omega_d}{\omega_n^2} \left| k_G \frac{\prod_{m=1}^w (p_1 - z_m)}{\prod_{k=2}^n (p_1 - p_k)} \right| e^{\sigma T_p}$$