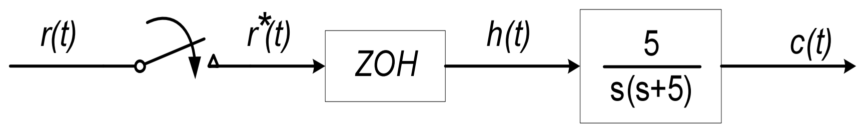
ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ (b)

23. Για το σύστημα του παρακάτω σχήματος βρείτε την έξοδο δειγματοληψίας $c(kT)$. Η είσοδος είναι μοναδιαία παλμική και η περίοδος δειγματοληψίας είναι 0.1s. Βρείτε την τελική τιμή $c(k)$ για $k \to \infty$



$$\frac{C(z)}{R(z)} = (1-z^{-1})\mathbb{Z}\left[\frac{5}{s^2(s+5)}\right] = (1-z^{-1})\mathbb{Z}\left[\frac{-0.2}{s}+\frac{1}{s^2}+\frac{0.2}{(s+5)}\right]$$. Για T=0.1 sec

$$\frac{C(z)}{R(z)} = (1-z^{-1})\left[\frac{-0.2z}{z-1}+\frac{Tz}{(z-1)^2}+\frac{0.2}{(z-e^{-5T})}\right]$$

$$= \frac{0.021306z+0.018041}{(z-1)(z-0.6065)}$$

$$R(z)=1$$

$$C(z)=\frac{0.021306z+0.018041}{(z-1)(z-0.6065)}$$

$$C(z)=\frac{0.1}{z-1}+\frac{-0.078686}{z-0.6065}$$

$$c(kT)=[0.1-0.078686(0.6065)^{k-1}]u_s(k-1)$$

$$\lim_{k\to\infty} c(kT)=0.1$$

24. Βρείτε την έξοδο δειγματοληψίας $c(kT)$ του συστήματος που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα

α. Η είσοδος είναι μοναδιαία βηματική συνάρτηση και η περίοδος δειγματοληψίας είναι 0.1s. Βρείτε την τελική τιμή $c(k)$ για $k \to \infty$

β. Η είσοδος είναι μοναδιαία ράμπα συνάρτηση και η περίοδος δειγματοληψίας είναι 0.1s. Βρείτε την τελική τιμή $c(k)$ για $k \to \infty$

$$c(s) = \frac{(Ts+1)}{Ts^2}(1-e^{-Ts})^2 \frac{1}{s+1} R^*(s)$$, Για T=0.1

$$\frac{C(z)}{R(z)} = (1-z^{-1})^2 \mathbb{Z}\left[\frac{(Ts+1)}{Ts^2(s+1)}\right] = (1-z^{-1})^2 \mathbb{Z}\left[\frac{(s+10)}{s^2(s+1)}\right] = (1-z^{-1})^2 \mathbb{Z}\left[\frac{-9}{s} + \frac{10}{s^2} + \frac{9}{(s+1)}\right]$$

$$\frac{C(z)}{R(z)} = (1-z^{-1})^2 \left[\frac{-9z}{z-1} + \frac{z}{(z-1)^2} + \frac{9z}{z-e^{-0.1}}\right] = \left[\frac{z-1}{z}\right]^2 \left[\frac{0.14354z - 0.048375}{(z-1)^2(z-0.9048)}\right] = \frac{0.14354z - 0.048375}{z(z-0.9048)}$$

(a)

$$R(z) = \frac{z}{z-1}, \quad C(z) = \frac{0.14354z - 0.048375}{(z-1)(z-0.9048)}$$

$$C(z) = \frac{0.9992}{z-1} - \frac{0.8557}{(z-0.9048)}$$

$$c(k) = [0.9992 - 0.8557(0.9048)^k]u_s(k-1)$$

$$\lim_{k\to\infty} c(k) = 0.9992$$

(b)

$$R(z) = \frac{Tz}{(z-1)^2} = \frac{0.1z}{(z-1)^2}$$

$$C(z) = \frac{0.1(0.1435 - 0.048375)}{(z-1)^2(z-0.9048)} =$$

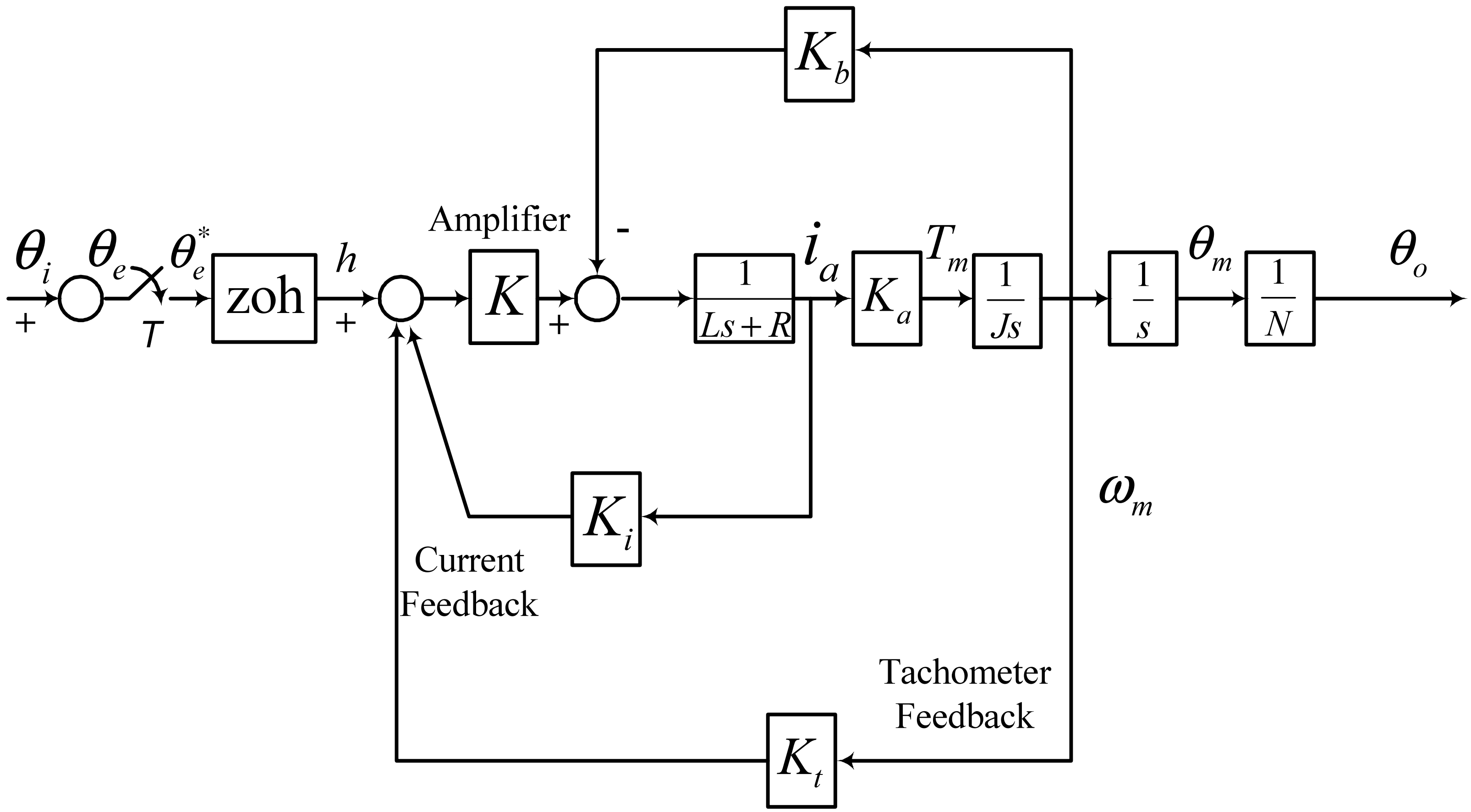
$$= \frac{-0.89886}{z-1} + \frac{0.09992}{(z-1)^2} + \frac{0.89886}{(z-0.9048)}$$

$$c(k) = [-0.89886 + 0.09992(k-1) + 0.89886(0.9048)^k]u_s(k-1)$$

25. Υπολογίστε τη συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού-βρόχου $G(z)=\frac{\Theta_o(z)}{\Theta_e(z)}$ και τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστου-βρόχου $\frac{\Theta_o(z)}{\Theta_i(z)}$ για το σύστημα που εμφανίζεται κατωτέρω τις ακόλουθες περιόδους δειγματοληψίας: a) T=0.01sec, b) T=0.1sec.

Οι παράμετροι του συστήματος δίνονται παρακάτω

R=αντίσταση του κινητήρα=5 Ω
L=επαγωγή του κινητήρα $\cong 0H$
J=αδράνεια φορτίου-κινητήρα=0.001 oz-in-s^2
N=λόγος γραναζιών=100
K_a=σταθερά ροπής του κινητήρα= 10 oz-in-s^2
K_b=σταθερά ηλεκτρεγερτικής δύναμης του κινητήρα=0.7 V/rad/s
K_t=κέρδος ταχογεννήτριας=0.0005 V/rad/s
K_i= κέρδος ανάδρασης ρεύματος=1 V/A
K=κέρδος ενισχυτή=20



$$G_P(s) = \frac{\Theta_0(S)}{H(S)} = \frac{KK_a}{Ns[JLs^2 + J(R + KK_i)s + KK_aK_t + K_aK_b]}$$

$$= \frac{10K}{s[0.1(5+K)s + 0.5K + 70]}$$

Για K=20, $G_P(s)=\dfrac{80}{s(s+32)}$

$$G(z)=\mathbb{Z}[G_{h0}(s)G_P(s)]=(1-z^{-1})\mathbb{Z}\left(\frac{G_P(s)}{s}\right)$$

$$G(z)=(1-z^{-1})\mathbb{Z}\left(\frac{80}{s^2(s+32)}\right)=$$

$$=(1-z^{-1})\mathbb{Z}\left(\frac{-0.0781}{s}+\frac{2.5}{s^2}+\frac{0.0781}{s+32}\right)$$

Για T=0.01sec

$$C(z)=\frac{0.003605(z+0.8869)}{z^2-1.7261z+0.72615}=\frac{0.003605(z+0.8869)}{(z-1)(z-0.72615)}$$

$$\frac{\Theta_0(z)}{\Theta_i(z)}=\frac{0.003605(z+0.8869)}{z^2-1.7225z+0.7294}=\frac{0.003605(z+0.8869)}{(z-1)(z-0.9726)}$$

Για T=0.1sec

$$C(z)=\frac{0.17506(z+0.37)}{z^2-1.04076z+0.040762}=\frac{0.17506(z+0.37)}{(z-1)(z-0.04076)}$$

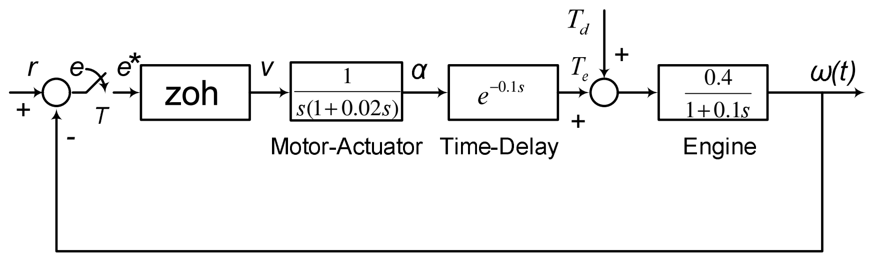
$$\frac{\Theta_0(z)}{\Theta_i(z)}=\frac{0.17506(z+0.37)}{z^2-0.8657z+0.10551}=\frac{0.17506(z+0.37)}{(z-0.1468)(z-0.7189)}$$

26. Το δομικό διάγραμμα του ψηφιακού ελέγχου για ιδανική ταχύτητα σε μια μηχανή αυτοκινήτου, φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Η συνάρτηση κάθε block του διαγράμματος φαίνεται στο σχήμα. Οι μεταβλητές του συτήματος περιγράφονται ως εξής:

a = θέση βαλβίδας (in)
u= τάση εισόδου (V)
ω= ταχύτητα μηχανής (rad/s)
Te=ροπή μηχανής (ft-lb)
Td=ροπή διαταραχής (ft-lb)
T= περίοδος δειγματοληψίας=0.05sec

α. Υπολογίστε τη συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού-βρόχου $G(z)=\frac{\Omega(z)}{E(z)}$ και τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστου-βρόχου $\frac{\Omega(z)}{R(z)}$

β. Θεωρήστε ότι η ροπή διαταραχής είναι μια βηματική συνάρτηση με πλάτος *Td*. Βρείτε το μετασχηματισμό z της εξόδου $\Omega(z)$ εξαιτίας του *Td* (r=0). Υπολογίστε την τιμή σταθερής κατάστασης του $\omega(kT)$, για $k\rightarrow\infty$, με τους όρους του Td.



(a) $G(z)=\dfrac{\Omega(z)}{E(z)}=(1-z^{-1})\mathbb{Z}\left[\dfrac{0.4e^{-0.1s}}{s^2(1+0.02s)(1+0.1s)}\right]$

Για T=0.05 sec

$$G(z)=z^{-2}(1-z^{-1})\mathbb{Z}\left[\frac{0.048}{s}+\frac{0.4}{s^2}+\frac{0.05}{s+10}-\frac{0.002}{s+50}\right]$$

$$G(z)=z^{-2}\left(\frac{(2.1624z^2+4.5667z+0.49433)10^{-3}}{z^3-1.6886z^2+0.7384z-0.049787}\right)=\frac{0.0021624(z+0.11445)(z+1.9974)}{z2(z-1)(z-0.60655)(z-0.082085)}$$

$$\frac{\Omega(z)}{E(z)}=\frac{0.0021624(z+0.11445)(z+1.9974)}{z^5-1.6886z^4+0.7384z^3-0.04763z^2+0.004567z+0.000494}$$

$$=\frac{0.0021624(z+0.11445)(z+1.9974)}{(z+0.0527)(z-0.6586)(z-0.9779)(z-0.0524\pm j0.1087)}$$

(b)

$$\Omega(z)=\frac{\mathbb{Z}\left(\dfrac{2}{(1+0.1s)}\dfrac{T_d}{s}\right)}{1+G(z)}$$

$$\Omega(z)=\frac{20T_d\mathbb{Z}\left(\dfrac{1}{s(s+1)}\right)}{1+\dfrac{0.0021624z^2+0.0045667z+0.00049433)}{z^5-1.6886z^4+0.7384z^3-0.049787z^2}}$$

$$\mathbb{Z}\left(\frac{1}{s(s+1)}\right)=\frac{2}{s}-\frac{2}{s+1}=\frac{0.7869z}{(z-1)(z-0.6065)}$$

$$\Omega(z)=\frac{15.739T_d(z^5-1.6886z^4+0.7384z^3-0.049787z^2}{(z-1)(z-0.6065)(z^5-1.6886z^4+0.7384z^3-0.04763z^2+0.0045667z+0.00049433)}$$

27. Να αποσυνθέσετε τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς με ευθεία αποσύνδεση και να σχεδιάσετε τα διαγράμματα κατάστασης.

a) $\dfrac{C(z)}{R(z)}=\dfrac{z+0.5}{z^3+2z^2+z+0.5}$, **b)** $\dfrac{C(z)}{R(z)}=\dfrac{z(z+0.5)}{z^3+2z^2+z+0.5}$

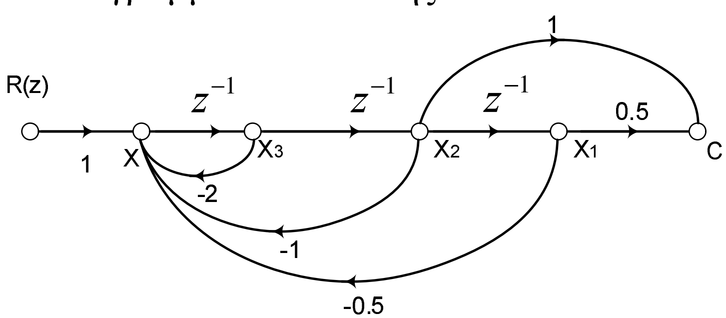
(a) Με ευθεία αποσύνθεση η συνάρτηση μεταφοράς γράφεται:

$$\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{z+0.5}{z^3+2z^2+z+0.5}\frac{X(z)}{X(z)}=\frac{z^{-2}+0.5z^{-3}}{1+2z^{-1}+z^{-2}+0.5z^{-3}}\frac{X(z)}{X(z)}$$

$$X(z)=R(z)-2z^{-1}X(z)-z^{-2}X(z)-0.5z^{-3}X(z)$$

$$C(z)=z^{-2}X(z)+0.5z^{-3}X(z)$$

Το διάγραμμα κατάστασης είναι



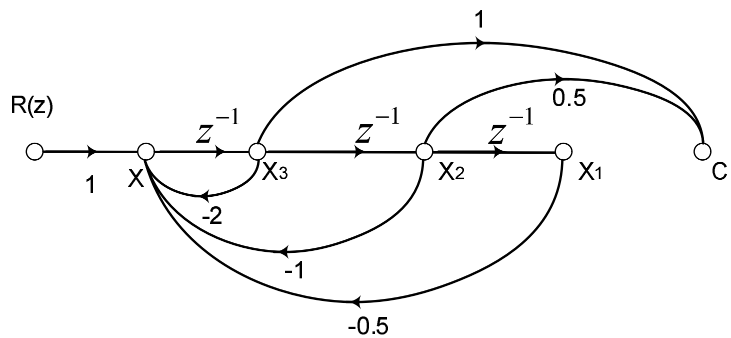
(b) Η συνάρτηση μεταφοράς αποσυνθέτεται με ευθεία αποσύνθεση ως εξής:

$$\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{z(z+0.5)}{z^3+2z^2+z+0.5}\frac{X(z)}{X(z)}=\frac{z^{-1}+0.5z^{-2}}{1+2z^{-1}+z^{-2}+0.5z^{-3}}\frac{X(z)}{X(z)}$$

$$X(z)=R(z)-z^{-1}X(z)-2z^{-2}X(z)-0.5z^{-3}X(z)$$

$$C(z)=(z^{-1}+0.5z^{-2})X(z)$$

Διάγραμμα κατάστασης:

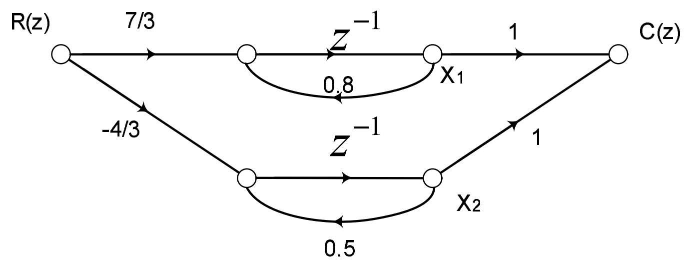


28. Να αποσυνδέσετε τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς με παράλληλη αποσύνδεση και να σχεδιάσετε τα διαγράμματα κατάστασης.

a) $\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{z-0.1}{(z-0.5)(z-0.8)}$, **β)** $\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{z}{(z-0.2)(z-1)}$

(a) Η συνάρτηση μεταφοράς αποσυνθέτεται με παράλληλη αποσύνθεση ως εξής:

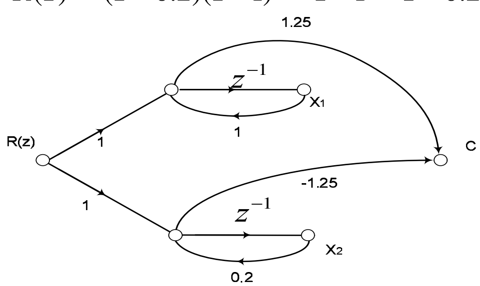
$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{z-0.1}{(z-0.5)(z-0.8)} = \frac{7}{3(z-0.8)} - \frac{4}{3(z-0.5)}$$



Διάγραμμα κατάστασης:

(b) Η συνάρτηση μεταφοράς αποσυνθέτεται με παράλληλη αποσύνθεση ως εξής:

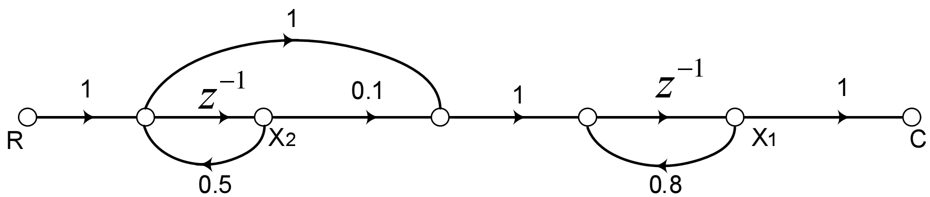
$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{z}{(z-0.2)(z-1)} = \frac{1.25z}{z-1} - \frac{1.25z}{z-0.2}$, με διάγραμμα κατάστασης:



29. Να αποσυνδέσετε τις συναρτήσεις μεταφοράς του παραπάνω προβλήματος (28) με διαδοχική αποσύνδεση και να σχεδιάσετε τα διαγράμματα κατάστασης.

(α) Η συνάρτηση μεταφοράς αποσυνθέτεται με διαδοχική αποσύνθεση ως εξής:

$\frac{C(z)}{R(z)} = \left(\frac{z-0.1}{z-0.5}\right)\frac{1}{(z-0.8)}$ με διάγραμμα κατάστασης:



(β) Η συνάρτηση μεταφοράς αποσυνθέτεται με διαδοχική αποσύνθεση ως εξής:

$\frac{C(z)}{R(z)} = \left(\frac{z}{z-1}\right)\frac{1}{(z-0.2)}$ με διάγραμμα κατάστασης: