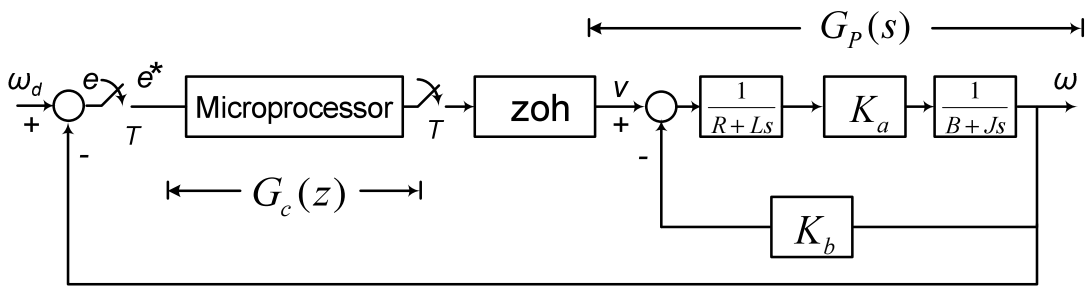
ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ (d)

36. Το δομικό διάγραμμα ενός συστήματος ελέγχου με ένα κινητήρα συνεχούς, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Οι παράμετροι του συστήματος είναι οι ακόλουθες

K_a=σταθερά ροπής του κινητήρα=0.345

K_b=σταθερά ηλεκτρεγερτικής δύναμης του κινητήρα=0.345

R=αντίσταση του (οπλισμού του) κινητήρα=1 Ω

L=αυτεπαγωγή του (οπλισμού του) κινητήρα=1 mH

B=συντελεστής τριβής μεταξύ φορτίου και κινητήρα=0.25

J=αδράνεια φορτίου-κινητήρα=1.41×10^{-3}

T= περίοδος δειγματοληψίας=0.001 s

Έχει γίνει η παραδοχή ότι οι μονάδες των παραμέτρων έχουν τη σωστή αντιστοιχία και δεν απαιτούνται μετασχηματισμοί. Ο ψηφιακός ελεγκτής υλοποιείται με ένα μικροεπεξεργαστή και το μοντέλο του φαίνεται στο δομικό διάγραμμα. Η συνάρτηση μεταφοράς του ψηφιακού ελεγκτή είναι $G_c(z) = K_P + \frac{K_R T}{2}\left(\frac{z+1}{z-1}\right)$, όπου $K_P = 1$ και $K_R = 295.276$

a) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού βρόχου $\Omega(z)/E(z)$
b) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου $\Omega(z)/\Omega_d(z)$
c) Βρείτε τη χαρακτηριστική εξίσωση όλου του συστήματος και τις ρίζες της.
d) Για ω_d= μοναδιαία βηματική συνάρτηση, να βρεθεί η απόκριση ω κατά τις χρονικές στιγμές που γίνεται η δειγματοληψία.

Λύση

$$G_P(s) = \frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{K_a}{(R+Ls)(B+Js)+K_i K_b} = \frac{244680.85}{(s+297.456)(s+879.844)}$$

$$(1-z^{-1})Z\left(\frac{G_P(s)}{s}\right) = (1-z^{-1})Z\left(\frac{0.9349}{s} + \frac{0.4775}{s+879.844} - \frac{1.4124}{s+297.456}\right)$$

$$= (1-z^{-1})\left(\frac{0.9349}{z-1} + \frac{0.4775z}{z-e^{-879.844T}} - \frac{1.4124z}{z-e^{-297.456T}}\right)$$

Για T=0.001s, $(1-z^{-1})Z\left(\frac{G_P(s)}{s}\right) = \frac{0.08399z+0.005676}{(z-0.41485)(z-0.7427)}$

Η συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή είναι

$$G_c(z) = \frac{V(z)}{E(z)} = K_P + \frac{K_R T}{2}\left(\frac{z+1}{z-1}\right) = \frac{2K_P(z-1)+K_R T(z+1)}{2(z-1)}$$

$$G(z) = G_c(z)(1-z^{-1})Z\left(\frac{G_P(s)}{s}\right) = \frac{[2K_P(z-1)+K_R T(z+1)](0.08399z+0.005676)}{2(z-1)(z-0.41485)(z-0.74271)}$$

(a) $K_P = 1$ και $K_R = 295.276$

$$G(z)=\frac{\Omega(z)}{E(z)}=\frac{0.09639(z+0.67579)}{(z-1)(z-0.41485)}$$

(b) Συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου $\dfrac{\Omega(z)}{\Omega_d(z)}=\dfrac{0.09639(z+0.67579)}{z^2-1.31846z+0.48}$

(c) Χαρακτηριστική εξίσωση $z^2-1.31846z+0.48=0$ με ρίζες: $z=0.6592\pm j0.2131$

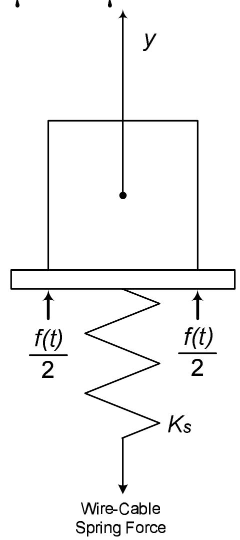
(d) Βηματική απόκριση $\Omega(z)=\dfrac{0.09639z(z+0.6758)}{z^3-2.31846z^2+1.79845z+0.48}$

Η βηματική απόκριση κατά τις στιγμές της δειγματοληψίας φαίνεται παρακάτω

t	y
0	0
0.0010	0.0964
0.0020	0.2886
0.0030	0.4958
0.0040	0.6767
0.0050	0.8157
0.0060	0.9122
0.0070	0.9727
0.0080	1.0061
0.0090	1.0212
0.0100	1.0250
0.0110	1.0227
0.0120	1.0180
0.0130	1.0128
0.0140	1.0082
0.0150	1.0047
0.0160	1.0022
0.0170	1.0007
0.0180	0.9998
0.0190	0.9994

0.0200	0.9993
0.0210	0.9994
0.0220	0.9995
0.0230	0.9996
0.0240	0.9997

37. Το ωφέλιμο φορτίο ενός διαστημικού οχήματος, μοντελοποιείται ως μια μάζα *M*. Η αιώρησή του πραγματοποιείται με τη χρήση μαγνητικού πεδίου έτσι ώστε να εκμηδενίζονται οι τριβές κατά τον έλεγχο. Η θέση κατά την διεύθυνση y ελέγχεται από μαγνητικούς ενεργοποιητές που βρίσκονται στη βάση του ωφέλιμου φορτίου. Το δυναμικό μοντέλο του συστήματος για την κίνηση κατά την y διεύθυνση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

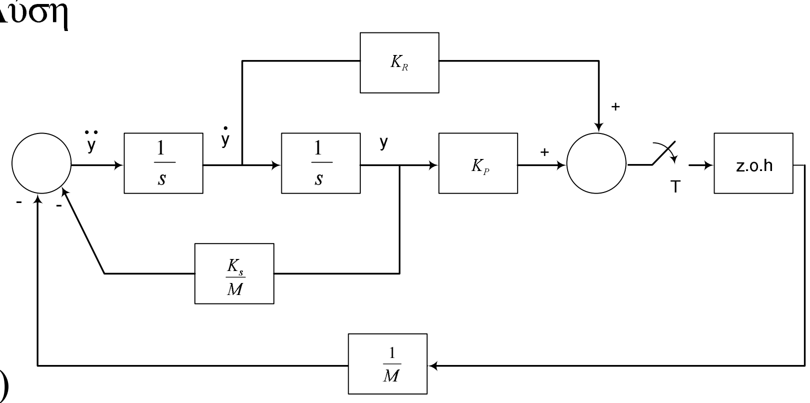


Ο έλεγχος των άλλων βαθμών ελευθερίας είναι ανεξάρτητος από το συγκεκριμένο και δεν θα εξεταστεί σε αυτή την άσκηση. Από τη στιγμή που επιπρόσθετα φορτία τοποθετούνται πάνω στο όχημα, θα πρέπει να διοχετευθεί ηλεκτρική ενέργεια μέσω των καλωδίων. Το γραμμικό ελατήριο με σταθερά ελατηρίου K_s χρησιμοποιείται για να μοντελοποιήσει τη σύνδεση του καλωδίου. Η συνολική δύναμη που παράγεται από τους μαγνητικούς ενεργοποιητές συμβολίζεται με $f(t)$. Η συνάρτηση κίνησης κατά την y διεύθυνση είναι $f(t)-K_s y(t)=M\dfrac{dy^2(t)}{dt^2}$, όπου $K_s=0.35N/m$, $M=600kg$ και η δύναμη $f(t)$ μετράται σε Newtons. Έστω ότι οι μαγνητικοί ενεργοποιητές ελέγχονται από δεδομένα που προέκυψαν μετά από δειγματοληψία, έτσι ώστε $f(t) = f(kT) \quad kT \le t \le (k+1)T$, όπου $f(t) = -K_P f(kT) - K_R \left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=kT}$ με $K_P = 37.86$, $K_R = 211$ και T είναι η περίοδος δειγματοληψίας σε δευτερόλεπτα (seconds)

a) Σχεδιάστε ένα δομικό διάγραμμα για όλο το σύστημα.
b) Βρείτε τη χαρακτηριστική εξίσωση όλου του συστήματος με την ανάδραση όπως περιγράφηκε. Σχεδιάστε τον γεωμετρικό τόπο ριζών ως συνάρτηση του T. Βρείτε τα όρια του T ώστε το σύστημα να είναι ευσταθές.
c) Δείξτε την περιοχή στο πεδίο των παραμέτρων $K_R - K_P$ για την οποία το σύστημα είναι ευσταθές. Χρησιμοποιείστε T=1 s. Βρείτε το σημείο στον προαναφερθέντα χώρο των παραμέτρων στο οποίο η δειγματολειπτημένη έξοδος του συστήματος ακολουθεί βηματική είσοδο με ένα ελάχιστο αριθμό δειγμάτων χωρίς υπερύψωση ("deadbeat response").

Λύση

a)



Εφαρμόζοντας τον τύπο του Mason στο δομικό διάγραμμα

$$\Delta = 1 + \frac{1}{M}(1 - z^{-1})Z\left(\frac{K_R/s^2}{1 + K_s/Ms^2} + \frac{K_P/s^3}{1 + K_s/Ms^2}\right) = 1 + \frac{1}{M}(1 - z^{-1})Z\left(\frac{K_R}{s^2 + K_s/M} + \frac{K_P}{s(s^2 + K_s/M)}\right)$$

$$Z\left(\frac{1}{s^2 + K_s/M}\right) = \frac{\sqrt{M/K_s}\, z \sin\sqrt{K_s/M}T}{z^2 - 2z\cos\sqrt{K_s/M}T + 1}$$

$$Z\left(\frac{1}{s(s^2 + K_s/M)}\right) = \frac{M}{K_s}\left(\frac{z}{z-1} - \frac{z(z - \cos\sqrt{K_s/M}T)}{z^2 - 2z\cos\sqrt{K_s/M}T + 1}\right)$$

b) Η χαρακτηριστική εξίσωση γράφεται

$$z^2 + \left(\frac{K_R}{\sqrt{MK_s}}\sin\sqrt{K_s/M}T - \frac{K_P}{K_S}\cos\sqrt{K_s/M}T + \frac{K_P}{K_S} - 2\cos\sqrt{K_s/M}T\right)z$$
$$-\frac{K_R}{\sqrt{MK_s}}\sin\sqrt{K_s/M}T + 1 - \frac{K_P}{K_S}\cos\sqrt{K_s/M}T + \frac{K_P}{K_S} = 0$$

$$\sqrt{K_s/M} = \sqrt{0.35/600} = 0.02415 \qquad \sqrt{K_s M} = 14.4914$$

Με βάση τις παραμέτρους η χαρακτηριστική εξίσωση γίνεται

$$z^2 + \left(0.069K_R\sin 0.02415T - 2.857K_P\cos 0.02415T + 2.857K_P - 2\cos 0.02415T\right)z$$
$$+1 - 0.069K_R\sin 0.02415T - 2.857K_P\cos 0.02415T + 2.857K_P = 0$$

Όταν το T είναι πολύ μικρό $\sin 0.02415T \cong 0 \quad \cos 0.02415T \cong 1$, και η προηγούμενη εξίσωση γίνεται $z^2 - 2z + 1 = 0$

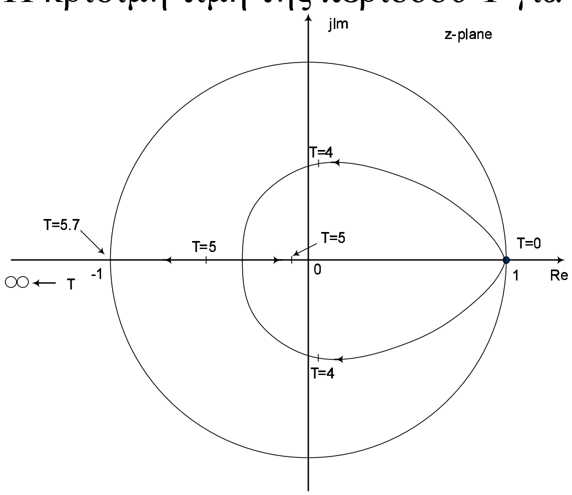
Για $K_P = 37.861, \quad K_R = 211.01$ η χαρακτηριστική εξίσωση γίνεται

$$z^2 + \left(14.5597\sin 0.02415T - 110.1688\cos 0.02415T + 108.1688\right)z + 1 - 14.5597\sin 0.02415T - 108.1688\cos 0.02415T + 108.1688 = 0$$

Οι ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης για διάφορες τιμές της περιόδου T φαίνονται παρακάτω, καθώς και ο γεωμετρικός τόπος των ριζών.

T (sec)	Χαρακτηριστική εξίσωση	Ρίζες
0.1	$z^2 - 1.96z + 0.965154 = 0$	$-0.98 \pm j0.069$
0.5	$z^2 - 1.81617z + 0.8321 = 0$	$-0.908 \pm j0.0864$
1.0	$z^2 - 1.6163z + 0.68 = 0$	$-0.808 \pm j0.1639$
2.0	$z^2 - 1.1684z + 0.4232 = 0$	$-0.584 \pm j0.286$
3.0	$z^2 - 0.657z + 0.2298 = 0$	$-0.3285 \pm j0.349$
4.0	$z^2 - 0.0821z + 0.10 = 0$	$F[G_C(s)G_{h0}G_P(s)]$
5.0	$z^2 - 0.556z + 0.0338 = 0$	$-0.0487 - j0.0695$
5.6	$z^2 - 0.0969z + 0.0246 = 0$	$-0.943 - j0.0261$
6.0	$z^2 - 1.257z + 0.0312 = 0$	$-1.231 - j0.0254$

Η κρίσιμη τιμή της περιόδου T για να έχουμε ευστάθεια είναι 5.7 sec.



Για T=1 sec, η χαρακτηριστική εξίσωση είναι

$$F(z) = z^2 + (0.00167K_R + 0.00083K_P - 1.99942)z + 1 - 0.00167K_R + 0.00083K_P = 0$$

Για ευστάθεια, $F(1) = 0.00058 + 0.00166K_P > 0 \Rightarrow K_P > -0.3494$

$$F(-1) = 3.99942 - 0.00334K_R > 0 \Rightarrow K_R < 1197.43$$

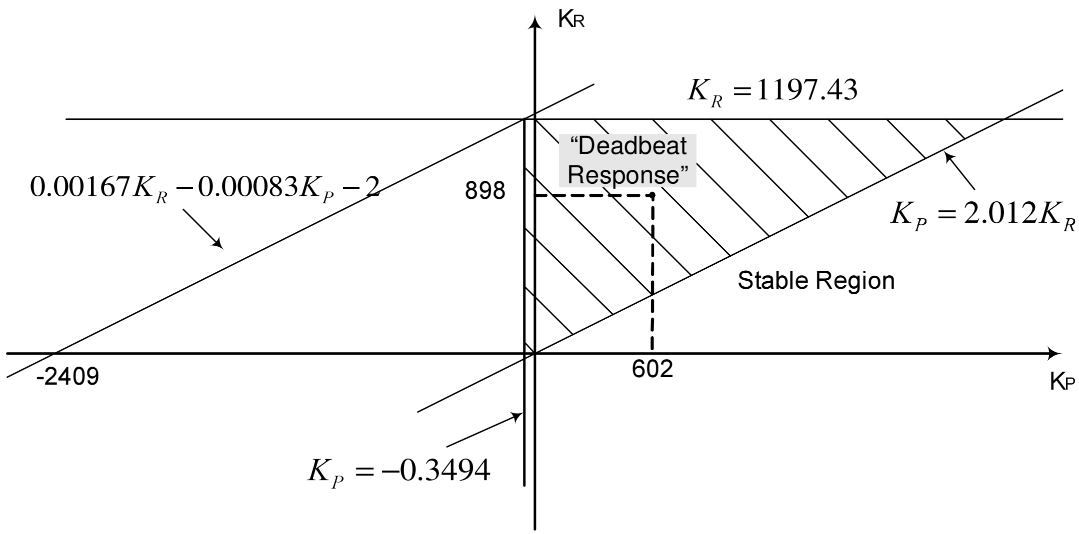
$$|a_0| < a_2 \text{ ή } |1 - 0.00167K_R + 0.00083K_P| < 1$$

Η τελευταία σχέση οδηγεί στις δύο παρακάτω συνθήκες

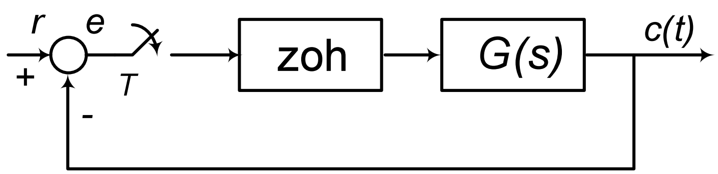
$$1 - 0.00167K_R + 0.00083K_P < 1 \Rightarrow K_P < 2.012K_R$$

$$-1 < 1 - 0.00167K_R + 0.00083K_P \Rightarrow 0.00167K_R - 0.00083K_P - 2 < 0$$

Για βηματική απόκριση χωρίς υπερύψωση (“deadbeat response”) $K_P = 602 \quad \kappa\alpha\iota \quad K_R = 898$



38. Το δομικό διάγραμμα ενός ψηφιακού συστήματος ελέγχου με ένα μηχανισμό ZOH φαίνεται στο παρακάτω σχήμα

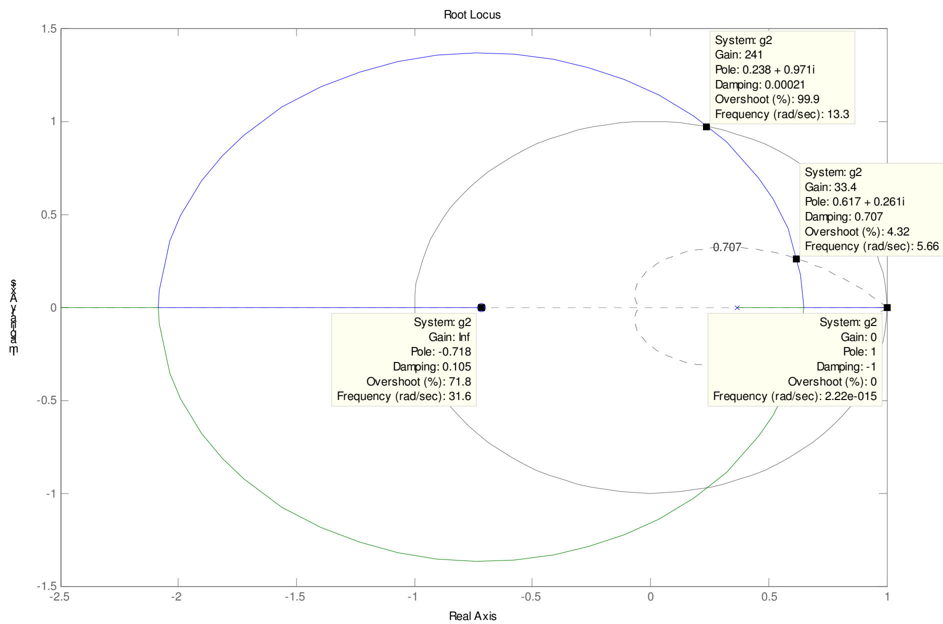


a) Σχεδιάστε το γεωμετρικό τόπο των ριζών της χαρακτηριστικής εξίσωσης και καθορίστε τα όρια στα οποία μπορεί να κινηθεί το K ώστε να έχουμε ευστάθεια. Βρείτε την τιμή του K για την οποία ο συντελεστής απόσβεσης του συστήματος είναι περίπου 70.7%. Χρησιμοποιείστε T=0.1 s.
b) Επαναλάβετε το (a) για T=1 s.

Λύση

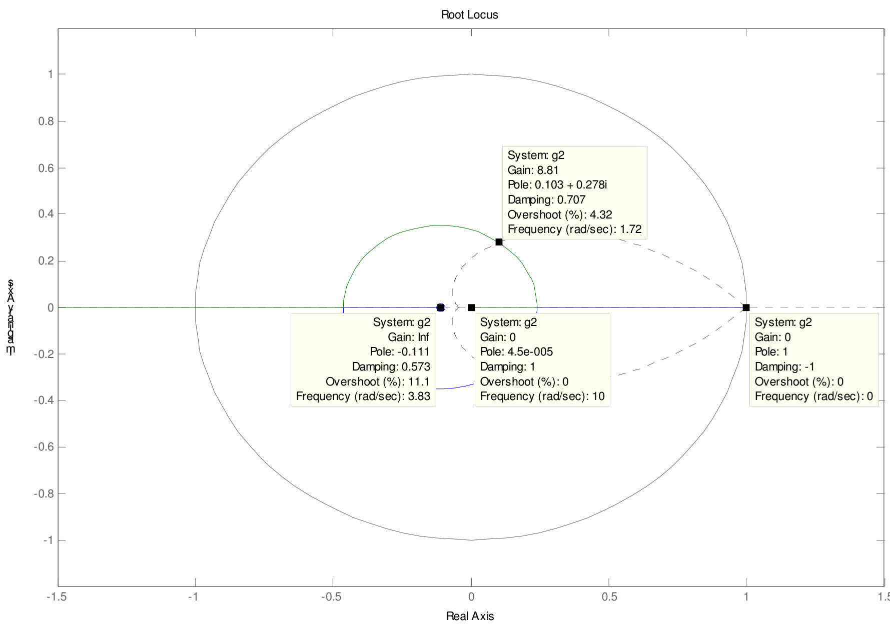
$$G(z) = Z\left(\frac{1-e^{Ts}}{s}\frac{K}{s(s+10)}\right) \quad = \frac{K(10T-1+e^{-10T})z-10e^{-10T}+1-e^{-10T}}{(z-1)(z-e^{-10T})}$$

(a)T=0.1 sec $G(z)=\dfrac{K(z+0.71828)}{271.8(z-1)(z-0.368)}$, όπου για ευστάθεια, 0<K<242 Για ζ=0.707, K=38




```
g=tf([1 0.71828],271.8*[1 -1.368 0.368],0.1)
figure
rlocus(g)
zgrid([0.707],[])
```

(b) Αν T=1 sec, $G(z)=\dfrac{K(z+0.111)}{11.111(z-1)(z-0.000045)}$. Για ευστάθεια, 0<K<25.1 Για ζ=0.707, K=8.67




```
g=tf([1 0.111],11.111*conv([1 -1],[1 -0.000045]),1)
figure
rlocus(g)
zgrid([0.707],[])
```

39. Η χαρακτηριστική εξίσωση του ψηφιακού συστήματος ελέγχου ενός διαστημικού οχήματος είναι $2J_v z^2 + (2K_R T - 4J_v + T^2 K_P)z + (2J_v - 2K_R T + T^2 K_P) = 0$, όπου T=0.264 s, $J_v = 41822$ και $K_P = 1.65\times 10^6$

a) Σχεδιάστε τον γεωμετρικό τόπο των ριζών της χαρακτηριστικής εξίσωσης για $0 < K_R < \infty$
b) Βρείτε το διάστημα στο οποίο μπορεί να πάρει τιμές το K_R έτσι ώστε το σύστημα να είναι ευσταθές.
c) Βρείτε την τιμή του K_R έτσι ώστε οι δύο ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης να είναι ίσες και πραγματικές. Βρείτε τη βηματική απόκριση του συστήματος για αυτή την περίπτωση.

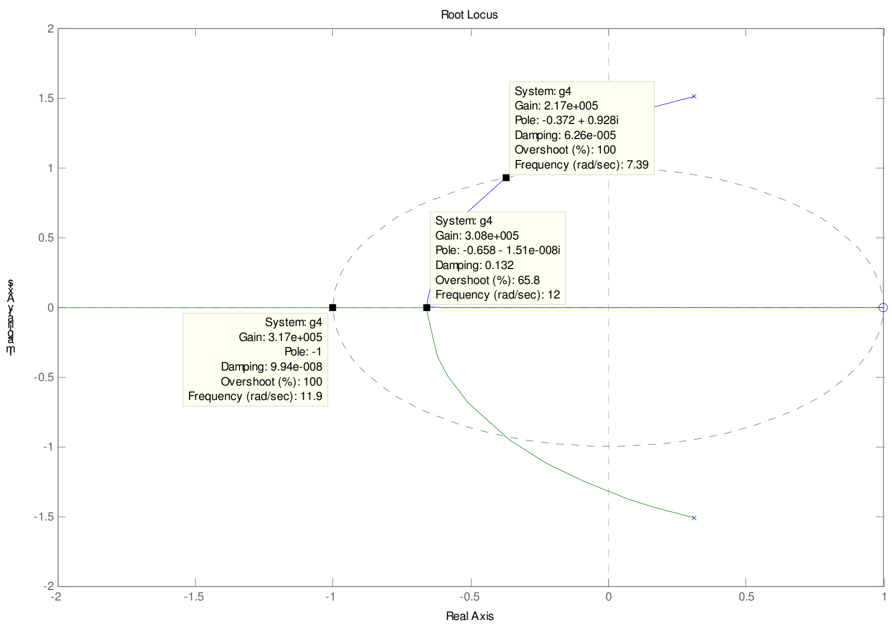
Λύση

Η χαρακτηριστική εξίσωση είναι $83644z^2 + (0.528K_R - 52289.6)z + 198642.4 - 0.528K_R = 0$

Διαιρώντας και τα δύο μέλη με τους όρους που δεν περιλαμβάνουν K_R, έχουμε

$$1 + \frac{6.312467\times 10^{-6} K_R(z-1)}{(z-0.31257+j1.50903)(z-0.31257-j1.50903)}$$

a) Γεωμετρικός Τόπος Ριζών



b) Εφαρμόζοντας το κριτήριο ευστάθειας στη χαρακτηριστική εξίσωση

$$F(1) = 230001.8 > 0 \text{ ή } K_P > 0$$

$$F(-1) = 334571 - 0.528K_R > 0 \text{ ή } K_R < 633657$$

$$a_2 > |a_0| \text{ ή } 83644 > |198642.4 - 0.528K_R|$$

ή $217800 < K_R < 534633$ το οποίο είναι το διάστημα στο οποίο μπορεί να πάρει τιμές το K_R για να έχουμε ευστάθεια.

c) Για δύο ίσες ρίζες $K_R = 307579$. Οι ρίζες είναι στο σημείο $z = -0.658$.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κελιστού συστήματος είναι $\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{114998.4(z+1)}{83644z^2 + 110112.376z + 36240.424}$

Για $R(z) = z/(z-1)$, η απόκριση $C(z) = \frac{114998.4z(z+1)}{83694z^3 + 26468z^2 - 73872z + 36240}$, με τις ακόλουθες τιμές (βηματικής απόκρισης) κατά τις στιγμές δειγματοληψίας (T=0.264 sec)

x=dimpulse(114998.4*[1 1 0],[83694 26468 -73872 -36240],25)

t=0.264*[0:1:24], a=[t',x])

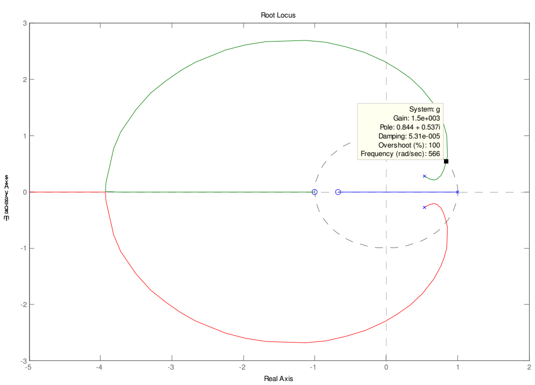
t	y
0	0
0.2640	1.3740
0.5280	0.9395
0.7920	0.9157
1.0560	1.1346
1.3200	0.8562
1.5840	1.1272
1.8480	0.8905
2.1120	1.0840
2.3760	0.9313
2.6400	1.0479
2.9040	0.9600
3.1680	1.0246
3.4320	0.9771
3.6960	1.0110
3.9600	0.9863
4.2240	1.0035
4.4880	0.9910
4.7520	0.9994
5.0160	0.9931
5.2800	0.9972
5.5440	0.9940
5.8080	0.9958
6.0720	0.9942
6.3360	0.9950

40 Για το σύστημα ελέγχου της ταχύτητας που περιγράφτηκε στην άσκηση 36 θεωρήστε ότι $K_P = 1$. Σχεδιάστε το γεωμετρικό τόπο των ριζών για τη χαρακτηριστική εξίσωση όλου του συστήματος για $0 \le K_R < \infty$. Βρείτε τις τιμές του K_R για τις οποίες το συνολικό σύστημα είναι ευσταθές

$$G(z) = \frac{[2(z-1)+0.001K_R(z+1)](0.08399z+0.05676)}{2(z-1)(z-0.41485)(z-0.7427)}$$

Η χαρακτηριστική εξίσωση είναι $(z-1)(z^2-1.07357z+0.36488)+4.1995\times10^{-5}K_R(z+1)(z+0.67599)=0$. Διαιρώντας και τα δύο μέλη τις εξίσωσης με τους όρους που δεν περιλαμβάνουν K_R έχουμε

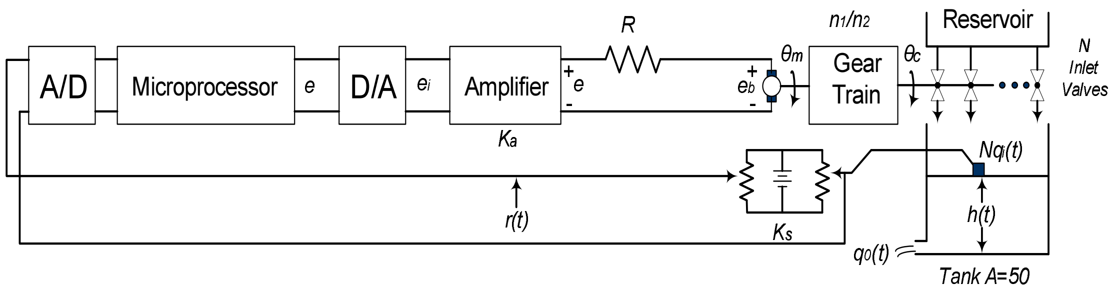
$1+\dfrac{4.1995\times10^{-5}K_R(z+1)(z+0.676)}{(z-1)(z-0.5368+j0.277)(z-0.5368-j0.277)}=0$. Ο Γεωμετρικός τόπος ριζών είναι



, όπου $K_R < 1529$

a=conv([1 (-0.5368+0.277i)],[1 (-0.5368-0.277i)]), b=conv([1 -1],a)
g=tf(4.1995*10^(-5)*[1 1.676 0.676],b,0.001), figure, rlocus(g)

41 Το διάγραμμα που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα αναπαριστά ένα σύστημα ελέγχου που έχει ως στόχο να διατηρεί το επίπεδο του υγρού μέσα στη δεξαμενή σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο. Το επίπεδο ελέγχεται από ένα φλοτέρ η θέση του οποίου συνδέεται στον βραχίονα ενός ποτενσιομέτρου για μέτρηση του σφάλματος. Το σφάλμα ανάμεσα στο επίπεδο αναφοράς και το πραγματικό επίπεδο τροφοδοτείται σε ένα μετατροπέα αναλογικού-ψηφιακού (A/D converter) και κατόπιν σε έναν ψηφιακό ελεγκτή. Η συνάρτηση μεταφοράς του A/D μετατροπέα, του ψηφιακού ελεγκτή και του D/A μετατροπέα αντιπροσωπεύονται από μία και μόνο συνάρτηση μεταφοράς $G_C(z)$. Οι παράμετροι των τμημάτων που απαρτίζουν το σύστημα δίνονται παρακάτω



Κινητήρας Συνεχούς και Φορτίο (DC Motor and Load)

Αντίσταση οπλισμού R=10 Ω

Αυτεπαγωγή οπλισμού L= αμελητέα

Σταθερά Ροπής $K_a = 10 lb - ft / A$

Επιστρέφουσα ηλεκτρεγερτική δύναμη $K_b = 0.075 V / rad / s$

Αδράνεια του ρότορα $J_m = 0.005 lb - ft - s^2$

Τριβή ανάμεσα στο ρότορα και στο φορτίο αμελητέα

Αδράνεια φορτίου $J_m = 10lb - ft - s^2$
Λόγος γραναζιών $n_1 / n_2 = 1/100$

Εξισώσεις του κινητήρα και του φορτίου

$$e_a(t) = Ri(t) + e_b(t), \quad e_b(t) = K_b \omega_m(t), \qquad \omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}, \qquad T_m(t) = K_a i(t) = J \frac{d\omega_m(t)}{dt}, \quad οπου \quad J = J_m + \left(n_1/n_2\right)^2 J_L$$

$$\theta_C = n_1 \theta_m / n_2$$

Η δυναμική περιγραφή της δεξαμενής
Υπάρχουν Ν «είσοδοι» στη δεξαμενή από τον υδρο-ταμιευτήρα. Όλες οι βαλβίδες των εισόδων έχουν τις ίδιες χαρακτηριστικές και ελέγχονται ταυτόχρονα από τη θ_C. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τον όγκο της ροής είναι
Είσοδοι

$$q_1(t) = K_i N \theta_C(t) \qquad K_i = 10 ft^3 / s - rad$$

$$q_0(t) = K_0 h(t) \qquad K_0 = 50 ft^2 / s$$

$$h(t) = \frac{ογκος \quad της \quad δεξαμενης}{επιφανεια \quad της \quad δεξαμενης} = \frac{1}{\mathrm{A}} \int \left[q_i(t) - q_0(t) \right] dt$$

Κέρδος ενισχυτή
K=50
Ανιχνευτής σφάλματος

$$K_S = 1 \quad V / ft$$

a) Σχεδιάστε ένα δομικό διάγραμμα για το σύστημα ελέγχου με τους A/D και D/A μεταροπείς να αναπαρίστανται με ένα “sample-and-hold” σύστημα. Μοντελοποιείστε τον μικροεπεξεργαστή με ένα ψηφιακό ελεγκτή

b) Βρείτε τον ελάχιστο αριθμό εισόδων έτσι ώστε το κλειστό σύστημα να είναι ευσταθές. Η περίοδος δειγματοληψίας είναι 0.05 s. Θεωρήστε ότι ο μικροεπεξεργαστής αντιπροσωπεύεται (μοντελοποιείται) από ένα πραγματικό κέρδος με τιμή 1.

c) Σχεδιάστε το γεωμετρικό τόπο των ριζών για τη χαρακτηριστική εξίσωση για $0 \le N < \infty$ στο z-επίπεδο.

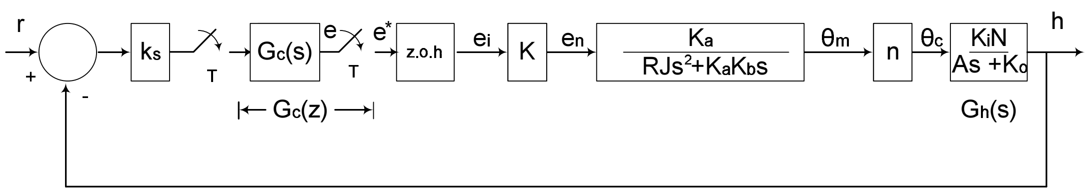
d) Για N=1 βρείτε τη βηματική απόκριση h(t) στις χρονικές στιγμές που γίνεται η δειγματοληψία.

e) Επαναλάβετε το ερώτημα (d) για N=3

f) Επαναλάβετε το ερώτημα (d) για N=5

Λύση

a)



b)

$$\frac{\theta_c(s)}{E_a(s)} = \frac{K_a n}{RJs^2 + K_a K_b s} = \frac{1.667}{s(s+12.5)} \qquad n = n_1/n_2$$

$G_h(s) = \dfrac{K_i N}{As + K_o} = \dfrac{0.2N}{s+1}$. Η διακριτή συνάρτηση $G(z) = (1-z^{-1})Z\left(\dfrac{K_a n K_i N K}{s^2(RJs + K_a K_b)(As + K_o)}\right) = (1-z^{-1})Z\left(\dfrac{0.3333NK}{s^2(s+12.5)(s+1)}\right)$

$$G(z) = 12.665N(1-z^{-1})Z\left(\frac{0.08}{s^2} - \frac{0.0864}{s} - \frac{0.00055622}{s+12.5} + \frac{0.086956522}{s+1}\right)$$

$$G(z)=12.665N(1-z^{-1})Z\left(\frac{0.08Tz}{(z-1)^2}-\frac{0.0864z}{(z-1)}-\frac{0.00055622z}{z-e^{-12.5T}}+\frac{0.0869565\,22z}{z-e^{-T}}\right)$$

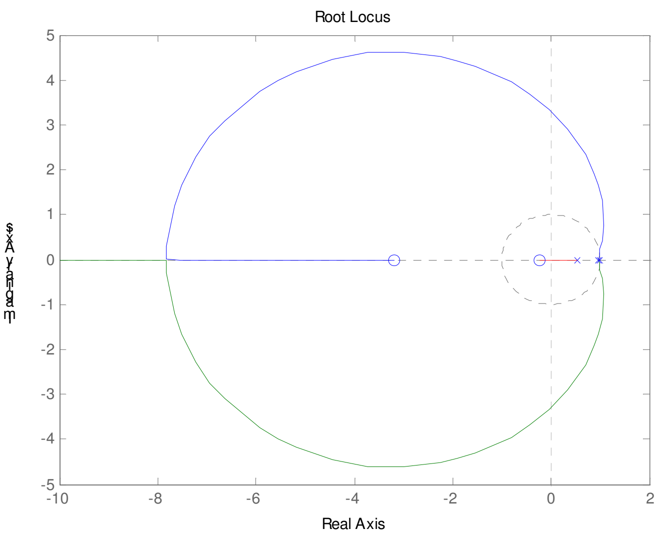
Για T=0.05 sec $G(z)=\dfrac{0.00029527N(z^2+3.403093z+0.7139067)}{(z-1)(z-0.53526)(z-0.95123)}$

Η χαρακτηριστική εξίσωση για το κλειστό σύστημα είναι

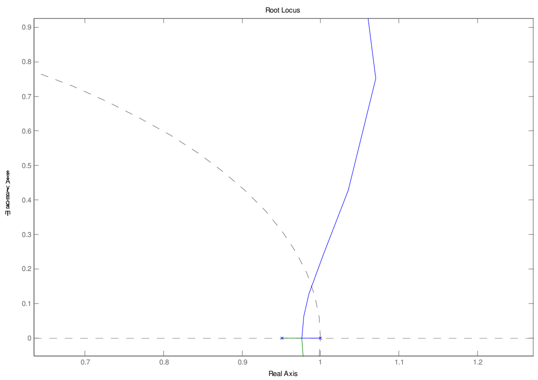
$$z^3+(2.9543\times10^{-4}-2.4865N)z^2+(1.9956+0.001N)z+(0.0000211N-0.50916)=0$$

Ο οριακός αριθμός βαλβίδων για να έχουμε ευστάθεια είναι N=7

c) Γεωμετρικός τόπος των ριζών.

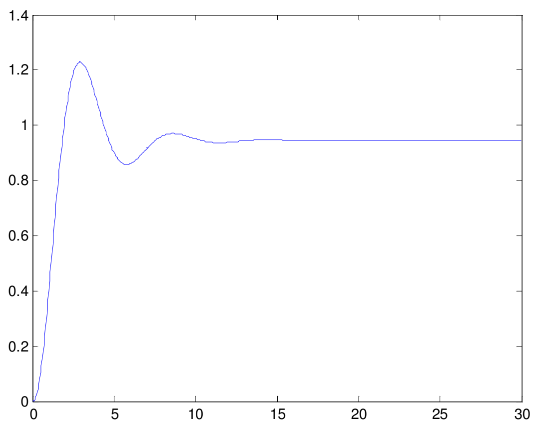


a=conv([1 -0.53526],[1 -0.95123]), b=conv([1 -1],a), g=tf(0.00029527*[1 3.403093 0.7139067],b,0.05), figure, rlocus(g)

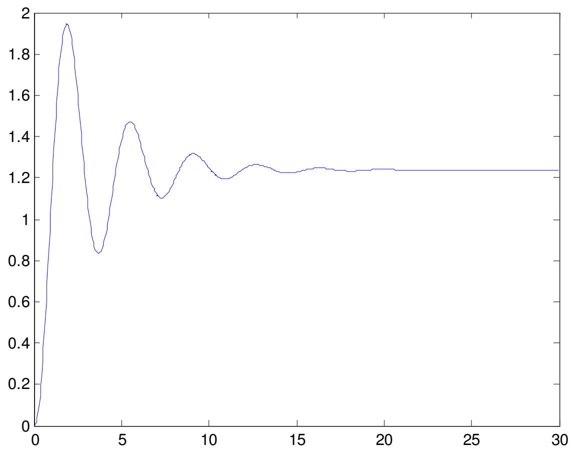


d) Για N=1, $G(z)=\dfrac{0.00029527(z^2+3.4031z+0.7139)}{z^3-2.4865z^2+1.9956z+0.5092}$

$\dfrac{H(z)}{R(z)}=\dfrac{0.00029527(z^2+3.4031z+0.7139)}{z^3-2.4862z^2+1.9967z+0.5089}$, οπότε $H(z)=\dfrac{0.00029527z^3+0.001z^2+0.00021}{z^4-3.4862z^3+4.4828z^2-2.5056z+0.5089}$

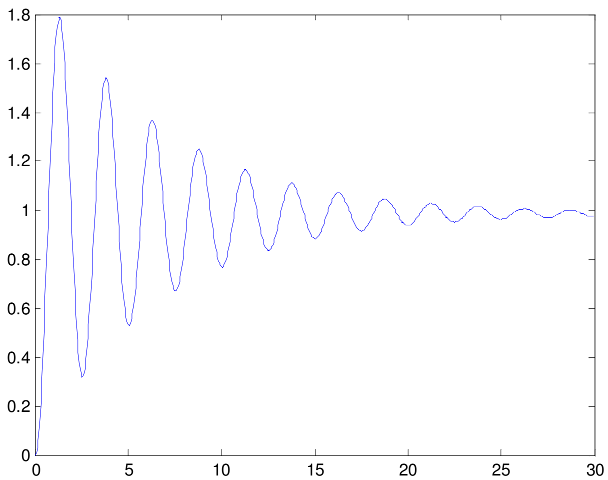


e) Για N=3, $\frac{H(z)}{R(z)}=\frac{0.0008858(z^2+3.4031z+0.7139)}{z^3-2.4856z^2+1.99866z+0.5085}$, οπότε $H(z)=\frac{0.0008858z^3+0.0030145z^2+0.0006324}{z^4-3.4856z^3+4.4843z^2-2.5072z+0.5085}$



f) Για N=5

$$\frac{H(z)}{R(z)}=\frac{0.0014764(z^2+3.4031z+0.71391)}{z^3-2.4850z^2+2.00067z+0.50801}, \text{ οπότε } H(z)=\frac{0.0014764z^3+0.005024z^2+0.001054}{z^4-3.485z^3+4.4857z^2-2.5088z+0.5081}$$



1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
5
10
15
20
25
30